

68
13-97

МАТЕМАТИК ПРОГРАММАЛАШ

А. Қўчқоров

Ҳ. Мизропов



А. ҚЎЧҚОРОВ, Ў. МИЗРАПОВ

МАТЕМАТИК ПРОГРАММАЛАШ

СССР Қишлоқ хўжалик министрлигининг Олий ва ўрта қишлоқ хўжалик таълими Бош бошқармаси томонидан олий қишлоқ хўжалик ўқув юртларининг иқтисод ва бухгалтерия факультетлари студентлари учун ўқув қўлланма сифатида рухсат этилган

ТОШКЕНТ „ЎҚИТУВЧИ“ 1985

Қўчқоров А., Мизрапов

Математик программалаш: Олий қ. х. ўқув юрт. иқтисод ва бухгалтерия фак. студ. учун ўқув қўлл. — Т.: Ўқитувчи, 1985 — 176 б.

1. Автордош.

Кучкаров А., Мизрапов У. Математическое программирование: Учеб. пособие для студ. сельхозинститутов.

ББК 65.9(2)23я73+32.973

№ 237—85
Навоий номли ЎзССР
Давлат кутубхонаси.

Тираж 2000
Қарт. тиражи 4000

Тақризчи: педагогика фанлари
кандидати О. Абдуллаев

Кириш

Коммунизмнинг моддий-техника базасини яратиш халқ хўжалигига планли раҳбарлик қилишни, ишлаб чиқариш самарадорлигини оширишни, моддий ресурсларни иқтисод қилиш ва уларни илмий асослашни талаб этади.

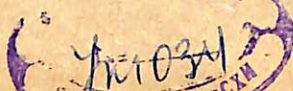
Жамиятимизда фан ва техниканинг тез ўсиши, ишлаб чиқариш структурасининг такомиллашуви халқ хўжалигига раҳбарлик қилишда янги методлардан юқори даражада фойдаланишни, халқ хўжалигига раҳбарлик қилишда раҳбарнинг илмий томондан юқори савияга эга бўлишини талаб этади.

Ҳозирги вақтда халқ хўжалигини планлаштириш ва бошқариш, ишлаб чиқариш жараёнини чуқур илмий таҳлил этиш, меҳнат унумдорлиги ва ишлаб чиқаришнинг рентабеллик даражасини ўстириш, ички резервларни қидириб топишда математик методлар ва электрон ҳисоблаш машиналаридан (ЭҲМ) фойдаланиш катта самаралар бермоқда.

Математик программалаш курси юқорида айтиб ўтилган муаммоларни ҳал этишда муҳим математик аппаратлардан бири ҳисобланади.

Ушбу қўлланмада шу курсга бағишланган программанинг энг муҳим масалалари ёритилди. Бунда асосан чизиқли программалаш ҳақидаги умумий тушунчалар билан биргаликда математик программалашнинг асосий масаласи—симплекс метод, иккиламчи симплекс метод ва транспорт масаласига оид бўлган бир қанча масалаларга етарлича эътибор берилиб, уларни планлаштириш ва бошқариш масалаларини ечиш билан боғлаб борил-

К 1 702200000—174
353 (04) — 85 134 — 85
„Ўқитувчи“ нашриёти, 1985 й.



ди. Бундан ташқари ўқув қўлланмада масалаларни ЭҲМ ёрдамида ечиш методикаси конкрет мисоллар ёрдамида кўрсатилди.

Ўқув қўлланма қишлоқ хўжалик институтларининг иқтисод-бухгалтерия факультети студентлари учун мўлжалланган бўлиб, ундан бошқа олий ўқув юртлирининг иқтисод бўлими студентлари ҳам фойдаланишлари мумкин. Ўқув қўлланма шу соҳада ўзбек тилида нашр этилган дастлабки қўлланмалардан бири бўлганлиги туфайли унда айрим камчиликлар учраши мумкин. Муаллифлар қўлланма ҳақида билдирилган мулоҳазаларни миннатдорчилик билан қабул этадилар.

1-606. МАТЕМАТИК ПРОГРАММАЛАШ ҲАҚИДА УМУМИЙ ТУШУНЧАЛАР

1-§. Математик программалаш ҳақида тушунча ва унинг умумий масаласи

Математик программалаш математиканинг бир тармоғи бўлиб, берилган функцияларнинг экстремал (максимум ёки минимум) қийматларини кўрилаётган соҳада чизиқли ёки чизиқли бўлмаган тенгламалар ва тенгсизликлар орқали топиш усуллари билан шуғулланади.

Математик программалаш инсон фаолиятининг турли соҳаларида, айниқса халқ хўжалиги корхоналарида ва унинг тармоқларида планлаштириш ва бошқаришнинг самарадорлигини оширишда кенг қўлланадиган.

Замонавий саноат корхоналарида ишлаб чиқаришни мақбул қарор бўйича планлаштириш ва бошқариш учун жуда кўп маълумотлар керак бўладиги, уларни қайта ишлаш ва тегишли қарор қабул қилишни замонавий ҳисоблаш машиналарининг ёрдамсиз тасаввур этиш қийин. Айниқса энг мақбул оптимал қарорлар қабул қилишда қийинчиликларни енгиш ва ахборотларни қайта ишлаш анча мураккаблашади.

Ишлаб чиқаришнинг бирор соҳаси бўйича тегишли қарор қабул қилиш бир қанча босқичлардан иборатдир.

Биринчи босқичда қаралаётган объектга нисбатан мақсаднинг қай тартибда қўйилишига кўра зарур бўлган воқеа ва ҳодисалар (кўрсаткичлар) аниқланади. Улар орасидаги қонуниятлар ҳар томонлама таҳлил этилади.

Иккинчи босқичда қўйилган масаланинг математик модели тузилади. Масаланинг математик модели деганда, ечилаётган масаланинг ҳамма шартларини математик белгилар, тенглама ва тенгсизликлар орқали ифодалаш тушунилади. Масалани ечишда эса мақсад функциясининг характери аниқланади. Мақсад функцияси кўпинча кўрилаётган масаланинг оптималлик мезони кўринишида бўлиши мумкин.

Учинчи босқичда мақсад функциясига таъсир этувчи кўрсаткичлар аниқланиб, улар орасидаги ўзаро муносабат, таъсирлар ва асосий қонуниятлар аниқ-

ланади ва ниҳоят, тўртинчи босқичда олинган натижалар анализ қилиниб, кўриладиган реал объектга нисбатан тегишли қарор қабул қилинади.

Юқорида кўриб ўтилган босқичларни амалга ошириш, экстремал масаланинг математик моделини тузиш, ҳисоблаш ишларини электрон-ҳисоблаш машиналари (ЭХМ) орқали амалга ошириш кабилар билан математик программалаш фани шуғулланади. Ечиладиган масаланинг ҳажмига кўра ҳисоблаш ишларини амалга оширишда бир қанча маълумотларни йиғиш ва қайта ишлашга тўғри келадиги, бу эса ЭХМ дан фойдаланишда мавжуд бўлган ёки маълум алгоритмга кўра машинавий программалар тузишга олиб келади.

Математик программалашнинг умумий масаласини қуйидагича ифодалаш мумкин.

Шундай $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ўзгарувчилар топилсинки, мақсад функцияси $z = F(x)$ экстремал қийматларга (тах ёки min) эришсин ва $Ax \leq B$ бажарилсин. Бу ерда $x \in M$ бўлиб, x — векторли бирор M тўпламда аниқланган ечимга эга бўлсин, A — $(m \times n)$ ўлчовли матрица, B — n ўлчовли вектор.

Математик программалашнинг бир қанча бўлимлари мавжуд бўлиб, улардан энг асосийларини қисқача кўриб ўтайлик.

Чизиқли программалаш — мақсад функцияси чизиқли кўринишда бўлиб, унинг экстремал қийматлари орасидаги муносабат чизиқли тенгламалар ва тенгсизликлар орқали ифодаланади.

Чизиқли бўлмаган программалаш — мақсад функцияси ва ечим орасидаги муносабатлар чизиқсиз ифодаланади. Ўз навбатида чизиқли бўлмаган программалаш ушбу ҳилларга бўлинади:

Қабарик программалаш — ечиладиган масала қабарик тўпламда берилган бўлиб, мақсад функцияси қабарик шаклда берилиши мумкин.

Квадратик программалаш — мақсад функцияси квадратик шаклда ифодаланиб, чегаравий шартлар чизиқли тенгламалар ва тенгсизликлар кўринишда берилади.

Бутун сонли программалаш — изланаётган ўзгарувчиларга нисбатан бутунлик шарти киритилади.

Динамик программалаш — экстремал масаланинг ечими бир неча босқичлардан иборат бўлиб, ҳар бир олдинги босқичнинг ечими кейинги босқичлар учун бошлан-

ғич маълумотлар сифатида фойдаланилса, бу программалашни қўллаш мақсадга мувофиқдир.

2-§. Математик программалашнинг оптималлик мезони ва унинг турлари

Ечиладиган экстремал масалалар математик программалашнинг қайси соҳаларида кўриладиган бўлмасин, унда мақсад функцияси ёки оптималлик мезонининг қай тартибда қўйилиши муҳим аҳамиятга эга. Агар кўриладиган масала халқ хўжалигининг тармоқ ёки корхоналарига нисбатан ечилса, масаланинг оптималлик мезонини тузиш яна ҳам аҳамиятлидир.

Оптималлик мезони — масала ечимининг мақсадига олиб келувчи кўрсаткич бўлиб, ҳар хил кўринишларда берилиши мумкин. Оптималлик мезони бутун халқ хўжалигига нисбатан қўйилса, у моддий ва маънавий фаровонлик даражасини ифодалайди. Бу мезон *глобал* мезон дейилади, халқ хўжалигининг тармоқ ва корхоналарига нисбатан қўйиладиган мақсад функцияси эса *локал мезон* дейилади ва глобал мезонни амалга ошириш учун хизмат қилади.

Тармоқ ва корхоналар фаолиятини планлаштиришда ечиладиган масалаларнинг оптималлик мезони қай тартибда қўйилишининг айрим ҳолатларини кўриб ўтайлик.

Тармоқ ёки корхонанинг ишлаб чиқариши билан боғлиқ бўлган масала кўриладиган бўлса, оптималлик мезони сифатида максимал фойда (рентабеллик) ёки минимал (сарфланган) харажатлар олинishi мумкин.

Қуйидагича масала берилган бўлсин. Бирор корхонада 300 минг тонна маҳсулот ишлаб чиқарилади. Бу ҳажмдаги маҳсулотни тўрт хил вариантда $x_i = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ ишлаб чиқариш мумкин. Бир тонна маҳсулотнинг таннархи мос равишда $c_i = (c_1, c_2, c_3, c_4) = (90, 96, 102, 105)$ ва ажратилган капитал қўйилмалар эса $x_i = (k_1, k_2, k_3, k_4) = (130, 90, 60, 50)$ бирликда бўлсин. Жами маҳсулот ишлаб чиқаришга ажратилган капитал маблағ 25 млн. сўм бўлса, масаланинг математик модели минимал таннархга кўра қуйидагича бўлади:

1) Оптималлик мезони (мақсад функцияси)

$$Z = 90x_1 + 96x_2 + 102x_3 + 105x_4 \rightarrow \min.$$

2) Жами маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажми

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 300000.$$

3) Капитал қўйилмалар бўйича

$$130x_1 + 90x_2 + 60x_3 + 50x_4 \leq 25000000$$

4) Ўзгарувчиларнинг манфий бўлмаслик шартини

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0; x_4 \geq 0.$$

Умумий ҳолда эса

$$Z = \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i \geq B, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m k_i \cdot x_i \leq k, \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}) \quad (4)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Маълумки, ишлаб чиқаришни ташкил этиш ва планлаштиришда мавжуд бўлган ресурслар (хом ашё, капитал қўйилмалар, ишчи кучи, ишлаб чиқариш қувватлари ва ҳоказолар) чегараланган. Бу эса ресурслардан янада самарали фойдаланишни тақозо этади. Шунинг учун айрим ҳолларда оптималлик мезон сифатида, яъни (1) формулада таннарх ўрнига $c_i = S_i + Ek_i$ ифода олинади. Бу ерда S —ишлаб чиқариш харажатлари, E —капитал қўйилмаларнинг самарадорлик коэффициенти. Бу коэффициент бутун халқ хўжалигига нисбатан қаралса 0,2 га тенг, айрим олинган тармоқларда ҳар хил бўлиши мумкин, k эса капитал қўйилмалар.

Ишлаб чиқаришни ташкил этишда транспортнинг роли ҳам беқиёсдир. Агар транспорт харажатлари ҳам мос равишда ҳисобга олинса, оптималлик мезонининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$Z = \sum_{ij} (S_i + Ek + t_{ij}) \cdot x_i \rightarrow \min. \quad (5)$$

Ишлаб чиқаришни ташкил этишда фақатгина капитал қўйилмаларгина чегараланмай, ер, табиий ресурслар, камёб материаллар, ишчиларнинг айрим категориялари ва ҳоказолар ҳам чегараланган бўлиши мумкин. Шунинг учун $C = S + Ek$ формула қуйидагича бўлади:

$$d_j = c_j + \sum k_j + \sum r_i \cdot s_{ij} + \sum \tau_e \cdot t_{ej} + \sum \mu_n Q_{nj} + T_j, \quad (6)$$

бу ерда d — маҳсулот бирлигига кўра дифференциал харажат;

c — таннарх; k — капитал қўйилмалар; S — табиий ресурслар (ер, сув, ва ҳ. к.) дан фойдаланиш нормаси;

r — табиий ресурсларнинг тўлов нормаси;

t — ишчи категорияларига кўра сарфланадиган меҳнат нормаси;

τ — ишчи категорияларига кўра меҳнат баҳоси;

Q — материаллар ишлатиш нормаси;

μ — камёб материаллар ишлатиш нормаси;

T — транспорт харажатлари.

Юқорида кўриб ўтилган оптималлик мезонларидан ташқари максимал келтирилган фойда

$$P_i = (S_i + \alpha_i) \rightarrow \max.$$

(S — маҳсулотнинг оптимал баҳоси, α — дифференциал харажатлар), тармоқлараро мезон ва бутун халқ хўжалигига нисбатан мезонни таққослаш сифатида

$$W_p = \int_0^x [S(x) - \alpha(x)] dx \quad (7)$$

кўринишдаги оптимал мезонни ҳам олиш мумкин. Ҳамма тармоқларни халқ хўжалигига нисбатан қаралса, оптималлик мезони вектор сифатида ҳам берилиши мумкин.

Кўриниб турибдики, планлаштириш ва бошқариш масалаларини математик методлар ва ЭҲМ ни қўллаб ҳал этишда оптималлик мезонини танлаш муҳим аҳамиятга эга экан.

3-§. Иқтисодий масалаларнинг содда математик моделларини тузиш

а) Хом ашё масаласи. Икки хил B_1 ва B_2 маҳсулот тайёрлаш учун уч хил хом ашё S_1, S_2 ва S_3 ишлатилади. 1-жадвалда хом ашё запаси, маҳсулот бирлиги сони ва ҳар бир маҳсулот баҳоси берилган.

Буларга нисбатан шундай план тузиш зарурки, умумий етиштирилган маҳсулот реализациясидан олинadиган фойда максимал бўлиб, хом ашё запасидан рационал фойдаланилсин.

x_1 орқали B_1 маҳсулот бирлиги миқдорини; x_2 орқали B_2 маҳсулот бирлиги миқдорини белгилаймиз. Хом ашё

Хом ашё турлари	Хом ашё запаси	Маҳсулот бирлигини тайёрлаш учун сарфланган хом ашё миқдори	
		B_1	B_2
S_1	30	4	5
S_2	40	3	6
S_3	60	2	6
Даромад	—	60	50

бирлиги миқдорини ва хом ашё запасини назарда тутиб, қуйидаги чекланишлар (тенгсизликлар) ни тузамиз:

$$4x_1 + 5x_2 \leq 30,$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 40,$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60,$$

бунда маҳсулот ишлаб чиқариш учун кетган хом ашё умумий запасдан ошмаслиги керак. Бу ерда қуйидаги ча мулоҳаза юритиш мумкин. Агар B_1 маҳсулот чиқарилмаса, $x_1 = 0$, акс ҳолда $x_1 \geq 0$; B_2 учун ҳам худди шундай. Агар, x_1 ва x_2 ларга нисбатан манфиймаслик шартлари қўйилса, $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$ бўлади.

Масаланинг асосий мақсади тайёрланган маҳсулот реализация қилингандан сўнг энг кўп даромад олишдан иборат. Агар бирор мақсадга қаратилган тушунчани бирор функция билан алмаштириб Z билан белгиласақ, у вақтда юқоридаги масала учун қуйидаги мақсад функцияси

$$Z = 60x_1 + 50x_2 \quad (1)$$

нинг максимум қийматини қуйидаги шартлар бажарилганда топилади:

$$4x_1 + 5x_2 \leq 30, \quad (2)$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 40, \quad (2)$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 60, \quad (2)$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; \quad (3)$$

(1), (2) ва (3) шартлар биргаликда шу қўйилган масаланинг математик формада ёзилиши ёки масаланинг математик модели деб қаралади.

Юқорида кўриб ўтилган масалани умумий ҳолда, қараш, яъни n хил маҳсулот етиштириш учун m хил

хом ашё турларидан фойдаланиш зарур бўлса, бу масаланинг матрицавий кўринишини жадвал шаклида кўрсатиш мумкин (2- жадвалга қаранг).

Хом ашё турлари	Хом ашё запаси	Маҳсулот бирлигини тайёрлаш учун сарфланган хом ашё миқдори			
		B_1	B_2	...	B_n
S_1	b_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
S_2	b_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...
S_m	b_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}
Даромад	—	C_1	C_2	...	C_n

2- жадвалдаги символларнинг мазмуни бундай:

S_i ($i = \overline{1, m}$) — хом ашё турлари;

b_i — хом ашё запаслари;

B_i — маҳсулот хиллари.

a_{ij} — i турдаги хом ашёдан j турдаги маҳсулотнинг бир бирлигини етиштиришга кетган хом ашё миқдори;

C_j — j турдаги маҳсулот бирлигининг баҳоси;

x_j — j турдаги маҳсулотнинг миқдори.

У ҳолда масалани математик формада қуйидагича ёзамиз:

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (1)$$

мақсад функциясининг максимум қийматлари қуйидаги шартларда топилсин.

$$b_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n \quad (2)$$

чегаравий шартлар ва

$$x_j \geq 0 \quad (3)$$

(номаълумларнинг манфий бўлмаслик шarti).

Рацион тузиш масаласи. Сигирларни боқиш учун шундай рацион тузиш керакки, унда энг камида 7 озу-

қа бирлиги. 92 гр фосфор, 12 мг карогин моддалари мавжуд бўлсин. Ҳар бир озуканинг 1 килограмида қанча тўйимли модда борлиги 3-жадвалда берилган.

3-жадвал

Тўйимли озукалар	1 кг озукда тўйимли модда бирлиги	
	I хил озук	II хил озук
S_1	2	1
S_2	1	3
S_3	2	4

1 кг биринчи хил озуканинг баҳоси 4 тийин, иккинчи хил озуканинг баҳоси 5 тийин бўлса, шундай рацион тузиш керакки, натижада уларга кетган умумий харажат энг арзон бўлсин.

Юқорида келтирилганларни эътиборга олиб, мақсад функцияси билан, биринчи, иккинчи хил озукдаги тўйимли модда миқдорларини ва етиштириш сарфини x_1, x_2 лар билан белгилайлик. Натижада бу масаланинг математик формада ёзилиши қуйидаги кўриниш-ни олади:

$$Z = 4x_1 + 5x_2 \quad (1)$$

функциянинг минимум қийматига қуйидаги шартларда эришилсин:

$$2x_1 + x_2 \geq 7, \quad (2)$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 9,$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 12, \quad (3)$$

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0.$$

Бу масалани m хил тўйимли моддалари бўлган n хил озук учун ҳам умумлаштириш мумкин. Масалани математик формада ёзиш учун ушбу белгилашларни киритамиз:

a_{ij} — i турдаги тўйимли моддаси бўлган j турдаги бир бирлик озук миқдори;

c_j — j турдаги бир бирлик озук таннархи (ҳосбаи)

x_j — j турдаги озук миқдори.

У вақтда

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

физикли функциянинг минимум қиймати қуйидаги шартларда топилсин:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\geq b_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

Бундай кўринишдаги масалаларни ечиш математик программалашнинг махсус методлари билан амалга оширилади, бу ҳақда кейинги бобларда батафсил тўхталиб ўтамиз.

Транспорт масаласи. Иккита A_1 ва A_2 ишлаб чиқарувчи пунктда мос равишда a_1 ва a_2 бирлик маҳсулот мавжуд. Бу маҳсулотни учта B_1, B_2, B_3 истеъмолчи пунктларга мос равишда b_1, b_2, b_3 миқдорда жўнатиш талаб қилинади. Ишлаб чиқариш пунктларидан истеъмолчи пунктларга бир бирлик маҳсулотни ташиш учун сарфланган транспорт харажатлари (C_{ij}) 4-жадвалда берилган.

Маҳсулот (юк) ташишни шундай ташкил этиш керакки, транспорт харажатлари энг кам сарфланиб, истеъмолчилар талаблари мос равишда қондирилсин.

Бунинг учун i - ишлаб чиқариш пунктидаги маҳсулотни j - истеъмолчига етказиб бериш учун зарур бўлган юк миқдорини x_{ij} билан белгилайлик. Кўришиб турибдики, $i = \overline{1,2}; j = \overline{1,3}$. Бу кўринишдаги транспорт масаласининг мақсад функцияси

$$\begin{aligned} Z &= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} = \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij}x_{ij} \end{aligned}$$

бўлиб, қуйидаги шартларда у минимал қийматига эришилсин:

$$1. \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} = a_1,$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = a_2$$

матларини уларнинг манфий бўлмаслик шarti (5) да топиш керакки,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq a_1 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \dots \dots \dots \\ & a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n \leq a_k \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (5)$$

натижада чизиқли функция

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (6)$$

максимум қийматга эришсин.

Бундай кўринишдаги масалаларда, агарда номаълумлар сони (x_j) иккитадан ошмаса, уларни график методда ечиш қулайроқдир,

3-масала (каноник форма). Қуйидаги n номаълумли m та тенгламалар системаси (7) ни қаноатлантирувчи x_1, x_2, \dots, x_n номаълумларнинг шундай қийматларини, уларнинг манфий бўлмаслик шarti (8) да топиш керакки,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = a_1 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \dots \dots \dots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = a_m; \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (8)$$

натижада чизиқли функция (9)

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (9)$$

максимум қийматга эришсин.

Моделларнинг бундай формаларида чизиқли функция Z нинг максимум қийматларини топиш талаб этилади.

Агар қўйилган масалада мақсад функциясининг минимум қийматини топиш керак бўлса, у вақтда мақсад функция Z ни ($-Z$) билан алмаштирамиз, натижада (9) нинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$Z = -Z = -c_1x_1 - c_2x_2 - \dots - c_nx_n.$$

Юқорида кўриб ўтилган формулаларда системалар тенгсизлик кўринишида берилган бўлса, албатта уларни тенглама кўринишига келтириш мумкин, яъни

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b_1$$

тенгсизликни унинг чап томонига қўшимча номаълум x_{n+1} ни қўшиб,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b_1$$

тенглама кўринишига келтирамиз.

Манфий бўлмаган x_{n+1} номаълум қўшимча номаълум ўзгарувчи деб юритилади.

5-§. Математик программалашнинг ривожланиш тарихи

Биринчи марта чизиқли программалаш масаласининг қўйилиши; юк ташишнинг оптимал планини тузиш масаласи билан совет экономисти А.Н. Толстой (1930) шуғулланди. 1931 йили венгр математиги Б. Эгервари чизиқли программалаш масаласининг қўйилишига қараб уни математик формада ечиш методини яратди, бу методни „танлаш проблемаси“ деб атади. Чизиқли программалаш масалаларини ечишда систематик текширишлар ҳамда уларни ечишда умумий методларнинг мукамаллашуви совет олими Л. В. Кантарович (1939) ишларида бошланган. У масалалар ечилишининг умумий методини таклиф қилади. Л. В. Кантарович, В. С. Немчинов, В. В. Новожилов, А. Л. Лурье, А. Брудно, А. Г. Аганбегян, Д. Б. Юдин ва Е. Т. Гольштейнларнинг кейинги ишларида ҳар хил иқтисодий масалаларни ечишда чизиқли ва ночизиқли программалашнинг математик назарияси ва уларнинг татбиқлари ривожлантирилади. Чизиқли программалаш методларига кўпгина чет эллик ва айниқса америкалик олимларнинг ишлари бағишланган.

Чизиқли программалаш масалаларини ечишнинг асосий методи симплекс методи 1949 йилда Ж. Данцит томонидан яратилди.

Чизиқли ва ночизиқли программалаш методлари кейинчалик Форд, Фалкерсон, Кун, Лемке, Гасс, Чарнес, Билл ва бошқаларнинг ишларида ривожланди. Ҳозирги пайтда чизиқли программалаш методлари асосан конкрет иқтисодий масалаларни ЭҲМда ечиш учун қулайроқ алгоритмлар тузишга қаратилган. Чизиқли программалашнинг ривожланиши билан бир вақтда ночизиқли программалаш масалаларига катта эътибор берилмоқда.

Бу масалаларда мақсад функцияси чизиқли ёки ночизиқли, ёки иккаласи ҳам ночизиқли кўринишда бўлади.

Топилган бу ечимни берилган дастлабки маълумотлар билан солиштириб қуйидаги 6-жадвални ҳосил қиламиз.

6-жадвал

Тартиб номери	Озуқа бирлиги	Ресурслар		Фарқ ёки иқтисодий самара
		берилган вариантда	оптималь вариантда	
1.	Ем бирлиги (кг)	2,3	2,3	—
2.	Протенин (гр)	259	259	—
3.	Кальций (гр)	16	16	—
4.	Фосфор (гр)	10	18,037	0,037
5.	Каротин (гр)	10	10	—
6.	Лизин (гр)	15,52	16,169	0,649
7.	Метионин (гр)	11,4	12,239	0,839
8.	Триптофан (гр)	2,7	5,463	2,763

Жадвалдан кўришиб турибдики, берилган моддалар бўйича оптималь рацион тузиш учун фосфордан 18 г, лизин моддасидан 16 гр, метиониндан 12 гр ва триптофандан эса 5 гр фойдаланилганда рационнинг баҳоси хўжаликка энг арзон, яъни 14 тийинга тушар экан.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Абрамов Л. М., Капустин В. Ф. Математическое программирование, изд. Ленинградского университета, Ленинград, 1976 г.
2. Бирман И. Я. Транспортная задача линейного программирования, изд. "Экономика", М., 1962 г.
3. Гасс С. Линейное программирование. "Физматгиз", М., 1961 г.
4. Искандаров Р., Назаров Р. Алгебра ва сонлар назарияси, I қисм. "Ўқитувчи" нашриёти, Тошкент, 1977 й.
5. Карпелевия Ф. И., Садовский Л. Е. Элементы линейной алгебры и линейного программирования Изд-во "Наука". М., 1967 г.
6. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование, М., "Высшая школа", 1975 г.
7. Калихман И. Л. Линейная алгебра и программирование, М., "Высшая школа", 1967 г.
8. Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И. "Линейное и выпуклое программирование", Изд-во "Наука", М., 1964 г.
9. Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию. Изд-во "Наука", М., 1969 г.
10. Солодавников А. С. Введение в линейную алгебру и линейное программирование, Изд-во "Просвещение", М., 1966 г.
11. Қўчқоров А., Мизрапов У. Қишлоқ хўжалигини планлаштиришда математик методлар. Тошкент, "Ўқитувчи" нашриёти, 1975 й.
12. Адхамов М., Огабоев Т. Планлаштиришда математик методларни қўлланиш, Тошкент, "Ўқитувчи" нашриёти, 1982 й.

МУНДАРИЖА

Кириш	3
I б о б. Математик программалаш ҳақида умумий тушунчалар	5
1-§. Математик программалаш ҳақида тушунча ва унинг умумий масаласи	5
2-§. Математик программалашнинг оптимальлик мезони ва унинг турлари	7
3-§. Иқтисодий масалаларнинг содда математик моделларини тузиш	9
4-§. Чизиқли программалаш масалалари моделларининг ҳар хил формалари	15
5-§. Математик программалашнинг ривожланиш тарихи	17
II б о б. Чизиқли программалаш методларининг назарий асослари	18
1-§. Уч номаълумли тенгламалар системасининг ечимлари соҳаси	18
2-§. Номаълумлар сони истаганча бўлган чизиқли тенгсизликлар системалари	27
3-§. Ботиқ тўплалар	30
4-§. Чизиқли тенгсизликлар ва уларнинг геометрик маъноси	32
5-§. Чизиқли программалаш масалаларининг геометрик тасвирлари ва уларни график методида ечиш	37
6-§. Матрицалар	45
III б о б. Чизиқли программалашнинг асосий методи ва уни симплекс метод ёрдамида ечиш	56
1-§. Чизиқли программалашнинг асосий масаласи—симплекс метод	56
2-§. Базис ва йўл қўйилган ечимлар	61
3-§. Жорданнинг чиқариш методлари	68
4-§. Тенгламалар системасини ечишда Жордан-Гаусс алмаштиришлари	74
5-§. Симплекс методининг алгоритми	91
6-§. Чизиқли программалаш масаласини ечишда сунъий базис методи ёки (М-метод)	91
IV б о б. Чизиқли программалашнинг иккиламчи масаласи	100
1-§. Икки тарафламали жадваллар	100
2-§. Икки тарафлама симплекс методи	102
	175

V б о б. Чизиқли программалашнинг транспорт масаласи	109
1-§. Транспорт масаласи ҳақида умумий тушунчалар	109
2-§. Транспорт масаласининг қўйилиши ва унинг модели	110
3-§. Транспорт масаласини ечишнинг потенциал методи	112
4-§. Транспорт масаласининг тақсимлаш методи	121
5-§. Транспорт масаласининг очиқ модели	131
6-§. Тақрибий ҳисоблаш методи (Аппроксимация методи)	135
VI б о б. Математик программалашнинг айрим турлари	144
1-§. Бутун сонли программалаш	144
2-§. Каср чизиқли программалаш	153
VII б о б. Масалаларни электрон ҳисоблаш машиналарида ечиш	160
1-§. Умумий тушунчалар	160
2-§. Масалани „Наири“ ҳисоблаш машинасида ечиш	162
3-§. Масалани стандарт Симплекс программаси орқали ЕС-ЭҲМ да ечиш	166
Фойдаланилган адабиётлар	174

На узбекском языке

Абдували Кучкаров и Уракбай Мизрапов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

(Учебное пособие для студентов сельхозвузов)

Ташкент „Ўқитувчи“ 1985

Махсус редактор Адҳамов М.
 Редактор Умарова М.
 Бадий редактор Федоров П.

Техредактор Картаева Е.
 Корректор Аззамов П.

ИБ № 3238

Тершига берилди 6.09.84 й, Босишга рухсат этилди 4.05.85. Р-01664. Формат 84×108/32. Литературная гарнитураси. Кегль 10, 8 шпонсиз. Тип. қоғози № 3. Юқори босма усулида босилди. Шартли 6. л. 9,24. Шартли кр.-отт. 9,40. Нашр. л. 7,62. Тиражи 4000. Заваз № 210. Баҳоси 45 т.

„Ўқитувчи“ нашриёти. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома 7-125-83.

Область газеталарининг М. В. Морозов номидаги босмахонаси ва бирлашган нашриёти. Самарқанд. У. Турсунов кўчаси, 82. 1985.

Объединенное издательство и типография областных газет имени М. В. Морозова. Самарканд, ул. У. Турсунова, 82.