* GULISTON DAVLAT UNIVERSITETI AXBOROTNOMASI,
Tabiiy va qishloq xo'jaligi fanlari seriyasi. 2021. № 3

УДК 532.546

APPROXIMATE SOLUTION OF ONE PROBLEM OF STEPHAN'S TYPE FOR SMALL TIME VALUES

VAQTNING KICHIK QIYMATLARIDA STEFAN TIPIDAGI MASALANI TAQRIBIY YECHISH

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ТИПА СТЕФАНА ДЛЯ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЙ ВРЕМЕНИ

Jamuratov Kengash, Axmidov Xoliqul
Gulistan State University, 120100. Gulistan City, Sirdarya region, 4th District
E-mail: janmuratov@mail.ru

Abstract. During filling and operation of small canals and reservoirs, the groundwater level (GW) rises and if the initial level h_l is located below the critical depth y_0, then there will come a point in time $t = t_0$, such that the level in them reaches the critical level h_{kp}. With a further rise in the water level in canals (reservoirs), due to the dependence of ε^- on the groundwater level, two motion areas with a moving interface $x = l(t), l(t_0) = 0$ appear in the region $h(0,t) = \psi(t) > h(l(t),t) = h_{kp}$, there will be evaporation, but in region $h_l < h(x,t) < h_{kp}$ it is absent.

Within the hydraulic theory of the filter, neither the value of the GW $h(x,t)$ satisfies the Boussinesq equation

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left(h(x,t)\frac{\partial h(x,t)}{\partial x}\right) - \frac{\varepsilon^-}{\mu}, \tag{1}$$

where $k-$ filtration coefficient, $\mu-$ coefficient of water loss, $\varepsilon^- -$rate of evaporation determined by the equality

$$\varepsilon^- = \begin{cases} f(h - h_{kp}, t), \ h > h_{kp} \\ 0 \qquad\qquad\quad, \ h \le h_{kp} \end{cases} \tag{2}$$

$f(h - h_{kp}, t) -$ known function with its arguments.

To simplify the study of the problem, equation (1) is usually considered in a linearized form. In the work, a separate linearization of equation (1) is carried out for each of the areas

$$0 < x < l(t) \ \ (h > h_{kp}), \ l(t) < x < \infty \ (h < h_{kp})$$

assuming that

$$h(x,t)\frac{\partial h}{\partial x}=\begin{cases}\tilde{h}_1\frac{\partial h}{\partial x}, & h>h_{kp}\\ \tilde{h}_2\frac{\partial h}{\partial x}, & h<h_{kp}\end{cases}$$

where $\tilde{h}_1\in(h_{kp},h_m]$ и $\tilde{h}_2\in(h_l,h_{kp}]$ – some average values of $h(x,t)$, $h_m=\max_t\psi(t)$.

Given the above assumptions about the dynamics of groundwater near new channels and reservoirs in the presence of evaporation, it is formulated as follows:

Find function $U(x,t)=h(x,t)-h_l ul(t)$, $l(t_0)=0$ in space $\Omega_{t_0}^{\infty}\left|\{x: x=l(t)\}\right.$ that satisfy the equation:

$$\frac{\partial U}{\partial t}=a^2(x)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon^-}{\mu}$$

and conditions

$$U(x,t)\big|_{t=t_0}=\varphi(x),\ U(x,t)\big|_{x=0}=\psi(t),\ U(x,t)\big|_{x\to+\infty}=0$$

$$U(x,t)\big|_{x=l(t)-0}=U(x,t)\big|_{x=l(t)+0}=\psi_0=h_{kp}-h_l\quad(t>t_0)$$

$$\tilde{h}_1\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=l(t)-0}=\tilde{h}_2\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=l(t)+0}\quad(t>t_0).$$

Here

$$a^2(x)=\begin{cases}a_1^2=\frac{k}{\mu}\tilde{h}_1=const, & 0<x<l(t),\\ a_2^2=\frac{k}{\mu}\tilde{h}_2=const, & l(t)<x<\infty.\end{cases}$$

$$\varepsilon^-=f(U-\psi_0(t)),\ U>\psi_0;\quad \varepsilon^-=0,\ U<\psi_0;$$

$$\Omega_{t_0}^{\infty}=\{(x,t):\ 0<x<\infty,\ t_0<t<T\}.$$

Problem (3)-(6) belongs to the class of problems with an unknown interface.

The difference between problem (3)-(6) from the well-known Stefan problem [1] is that the flow (flow) is continuous at an unknown interface, while the flow in Stefan's problems is discontinuous and this gap is proportional to the speed of moving the moving interface (front).

The requirement $l(t_0)=0$ and the indicated difference T in the Stefan condition creates additional difficulties in the study of problem (3)-(6).

In this regard, it is also of independent mathematical interest.

Keywords. Unknown boundary, quasistationary approximation method, small time values, Green's function, groundwater level, Laplace-Carson transform, equation of heat conductivity.

Annotatsiya. Yangi kanallar, suv omborlari suv bilan to'ldirilganda va ulardan foydalanilganda yer osti suvlari sathi ko'tarilishi yuz beradi. Agar yer osti suvlarining dastlabki sathi h_l kritik chuqurlik y_0 dan pastda joylashgan bo'lsa, vaqtning shunday $t = t_0$ lahzasi keladiki, yer osti suvlari sathi ko'tarilib h_{kp} kritik sathga yetib qoladi. Kanallardagi va suv omborlaridagi keying ko'tarilishlarda bug'lanish ε^- ning sathdan bog'liqligini hisobga olsak, yer osti suvlari harakati qo'zg'aluvchan $x = l(t)$ chegara ikkita sohaga ajraladi:

birinchisi $h(0,t) = \psi(t) > h(l(t),t) = h_{kp}$, da bug'lanish mavjud

ikkinchisi $h_l < h(x,t) < h_{kp}$ da esa bug'lanish mavjud emas.

Filtratsiya nazariyasining gidravlika doirasida yer osti suvlari sathi $h(x,t)$ Bussinesining

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left(h(x,t)\frac{\partial h(x,t)}{\partial x}\right) - \frac{\varepsilon^-}{\mu}, \tag{1}$$

tenglamasini qanoatlantiradi. Bu yerda $k-$ filtratsiya koeffitsienti, $\mu-$ suv o'tkazish qobiliyati koeffitsienti, $\varepsilon^- -$ quyidagi tenglik bilan aniqlanadigan:

$$\varepsilon^- = \begin{cases} f(h-h_{kp},t), & h > h_{kp} \\ 0, & h \le h_{kp} \end{cases} \tag{2}$$

bug'lanish intensivligi; $f(h-h_{kp},t) -$ o'z argumentlarining berilgan funksiyasi.

Tekshirish oson kechishi uchun odatda (1) tenglama chiziqlilashtiriladi. Mazkur ishda (1) tenglama quyidagi sohalarning

$$0 < x < l(t) \ (h > h_{kp}) \text{ va } l(t) < x < \infty \ (h < h_{kp})$$

har birida

$$h(x,t)\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{cases} \tilde{h}_1\dfrac{\partial h}{\partial x}, & h > h_{kp} \\ \tilde{h}_2\dfrac{\partial h}{\partial x}, & h < h_{kp} \end{cases}$$

ko'rinishdagi almashtirish qilingan holda alohida-alohida chiziqlilashtiriladi. Bu yerda $\tilde{h}_1$ va $\tilde{h}_2$ lar $\tilde{h}_1 \in (h_{kp}, h_m]$ va $\tilde{h}_2 \in (h_l, h_{kp}]$ bo'lgan $h(x,t)$ ning biror oraliq qiymatlaridir.

Yuqorida keltirilgan mulohazalardan kelib chiqib bug'lanish mavjud bo'lganda yangi kanallar va suv omborlari yaqinidagi yer osti suvlari dinamikasi haqidagi masala quyidagicha qo'yiladi:

$\Omega_{t_0}^{\infty}\Big|\{x : x = l(t)\}$ sohada

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a^2(x)\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon^-}{\mu} \tag{3}$$

tenglamani hamda quyidagi

$$U(x,t)\Big|_{t=t_0}=\varphi(x),\ U(x,t)\Big|_{x=0}=\psi(t),\ U(x,t)\Big|_{x\to+\infty}=0 \tag{4}$$

$$U(x,t)\Big|_{x=l(t)-0}=U(x,t)\Big|_{x=l(t)+0}=\psi_0=h_{kp}-h_l\ \ (t>t_0) \tag{5}$$

$$\tilde{h}_1\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=l(t)-0}=\tilde{h}_2\frac{\partial U}{\partial x}\Big|_{x=l(t)+0}\quad (t>t_0) \tag{6}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $U(x,t)=h(x,t)-h_l$ va $l(t),\ l(t_0)=0$ funksiyalar topilsin. Bu yerda

$$a^2(x)=\begin{cases} a_1^2=\dfrac{k}{\mu}\tilde{h}_1=const,\ 0<x<l(t), \\ a_2^2=\dfrac{k}{\mu}\tilde{h}_2=const,\ l(t)<x<\infty. \end{cases} \tag{7}$$

$$\varepsilon^{-}=f(U-\psi_0(t)),\ U>\psi_0;\quad \varepsilon^{-}=0,\ U<\psi_0;$$

$$\Omega_{t_0}^{\infty}=\{(x,t):\ 0<x<\infty,\ t_0<t<T\}. \tag{8}$$

(3)-(6) noma'lum qo'zg'aluvchan chegarali masalalar sinfiga tegishlidir.

(3)-(6) masalaning ma'lum Stefan [1] masalasidan farqi shundaki, sohalarni ajratuvchi noma'lum chegarada sarf (oqim) uzluksiz ((5) shart), Stefan masalalarida esa sarf (oqim) uzilishga ega hamda sakrash qo'zg'aluvchan-noma'lum chegaraning tezligiga proportsionaldir.

(3)-(6) masalani eslatilgan Stefan shartidan farq qiluvchi shartning mavjudligi hamda $l(t_0)=0$ bo'lishligi talabidan kelib chiqilganda tekshirish qo'shimcha qiyinchiliklar bilan kechadi. Shu jihatdan (3)-(6) alohida matematik muammo kasb etadi.

Kalit so'zlar. Noma'lum chegara, kvazistatsionar yaqinlashish metodi, vaqtning kichik qiymati, Grin funksiyasi, yer osti suvlari sathi, Laplas-Karson almashtirishi, issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi.

Введение. Данная работа посвящена приближенному решению задачи (3)-(6) для значений времени t, близких к t_0.

Пусть функции f,φ,ψ и их соответствующие производные удовлетворяют соотношениям: $f_{zz}''(z,t),\ \varphi''(t),\ \psi''(x)$. Суть непрерывные функции в своей области определения и кроме того

$$\varphi(x)>0,\ \varphi'(x)<0,\ \psi(t)>0,\ \psi'(t)>0,\ \psi''(t)>0,$$
$$\psi(t_0)=\varphi(0)=\psi_0=const. \tag{9}$$

Функция $\varphi(x)$ определяющая положение УГВ в момент t_0 находится как решение первой краевой задачидля уравнения теплопроводности на полупрямой $x > 0$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, 0 < x < \infty, 0 < t \le t_0,$$

$$u\big|_{t=0} = 0, \; u\big|_{x=0} = \psi(t), u\big|_{x \to +\infty} = 0$$

и имеет вид

$$u(x, t_0) = \frac{x}{2a_2\sqrt{\pi}} \int_0^{t_0} \frac{\psi(\tau)\exp\{-x^2 / 4a_2^2(t_0 - \tau)\}}{(t_0 - \tau)^{3/2}} d\tau. \tag{10}$$

Момент t_0 находится из условия $\psi(t_0) = \psi_0 = h_{kp} - h_l$. Заметим, что в последующих рассуждениях $\varphi(x)$ любая функция, удовлетворяющая условиям (9).

Объект и методы исследования

Применим видоизмененный метод квазистационарного приближения Лейбензона. Сущность метода заключается в том, что подвижная граница «замораживается», т.е. полагается $l(t) = l(s) = const$ и решается обычная задача сопряжения с вертикальной границей раздела $x = l(s)$. Затем, подставляя вместо $l(s)$ функцию $l(t)$ и пользуясь условием на границе $x = l(t)$, получают уравнение для определения $x = l(t)$.

Итак, пологая $l(t) = l(s) \ne 0$ рассмотрим следующую двухслойную задачу на полупрямой $x > 0$, решение которой зависит от $l(s)$:

$$\frac{\partial u^{(s)}}{\partial t} = a^2(x) \frac{\partial^2 u^{(s)}}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon}{\mu}, \quad (x,t) \in \Omega_{t_0}^{\infty} \setminus \{x : x = l(s) \tag{11}$$

$$u^{(s)}\big|_{x=0} = \psi(t); \, u^{(s)}\big|_{t=t_0} = \varphi(x); \; u^{(s)}\big|_{x \to \infty} = 0, \tag{12}$$

$$u^{(s)}\big|_{x=l(s)} = 0, \; \tilde{h}_1 \frac{\partial u^{(s)}}{\partial x}\bigg|_{x=l(s)-0} = \tilde{h}_2 \frac{\partial u^{(s)}}{\partial x}\bigg|_{x=l(s)+0}, \tag{13}$$

где ε и a определяется (7), (8) с учетом $l(t) = l(s)$; φ, ψ и f обладает приведенными выше свойствами (9), символ означает, что $f(x)\big|_{x=a} = f\big|_{x=a+0} - f\big|_{x=a-0}$.

В работе [2] с помощью интегрального преобразования Лапласа-Карсона построена функция Грина двухслойной первой краевой задачи на полупрямой $x > 0$ для уравнения теплопроводности с кусочно-постоянным коэффициентом в случае $l(s)=1$. В случае $l(s)\neq 1,\, l(s)>0$ она имеет вид:

$$g_i(x,t,\xi,\tau,l(s))=\begin{cases} g_1(x,t,\xi,\tau,l(s)), & 0<x,\xi<l(s),\\ g_2(x,t,\xi,\tau,l(s)), & 0<\xi<l(s)<x<\infty,\\ g_3(x,t,\xi,\tau,l(s)), & 0<x,<l(s)<\xi<\infty,\\ g_4(x,t,\xi,\tau,l(s)), & l(s)<x,\xi<\infty,\end{cases}$$

где $g_i(x,t,\xi,\tau,l(s)),\ i=1,2,3,4$ являются суммами сходящихся рядов.

Отметим, что из-за громоздкости выражения для $g_i(x,t,\xi,\tau,l(s))$ эти выражения здесь не приведены.

Пользуясь интегральным представлением [3] решение задачи (11), (12), (13) нетрудно получить в виде решения следующего интегрального уравнения:

$$u^{(s)}(x,t)=A^{(s)}u^{(s)}+B(x,t;l(s)). \tag{13}$$

Здесь

$$A^{(s)}u^{(s)}=\frac{1}{\mu}\int_{t_0}^{t}d\tau\int_{0}^{l(s)}g(x,t,\xi,\tau,l(s))f(u^{(s)}-\psi_0\tau)d\xi$$

$$B(x,t;l(s))=\int_{0}^{+\infty}g(x,t,\xi,t_0,l(s))\varphi(\xi)d\xi+a_1^2\int_{t_0}^{t}\frac{\partial g(x,t,\xi,\tau,l(s))}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0}\psi(\tau)d\tau$$

Принимаем за приближенное решение задачи (3)-(6) функции $u(x,t)$ и $l(t)$ определяемые как решение следующей системы функциональных уравнений :

$$u(x,t)=Au+B(x,t;l(t)),$$
$$\psi_0=[Au+B(x,t;l(t))]\big|_{x=l(t)}. \tag{14}$$

Здесь

$$Au+B(x,t;l(t))\approx[A^{(s)}u^{(s)}+B(x,t;l(s))]\big|_{l(s)=l(t)}.$$

Результаты численного решения задач типа Стефана незначительно отличается от точного решения, полученного в квазистационарном приближении Лейбензона для достаточно малых значений времени [1]. Однако вопрос об оценке погрешности метода остается открытым.

Систему (14) запишем в виде матричного операторного уравнения:

$$P\begin{pmatrix} u \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_2(u,l) \\ P_2(u,l) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (15)$$

где

$$P_1(u,l) = u - Au - B(x,t;l(t)),$$

$$P_2(u,l) = \psi_0 - [Au + B(x,t;l(t))]\big|_{x=l(t)}.$$

Считаем, что областями действия и значений оператора $P\begin{pmatrix} u \\ l \end{pmatrix}$ является соответственно пространства C^* и C, где

$$C^* = C_1 \dotplus C_2;$$

$$C_1 = \left\{u(x,t) : u \in C_{[0,l]\times[t_0,T]}\right\},$$

$$C_2 = \left\{l(t) : l(t) = m(t)(t-t_0)^{1/2+\alpha},\ m(t) \in C_{[t_0,T]},\ 1/2 \le \alpha < 1\right\},$$

$$b = \max_{t_0 < t \le T} l(t) = l(T).$$

Под знаком $\dotplus$ понимается прямое произведение.

Определение нормы в пространствах C^*, C_1 и C_2:

$$\|u\|_{C_1} = \max_{x,t}|u(x,t)|;\ \|l(t)\|_{C_2} = \max\left|(t-t_0)^{-1/2} l(t)\right|;$$

$$\left\|\begin{pmatrix} u \\ l \end{pmatrix}\right\|_{C^*} = \|u\|_{C_1} + \|l\|_{C_2};\ \left\|P\begin{pmatrix} u \\ l \end{pmatrix}\right\|_C = \|P_1(u,l)\|_C + \|P_2(u,l)\|_C.$$

Применим к уравнению (15) метод Ньютона-Канторовича [3].

В начале рассмотрим случай $0 < x < l(t)$.

Положим

$$l_0(t) = 2a_1(t-t_0)^{1/2+\alpha},\ 1/2 \le \alpha \le 1,$$

$$u_0(x,t) = B(x,t;l_0(t)).$$

Тогда первое приближение процесса Ньютона находится решением следующего матричного уравнения относительно поправок $\Delta u(x,t) = u_1(x,t) - u_0(x,t)$ и $\Delta l = l_1(t) - l_0(t)$:

$$\begin{pmatrix} P_{1u}{}'(u_0,l_0)\Delta u + P_{1l}{}'(u_0,l_0)\Delta l \\ P_{2u}{}'(u_0,l_0)\Delta u + P_{2l}{}'(u_0,l_0)\Delta l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P_1(u_0,l_0) \\ -P_2(u_0,l_0) \end{pmatrix} \qquad (16)$$

Здесь $P_{iu}{}',P_{il}{}'\ (i=1,2)-$ производные Фреше [3].

Приступим к получению оценок для норм

$$\left\|P\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right\|,\ \left\|\left(P'\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right)^{-1}\right\| \text{ и } \left\|P''\begin{pmatrix}u\\ l\end{pmatrix}\right\|,$$

которые участвуют в неравенстве, обеспечивающем сходимость процесса Ньютона.
По определению нормы

$$\left\|P\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right\|=\max_{x,t}\left|P_1(u_0,l_0)\right|+\max_{t}\left|P_2(u_0,l_0)\right|.$$

В силу предположений о гладкостях функции $\varphi,\ \psi$ и $f,$ после некоторых преобразований слагаемых левой части (15) получим

$$\left\|P\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right\|\le\eta\equiv M_p\,(t-t_0)^{\alpha},\ \ 1/2\le\alpha<1, \tag{17}$$

где M_p- положительная постоянная, зависящая от данных задачи.

Если мы покажем, что матричное уравнение (16) разрешимо, то этот факт будет эквивалентен существованию и ограниченности по норме обратного оператора

$$\left(P'\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right)^{-1}.$$

Решение матричного уравнения (16) равносильно системе линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода, которая разрешима при значениях $t,$ достаточно близких к t_0.

Выполняя определенные вычисления доказывается , что операторное уравнение (15) имеет единственное в шаре

$$\left\|\begin{pmatrix}u\\ l\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}u_0\\ l_0\end{pmatrix}\right\|\le r<r_1,\ \ r_1=\frac{1+\sqrt{1-2h_0}}{h_0}\eta_0$$

Решение $\begin{pmatrix}u^*\\ l^*\end{pmatrix}$, где h_0,η_0- постоянные, связанные с данными задачи.

Замечание. Решение задачи (3)-(6) в области $l(t)<x<\infty$ явно выписывается с помощью функции Грина для указанной области, если только известно решение указанной задачи в области $0<x<l(t)$.

Результаты и их обсуждение

Выделен и исследован класс задач с неизвестной границей, отличающих от известных задач Стефана, Веригина, Флорина и опысывающих процесс фильтрации вблизи новых каналов и водохранилищ с учетом испарения, которое является нелинейной финитной функцией времени и уровня грунтовых вод.

Результаты данной работы могут быть использованы специалистами научно-исследовательских и проектных институтов, ведущих теоритические и проектно-изыскательные работы по предотвращению засоления и заболачивания а также подтопления земель в районе гидротехнических сооружений (крупные каналы, водохранилища и т.п.).

Заключение

Проведен и применен способ раздельной линеаризации, дающий значительно меньшую погрешность по сравнению обычном способом линеаризации.

Решена задача с неизвестной границей, отличающаяся от известной задачи Стефана, которая описывает процесс фильтрации вблизи новых каналов и водохранилищ с учетом испарения. При этом разработанная методика может быть применена к решению подобных задач математической физики.

Список литературы

1. Рубинштейн Л.И. Проблема Стефана. – Рига: Звайгзе, 1967.- 458 с.
2. Рубинштейн Л.И. Об единственности решения одной двухслойной задачи стефанского типа// Докл. АН СССР, 1965. Т. 160, № 5. - С. 1019-1022.
3. Канторович Л.В. О методе Ньютона/Труды Математического Института В.А.Стеклова.- М., 1949. Том 28.- С. 104-144.

Referencens

1. Rubinstein L. I. The Stefan problem. - Riga: Zvaygze, 1967.- 458 s (in Russian).
2. Rubinstein L. I. On the uniqueness of the solution of one two-layer Stefan type problem// Dokl. AN SSSR, 1965. T. 160, № 5. - S. 1019-1022 (in Russian).
3. Kantorovich L.V. About the Newton's method/ Proceedings of the Mathematical Institute of V.A.Steklov.- Moscow, 1949, T. 28.- S. 104-144 (in Russian).

Авторы:
Жумуратов К.- доцент кафедры математики Гулистанского госуниверситета.
E-mail: jumuratov@mail.ru
Анваров Х. - магистр кафедры математики Гулистанского госуниверситета.

УДК 519.63

NUMERICAL SIMULATION OF THE PROBLEM OF THERMOELASTIC PARALLELEPIPED

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕРМОУПРУГОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

ТЕРМОЭЛАСТИК ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД ҲАҚИДАГИ МАСАЛАНИ СОНЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

Kalandarov Aziz Abdukayumovich[1], Abdullaev Botir[2], Kalandarov Abdukayum[1]

[1]Gulistan State University, 120100, Sirdarya region, Gulistan city, district 4.
E-mail: gulduvestnic@umail.uz
[2]Yangier branch of Tashkent Chemical-Technological University, 121000, Sirdarya region, Yangier city, Tinchlik street. ***E-mail***: tkti_yf@mail.ru

Abstract. This article has developed a numerical model of a thermoelastic process in the form of a dynamic uncoupled boundary value problem. Investigation of the equilibrium of solids subjected to thermomechanical loads is one of the urgent problems of modern science. Finite-difference relations