ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ГУЛИСТОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Қўлёзма ҳуқуқида
УДК 371.3:372.8.002

Бутабоев Алимардон Алимжонович

ФРАКТАЛ ГРАФИКА ИМКОНИЯТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИБ ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИНИ ЕЧИШ УСУЛЛАРИ

5А110701 – Таълимда ахборот технологиялари

Магистр
академик даражасини олиш учун ёзилган
диссертация

Илмий раҳбар: техника фанлари номзоди,
доцент С.П.Аллаёров

Гулистон – 2019

Аннотация

Ушбу тадқиқот ишида чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг назарий асослари ёритилган. Бунда чизиқли тенгламалар ва уларнинг системалари тушунчаси, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг анъанавий усуллари, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикасининг таҳлили кабилар баён қилинган. Шунингдек, фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг амалий асослари ёритилган. Бунда фрактал графика ва унинг умумий тавсифи, фрактал графиканинг имкониятлари ва улардан фойдаланиш, фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикаси келтирилган.

Annotation

In this research theoretical foundations of linear equations and their systems solution are described. The concept of linear equations and their systems, traditional methods of solving linear equations and their systems, analysis of linear equations and their method of solving their systems are described. Also, using fractal graphics, the practical bases for solving the linear equations and their systems are described. At the same time, the fractal chart and its general description, the possibility and use of fractal graphics, the method of solving the linear equations and their systems using the fractal graphics.

МУНДАРИЖА

К И Р И Ш

Мавзунинг асосланиши ва унинг долзарблиги. Замонавий ахборот ва коммуникация технолгияларининг ривожланиб бориши, ахборот узатувчи ва қабул қилувчи электрон тизимнинг кенг йўлга қўйилиши ҳамда шу аснода тезкор ахборотга бўлган талабнинг жуда юқори суръатлар билан ортиб бориши бу борадаги қонунчилигимизни ҳам қайта кўриб чиқишни талаб қилмоқда.

Ўзбекистон мустақил демократик давлат сифатида ривожланиш йўлини танлагандан сўнг, дастлабки йиллардаёқ юрт олдига юксак маданият ва маонавиятга ҳамда жаҳон андозалари даражасидаги таълим ва тарбияга эришиш вазифалари қўйилди. Бу борадаги дастлабки қадам Ўзбекистон Республикасининг «Таълим тўғрисида»ги ва «Кадрлар тайёрлаш миллий дастури тўғрисида»ги қонунларнинг жорий қилиниши бўлди. Миллий дастур мақсади ва вазифаларини босқичма-босқич рўёбга чиқармоқда.

Яқин кунгача фойдаланувчи ўзининг математик масаласини ечиш учун нафақат математикани билиши балки компьютерда ишлашни, камида битта дастурлаш тилини билиши ва мураккаб ҳисоблаш усулларини ўзлаштирган бўлиши керак бўлар эди. Ҳозирда эса дастурлашни билмайдиган ёки хоҳламайдиганлар учун тайёр илмий дастурлар мажмуалари, электрон қўлланмалар ва типик ҳисоб-китобларни бажаришга мўлжалланган дастурий воситалар бўлган - амалий воситалар пакетлари (АВП) мавжуд. Бу пакетлар фойдаланувчи учун керакли бўлган барча ишни ёки ишнинг асосий керакли қисмини бажариш имконини беради: муаммони тадқиқ қилиш (аналитик шаклида ҳам); маълумотларнинг таҳлили; ечим мавжудлигини текшириш; моделлаштириш; оптималлаш; графикларни қуриш; натижаларни ҳужжатлаштириш ва шакиллантириш; тақдимотларни яратиш.

Машина математикасини АВП ёрдамида ўрганиш фойдаланувчида математиканинг ҳзини ҳрганиш иллюзиясини яратади. Аммо шуни айтиш жоизки мазкур пакетларда яратилган ҳар қандай чиройли меню фойдаланувчини оддий математик тушунчалардан ва усуллардан уни озод қила олмайди. Хусусан, агар фойдаланувчи матрица нималигини билмаса, у ҳолда матрица алгебраси дастурий пакети унга ҳеч қандай ёрдам бера олмайди, ёки фойдаланувчи ноаниқ бўлмаган интегрални сонли усуллар ёрдамида ҳисоблашга уринганда, у ҳақиқатдан анча йироқ бҳлган жавобни олиши ёки жавобни умуман ололмаслиги ҳам мумкин. Ихтиёрий кенг имкониятларга эга пакет универсал ёндашишга болиқ. Математик пакетларни ишлатишда мутахассис ундан онгли фойдаланиб чегирмалар қилиши мумкин: пакетни унинг муаммосига ростлаши, дастурни модификациялаш, янгилаш, ҳисоблаш вақтини тежаш ва ҳ.к.

Ҳозирги кунда компьютер алгебрасининг нисбатан имкониятли пакетлари бу - Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD, Derive va Scientific Work Place. Булардан биринчи иккитаси профессионал математиклар учун мўлжалланган бўлиб имкониятларнинг бойлиги, ишлатишда мураккаблиги билан ажралиб туради.

MatLab матрицалар билан ишлашга ва сигналларни автоматик бошқариш ҳамда қайта ишлашга мўлжалланган. MathCAD va Derive қўлланилиши жуда осон бўлиб талабаларнинг типик талабларини қондиришни таъминлайди.

WorkPlace математик қўлёзмаларни LATEX тизимидан фойдаланган ҳолда тайёрлашга мўлжалланган бўлиб бир пайда аналитик ва сонли амалларни бажариши мумкин.

Математик масалаларни MathCAD компьютер амалий тизимида ечиш осон. Математиканинг энг содда, оддий математик ифодаларини ҳисоблаш, бир ва икки ўлчамли графиклар қуриш, интеграл ва лимитларни ҳисоблаш, матрицалар устида амаллаш бажариш, чизиқли ва чизиқсиз тенгламаларни ечиш, тенгламалар тизимини ечиш, дифференциал тенгламалар ва тизимларни чегаравий ва бошланғич шартлар билан ечиш, тажриба натижаларини таҳлил қилишда интерполяциялаш, регрессия тенгламаларини қуриш ва чизиқли дастурлаш масалаларини ечиш, ҳамда масалаларнинг аналитик ечимларини қуриш каби масалаларни ечиш процедуралари келтирилган. Уларни ечишда компьютер дастурий воситаларидан қандай фойдаланиш йўллари ва қисқача MathCAD да дастурлаш ҳақида ҳам маолумот берилган.

Ўзбекистон Республикасининг ижтимоий - иқтисодий, маънавий соҳаларда эришаётган ютуқлари, ўз тараққиёт йўлини белгилаб, бозор иқтисодиёти муносабатларига тобора чуқурроқ кириб бораётганлиги туфайли, таълим соҳасида изчил амалга оширилаётган ислоҳотларнинг пировард мақсади бўлган олий ва ўрта махсус таълим олдига, юксак маънавий - ахлоқий фазилатларга эга, рақобатбардош мутахассисларни тайёрлаш вазифасини қўйди.

Замонавий компьютер математикаси математик ҳисобларни автоматлаштириш учун Eurika, Gauss, Derive, MathCAD, Mathematica, Maple ва бошқа дастурий тизимлар ва дастурларнинг тўпламларни таклиф қилади. Улар орасида MATLAB имкониятлари ва маҳсулдорлиги билан ажралиб туради.

MATLAB вақт синовидан ўтган математик ҳисобларни автоматлаштириш тизимларидан биридир. Мамлакатимиз раҳбарининг бевосита ташаббуси билан яратилган «Кадрлар тайёрлаш миллий дастури» даги узлуксиз таълим тизимида олий таълим алоҳида ўринни эгаллайди. Таълимнинг энг муҳим вазифаларидан бири, бу - талабаларни янги педагогик технологиялар ва замонавий ахборот технологиялари асосида юқори савияда мақсадли ўқитиш ва малакали кадрлар тайёрлашни таъминлашдан иборат. Таълимни ислоҳ килишнинг ҳозирги талабларини бажариш аввало ўкитувчидан юксак масъулиятни талаб қилади.

Ижтимоий ўзгаришлар ҳозирги пайтда педагогик концепцияларга турли ўзгартиришлар киритишни талаб этади. Педагогика фанида турли янги тамойилларнинг ташкил топиши, педагогик жараённинг мезонлари назариясини ишлаб чиқиш хисобланади, у ўқитувчининг мутахассислиги асосини ташкил этиши керак.

Ўқитувчи ўз мутахассислиги бўйича чуқур билимга эга бўлиши билан, ўқув жараёнида керакли педагогик ва психологик билимларни чуқур билиши, дарс бериш методикасини ва технологиясини эгаллаган бўлиши керак.

Мамлакатимиз касб-ҳунар коллежларининг асосий вазифаси чуқур фундаментал билимга ва амалий тайёргарликка эга бўлган, кенг йўналишли мутахассисларни шакллантиришдир.

«Кадрлар тайёрлаш Миллий дастури» бўйича олий таълимни ривожлантиришнинг мақсад ва вазифалари шуни кўрсатадики, замонавий олий касбий таълим бериш жараёнида таълим олувчи шахс марказий ўринга қўйилади ва унга таълим-тарбия беришни инсонпарварлаштириш ғояси илгари сурилади. Олий таълим муассасаси фаолиятида шахснинг ақлий ва ижодкорлик қобилиятини ривожлантириш, педагог ва талабалар орасидаги муносабатларни инсонпарварлаштириш муаммолари доимо долзарблигича қолмокда. Шу нуқтаи назардан, олий таълим талабаларига бериладиган математик таълимни юксак маҳоратга эга бўлган ўқитувчи тайёрлаш жараёнининг муҳим таркибий қисми деб қараш лозим.

Касб-ҳунар коллежлари талабаларига математик таълим беришнинг мақсади қуйидагилар билан аниқланади:

- математикани ўрганиш жараёнида талабаларни интеллектуал ривожлантириш, уларга тафаккур қилишнинг асосий усулларини ўргатиш, билиш қобилиятларини тадқик килиш ва маҳоратларини шакллантириш;
- математик тафаккурнинг замонавий кўринишлари ҳақида кўникмалар ҳосил қилиш (алгоритмик ва оптималлаш ва бошқалар);
- математик моделлаштириш соҳасидаги амалий фаолиятга доир кўникма орттириш ва илмий тадқиқотларда математик методлардан фойдаланиш малакасини ҳосил қилиш.

Талабаларнинг билим олиш, хусусан, математик билимларни эгаллаш самараси кўп жихатдан уларда билим олиш иштиёқини шакллантиришга боғлиқ эканлиги аниқланган. Шу билан бирга, психология ва педагогика йўналишлари талабалари билан ўтказилган тест назоратларимиз аксарият талабаларнинг олий математикани ўрганишга бўлган қизиқишларининг шаклланиш савияси жуда паст эканлигини кўрсатди.

Шундай қилиб, касб-ҳунар коллежларида математик таълимнинг мазмунини лойиҳалаш муаммоси долзарб муаммо бўлиб қолмокда. Бизнинг фикримизча, бу муаммони ечишда энг самарали ёндашувлардан бири – дидактик ёндашувдир. Дидактик ёндашувнинг мохияти қуйидагилардан иборат: математик таълимнинг мазмуни замонавий математика мантиқида тақдим этилибгина қолмасдан, талабанинг бўлажак касбий фаолияти мантикида ҳам ўз аксини топиши лозим. Бу ҳолда талабалар ўқув фаолиятининг мақсади нафақат бутун бир илмий тизим сифатида математик аппаратни эгаллаш, балки математика мантиқи асосида касбий аҳамиятга эга бўлган шахсий сифатларни шакллантиришдан иборат бўлади. Худди мана шундай ёндашув олий таҳлимда олий математикани билишга қизиқишни шакллантириш учун оптимал шароитлар яратади, натижада, математика фанипи ўқитишни самарали ташкил қилиш имкониятини яратади.

Шахс структурасидаги билишга қизиқишларнинг аҳамияти ва олий таҳлим талабаларида математикани билишга қизиқиш даражасининг пастлиги орасидаги қарама-қаршиликдан олий таҳлим муассасаларида математика ўқитиш самарадорлигини ошириш мавзусидаги тадқиқот муаммоси келиб чиқади.

Ижодкор, мустақил фикрловчи баркамол шахсни тарбиялаш ва касбга йўналтириш педагогика олий таълим муассасаларида таълим самарадорлигини ошириш билан узвий боғлиқ.

Тадқиқот объекти. касб-ҳунар коллежларида математика фанини ўқитиш жараёни.

Тадқиқот предмети. касб-ҳунар коллежларида математика фанини ўқитишда MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланишнинг мазмуни, шакли, методлари.

Тадқиқот мақсади - касб-ҳунар коллежларида математика ўқитишиинг сифат ва самарадорлигини ошириш мақсадида ахборот технологияларини хусусан, фрактал графика имкониятларини ўқув жараёнига қўллашнинг илмий - методик асосларини ишлаб чиқиш.

Тадқиқот вазифалари:

1. Математика ўқитиш жараёнида ахборот технологияларидан фойдаланиш долзарб педагогик муаммо эканлигини методологик - дидактик жиҳатдан асослаш.
2. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланишнинг назарий - амалий асосларини ишлаб чиқиш.
3. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланишнинг самарадорлик даражасини аниқлаш.
4. Касб-ҳунар коллежларида математика ўқитиш жараёнида педагогик ва ахборот технологияларидан фойдаланишга оид илмий-методик тавсиялар ишлаб чиқиш.

Илмий янгилиги: Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланиш долзарб педагогик муаммо эканлиги методологик – дидактик жиҳатдан ўрганилди, асосланди. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурлари қўллаш ўрганилди. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан математика ўқитиш жараёнида фойдаланишнинг самарадорлик даражаси аниқланди.

Тадқиқотнинг асосий масалалари ва фаразлари:

1. Математика ўқитиш жараёнида ахборот технологияларидан фойдаланиш долзарб педагогик муаммо эканлигини методологик - дидактик жиҳатдан асослаш.
2. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастрларидан фойдаланишнинг назарий-амалий асосларини ишлаб чиқиш.
3. Математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланишнинг самарадорлик даражасини аниқлаш.

Тадқиқот мавзуси бўйича адабиётлар шарҳи (таҳлили):

1.Ҳ.Ҳабибуллаева. “Математикадан ижодий ўқув топшириқлари” Илм,фан тараққиётида олима аёлларнинг ўрни. Республика Илмий-амалий анжумани материаллари. Фарғона, 2010 йил.

2. З.Алёрова, Ҳ.Ҳабибуллаева. “Даражали функция” боб мавзулари асосида такрорлаш ва умумлаштириш дарсларида инновацион технологияларнинг аҳамияти.” Илм-заковатимиз - сенга она - Ватан” мавзусидаги илмий- амалий анжуман материаллари. Фарғона,2010.

3. Ҳ.Ҳабибуллаева. ”Математика” дастурининг дарс самарадорлигини оширишдаги аҳамияти. Инновацион ғояларни таълим - тарбия жараёнига татбиқ этишнинг илмий- услубий муаммолари. Илмий мақолалар тўплами. Фарғона, 2011 йил,172- 173 бетлар.

4. Х.Хабибуллаева, З.Алиёрова. “Математика фанини ўқитишда Maple дастури ва унинг шахсга йўналтирилган ўқув-билув жараёнидаги имкониятлари”. Илм-фан тараққиётида олималарнинг ўрни (“Баркамол авлод йили”га бағишланган илмий-амалий анжуман материаллари, 2-қисми). Фарғона 2010, 114-115 бетлар.

Тадқиқотда қўлланилган методиканинг тавсифи - Тахлилий обзор, анкета, савол-жавоб, суҳбат, кузатиш, прогнозлаш, умумлаштириш, педагогик експеримент, математик статистика.

Тадқиқот натижаларининг назарий ва амалий аҳамияти – Тадкиқот натижасида касб-ҳунар коллежларининг математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан фойдаланишнинг илмий-методик асослари, тамойиллари, педагогик - психологик имкониятлари ишлаб чиқилди. Шунингдек, математика фани математика ўқитиш жараёнида MathCAD, Mathematica дастурларидан дарс мазмунлари, дарс моделлари, илмий - методик тавсиялар билан бойитилди.

Тадқиқ этилаётган муаммога методологик ҳамда илмий-педагогик ёндашув, тадқиқот мақсади, объекти, предмети ҳамда педагогик тадқиқот вазифалари мохиятига мувофиқ методларнинг танланганлиги, тажриба-синов ишларига жалб этилган респондентлар сонининг талаб даражасида еканлиги, тадқиқот натижаларининг статистик тахлил қилинганлиги, тўпланган материалларнинг тадқиқот мазмунини ёритишга имкон берадиган ҳажмда эканлиги, тадқиқот ишида илгари сурилган назарий ғояларнинг амалий фаолият натижалари моҳиятини ифода этишга хизмат қилиши, тадқиқот иши мазмунининг илмий журналлар ва тўпламларда чоп этилган мақолалар ҳамда илмий анжуманлардаги чиқишлар орқали оммалаштирилганлигида ўз аксини топган.

Иш тузилмасининг тавсифи.

Диссертация кириш, учта боб, хулосалар, фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат.

Кириш қисмида ишнинг умумий тавсифи берилган, тадқиқот мавзусининг долзарблиги асосланган, максад, обҳект, предмет, масалалар аниқланган, тадқиқотнинг фарази, методологик асоси, илмий янгилиги назарий ва амалий аҳамияти, экспериментал база ва методлар ифодапанган, ҳимояга тавсия килинадиган асосий ғоялар, тажриба-синов ишининг босқичлари ва тадқиқотнинг апробацияси баён қилинган.

Биринчи боб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг назарий асослари ҳақида маълумот деб аталган. Унда замонавий компьютер математикаси математик ҳисобларни автоматлаштириш учун Eurika, Gauss, Derive, MathCAD, Mathematic, Maple ва бошқа дастурий тизимлар ва уларни тадбиқ қилишда учрайдиган муаммо ҳолатининг тахлили берилган, касб-ҳунар коллежлари ўқувчиларига математик таълим бериш мақсади аниқланган, талабаларни математик тайёрлашнинг мазмуни таҳлил қилиган, уларнинг математик билимлар савияси ва таълим муассасасида предметни мукаммал ўрганиш муаммолари келтирилган.

Тадқиқот ишнинг иккинчи бобида фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишни ўргатиш самарадорлиги ўқитишда ноанъанавий шакллар ва методлар ишлаб чиқиш технологиялари ҳамда тадқиқот ишида қилинган амалий ишлар ҳақида маълумотлар келтирилган.

Тадқиқот ишнинг учинчи бобида касб-ҳунар коллежларида математика ўқитиш жараёнида фрактал графика имкониятларидан фойдаланиш бўйича тажриба-синов ишларининг қўйилиши ҳақида маълумотлар келтирилиб ўтилган.

Тадқиқот ишининг хулоса қисмида бажарилган ишнинг амалиётга қўлланилиши натижасида келиб чиқадиган хулосалар ва тавсиялар келтирилган.

Тадқиқот ишининг сўнгида эса фойдаланилган адабиётлар, интернет сайтлари, электрон китоблар рўйхатлари келтирилган.

Диссертация кириш, 3 боб, хулоса ва адабиётлар рўйхатидан иборат.

I – БОБ. ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИНИ ЕЧИШНИНГ НАЗАРИЙ АСОСЛАРИ.

1.1. Чизиқли тенгламалар ва уларнинг системалари тушунчаси.

Бизга n та номаълумли n та чизиқли алгебраик тенгламалар системаси

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n} = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n} = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{1}$$

берилган бўлсин. Бу ерда a_{ij}, b_i лар берилган сонлар, x_i лар номаълумлар (i,j=1,2,...,n). Агар (1) системага мос келувчи асосий детерменант 0 дан фарқли, яъни

$$\begin{vmatrix} a_{11}\ a_{12}\ \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

бўлса у ягона ечимга эга бўлади.

Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг бир неча усуллари мавжуд бўлиб, улардан асосийлари Крамер, Гаусс, тескари матрица, итерация усулларидир. Бу усуллар алгоритмларини (1) система учун кўриб чиқайлик.

Крамер усули. Крамер усули одатда детерменантлар усули ҳам деб аталади. Бу усулнинг алгоритми қуйидагича. Дастлаб қуйидаги (n+1) та n - тартибли

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11}\ a_{12}\ \ldots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \quad \Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} b_1\ a_{12}\ \ldots a_{1n} \\ b_2\ a_{22}\ \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n\ a_{n2}\ \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \ \ldots \ \Delta_{x_n} = \begin{vmatrix} a_{11} a_{12}\ \ldots b_1 \\ a_{21}\ a_{22}\ \ldots b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\ a_{n2}\ \ldots b_n \end{vmatrix}$$

детерминантларнинг қийматлари ҳисобланади ва ноъмалумлар

$$x_1 = \frac{\Delta_{x1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x2}}{\Delta}, \; . \; . \; . \; . \; , \quad x_n = \frac{\Delta_{xn}}{\Delta}$$

формулалар ёрдамида топилади.

Мисол. Қуйидаги

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 14 \\ 5x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$$

чизиқли алгебраик тенгламалар системасини Крамер усули ёрдамида ечинг.

Ечиш.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -4 & 7 \\ 0 & 5 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-4) \cdot (-2) + 1 \cdot 7 \cdot 0 + 1 \cdot 5 \cdot (-1) - 0 \cdot (-4) \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot (-2) -$$

$$- 2 \cdot 5 \cdot 7 = 16 + 0 - 5 - 0 + 2 - 70 = -57$$

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 14 & -4 & 7 \\ 4 & 5 & -2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-4) \cdot (-2) + 1 \cdot 7 \cdot 4 + (-1) \cdot 14 \cdot 5 - (-1) \cdot (-4) \cdot 4 -$$

$$-1 \cdot 14 \cdot (-2) - 1 \cdot 7 \cdot 5 = 8 + 28 - 70 - 16 + 28 - 35 = -57\,;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 14 & 7 \\ 0 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 14 \cdot (-2) + 1 \cdot 7 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 \cdot 4 - (-1) \cdot 14 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot (-2) -$$

$$- 2 \cdot 7 \cdot 4 = -56 + 0 - 4 - 0 + 2 - 56 = -114\,;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 14 \\ 0 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-4) \cdot 4 + 1 \cdot 14 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot (-4) \cdot 0 - 1 \cdot 1 \cdot 4 -$$

$$- 2 \cdot 14 \cdot 5 = -32 + 0 + 5 - 0 - 4 - 140 = -171\,;$$

$$x_1 = \frac{\Delta_{x1}}{\Delta} = \frac{-57}{-57} = 1; \qquad x_2 = \frac{\Delta_{x2}}{\Delta} = \frac{-114}{-57} = 2\,; \qquad x_3 = \frac{\Delta_{x3}}{\Delta} = \frac{-171}{-57} = 3\,;$$

Жавоб: $\mathrm{x}_1 = 1, \quad \mathrm{x}_2 = 2, \quad \mathrm{x}_3 = 3.$

Гаусс усули. Гаусс усули ёки ноъмалумларни кетма-кет йўқотиш усули чизиқли алгебраик тенгламалар системасини аниқ ечиш усули ҳисобланади. Бу усулининг алгоритми қуйидаги ҳисоблашлар кетма-кетлигидан иборат.

$a_{11} \neq 0$ бўлсин (агар $a_{11} = 0$ бўлса, системадаги тенгламаларнинг ўрнини алмаштириб $a_{11} \neq 0$ га эга бўлиш мумкин). (1) системадаги биринчи тенгламанинг барча ҳадларини a_{11} га бўлиб

$$x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)} x_n = b_1^{(1)}$$

ни ҳосил қиламиз. Бу тенгламани кетма-кет $a_{21}, a_{31}, \ldots, a_{n1}$ ларга кўпайтириб, ундан системанинг кейинги тенгламаларини айирамиз ва

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)} x_n = b_1^{(1)} \\ a_{22}^{(1)} x_2 + \ldots + a_{2n}^{(1)} = b_2^{(1)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n2}^{(1)} x_2 + \ldots + a_{nn}^{(1)} x_n = b_n^{(1)} \end{cases} \tag{2}$$

системага эга бўламиз. Бу ерда $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \dfrac{a_{i1} a_{1j}^{(1)}}{a_{11}}$, $b_j^{(1)} = b_j - \dfrac{b_1 a_{j1}}{a_{11}}$ i=2,…,n; j=2,3,…,n.

(2) система учун юқоридаги ҳисоблашлар (номаълумларни кетма-кет юқотиш) ни бир неча бор такрорлаб, қуйидаги

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)} x_2 + a_{13}^{(1)} x_3 + \ldots + a_{1n}^{(1)} x_n = b_1^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)} x_3 + \ldots + a_{2n}^{(2)} x_n = b_2^{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = b_n^{(n)} \end{cases} \tag{3}$$

системани ҳосил қиламиз ва x_i ларни топиш учун

$$x_k = a_{k,n-1}^{(k-1)} - \sum_{j:=k+1}^{n} a_{kj}^{(k-1)} x_j \,, k = n, n-1, n-2, \ldots, 1$$

формулага эга бўламиз.

Мисол. Қуйидаги

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

тенгламалар ситемасини Гаусс усулида ечинг.

Ечиш.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 13 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ \qquad 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ \qquad 7x_2 - 5x_3 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ \qquad 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ \qquad\qquad -x_3 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ \qquad 7x_2 - 6x_3 = -15 \\ \qquad\qquad x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6 = -1 \\ \qquad 7x_2 - 36 = -15 \\ \qquad\qquad x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 6 = -1 \\ \qquad 7x_2 = 21 \\ \qquad x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 6 - 6 = -1 \\ \qquad x_2 = 3 \\ \qquad x_3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 6 \end{cases}$$

Жавоб: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$.

Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини Гаусс усулида ечиш учун Паскаль алгоритмик тилида тузилган дастур матни.

```
program gauss; uses crt;
const n=4;      {тенгламалар сони}
type
    stroka=array[1..n+1] of real;
    matrisa=array[1..n] of stroka;
    vektor=array[1..n] of real;
var
   a:matrisa; x:vektor; max,c:real;
   i,j,k,m:integer;
procedure gauss_1(b:matrisa; var y:vektor);
          begin
               for i:=1 to n do
                   begin
                        max:=abs(b[i,i]); j:=i;
                        for k:=i+1 to n do if abs(b[k,i])>max then
                        begin max:=abs(b[k,i]);
```

```
                j:=k;
            end;
            if j<>i then for k:=i to n+1 do
                                  begin c:=b[i,k]; b[i,k]:=b[j,k];
                                        b[j,k]:=c;
                                  end;
            c:=b[i,i];
            for k:=i to n+1 do b[i,k]:=b[i,k]/c;
            for m:=i+1 to n do
                          begin
                              c:=b[m,i];
                              for k:=i+1 to n+1 do
                             b[m,k]:=b[m,k]-b[i,k]*c;
                          end;
         end;
            y[n]:=b[n,n+1];
            for i:=n-1 downto 1 do
            begin
               y[i]:=b[i,n+1];
               for k:=i+1 to n do y[i]:=y[i]-b[i,k]*y[k]
            end;
       end;
begin
   clrscr;
   for i:=1 to n do
   for j:=1 to n+1 do
   begin
      write('a[',i:1,',',j:1,']=');
      read(a[i,j]);
   end;
```

```
    gauss_1(a,x);
    writeln('Sistemaning yechimi:');
    for i:=1 to n do writeln('x[',i:1,']=',x[i]:10:4);
end.
```

Тескари матрица усули. Бизга n-ўлчовли

$$A=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}$$

квадрат матрица берилган бўлсин.

Тариф. A матрицага тескари матрица деб шундай A^{-1} матрицага айтиладики,

$$A^{-1}\cdot A=E$$

бўлади. Бу ерда E бирлик матрица, яъни

$$E=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{Vmatrix}$$

Теорема. Агар A матрица элементларидан тузилган детерменант қиймати нолдан фарқли, яъни $det\,A\neq 0$ бўлса, A матрицага тескари матрица мавжуд.

Агар A матрицага тескари матрица мавжуд бўлса, у қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланади

$$A^{-1}=\begin{Vmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{21}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n1}}{\Delta} \\ \frac{A_{12}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{n2}}{\Delta} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots \\ \frac{A_{1n}}{\Delta} & \frac{A_{2n}}{\Delta} & \dots & \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{Vmatrix}$$

бу ерда $\Delta = det\, A$, A_{ij} - a_{ij} элементларнинг алгебраик тўлдирувчилари $(i,j = 1,n)$:

$$A_{ij} = \left(-1\right)^{i+j} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,j-1} & a_{2,j+1} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i-1,1} & a_{i-1,2} & \dots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \dots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & a_{i+1,2} & \dots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \dots & a_{i+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix}, \quad i,j = 1,2,3,\dots,n.$$

Мисол. $A = \begin{Vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{Vmatrix}$ матрицага тескари матрица топинг.

Ечиш.

$$\Delta = det\, A = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -4 + 24 - 10 = 10;$$

Алгебраик тўлдирувчиларни ҳисоблаймиз: $A_{11} = -2$; $A_{12} = -4$; $A_{13} = 8$; $A_{21} = 3$; $A_{22} = 6$; $A_{23} = -7$; $A_{31} = 10$; $A_{32} = -10$; $A_{33} = 20$.

У ҳолда

$$A^{-1} = \begin{Vmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{3}{10} & 1 \\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5} & -1 \\ \frac{4}{5} & -\frac{7}{10} & 2 \end{Vmatrix}$$

Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини тескари матрица усулида ечиш учун, (1) ни

$$AX = B \tag{4}$$

кўринишда ёзиб оламиз. Бу ерда

$$A=\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}; \qquad X=\begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{Vmatrix}; \qquad B=\begin{Vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{Vmatrix}.$$

(4) ни A^{-1} га кўпайтириб, (1) системанинг ечимини матрица кўринишида ҳосил қиламиз

ЧАТСни тескари $X = A^{-1}B$ матрица усулида ечишга тузилган дастур матни.

```
program obrat_matritsa;  uses crt;
    const n=3;                    {тенгламалар сони}
    type vector=array[1..n] of real;
    type matr=array[1..n,1..n+1] of real;
 var
    a,c: matr; b,x: vector;
    i,j,m,k: integer;
 procedure umv(l1:matr; l2:vector; var l3:vector);
 var i,k:integer;
 begin
      for i:=1 to n do l3[i]:=0.0;
      for i:=1 to n do for k:=1 to n do
      l3[i]:=l3[i]+l1[i,k]*l2[k];
 end;
 procedure obrmat(ao: matr; it: integer; var a1o: matr);
    label 1;
    var lo: matr; xo,bo: vector; so: real;
 begin
       m:=0; bo[1]:=1; for k:=2 to it do bo[k]:=0;
       for k:=1 to it-1 do for i:=k+1 to it do
                  begin
                      lo[i,k]:=ao[i,k]/ao[k,k];
```

```
                  for j:=k+1 to it do ao[i,j]:=ao[i,j]-lo[i,k]*ao[k,j];
                  bo[i]:=bo[i]-lo[i,k]*bo[k]
               end;
 1:  xo[it]:=bo[it]/ao[it,it]; m:=m+1;
     for k:=it-1 downto 1 do
                    begin
                       so:=0;
                       for j:=k+1 to it do so:=so+ao[k,j]*xo[j];
                         xo[k]:=(bo[k]-so)/ao[k,k]
                    end;
  for k:=1 to it do
  if m+1=k then bo[k]:=1 else bo[k]:=0;
  for k:=1 to it-1 do for i:=k+1 to it do
  bo[i]:=bo[i]-lo[i,k]*bo[k];
  for j:=1 to it do a1o[j,m]:=xo[j];
  if m<it then goto 1
end;
begin  clrscr;
     for i:=1 to n do for j:=1 to n do
     begin
          write('A[',i:1,',',j:1,']=');
          read(A[i,j])
     end;
     for i:=1 to n do
     begin
          write('B[',i:1,']=');
          read(B[i])
     end;
  obrmat(A,n,c);  umv(c,b,x);
     for i:=1 to n do begin
```

```
writeln('x[',i:1,']=',x[i]:8:4);
        end;
end.
```

Итерация усули. Номаълумлар сони кўп бўлганда Крамер, Гаусс, тескари матрица усулларининг аниқ ечимлар берувчи чизиқли система схемаси жуда мураккаб бўлиб қолади. Бундай ҳолларда система илдизларини топиш учун баъзан тақрибий сонли усуллардан фойдаланиш қулайдир. Шундай усуллардан бири итерация усулидир. Қуйидаги тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \; i = 1,2,...,n \tag{5}$$

Бу система матрица кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$Ax = b,$$

бу ерда

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \;\; x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Биз (5) да $a_{ii} \neq 0$ (i=1,n) деб фараз қиламиз.

Тенгламалар системасида 1- тенгламани x_1 га нисбатан, 2- тенгламани x_2 га нисбатан ва охиргисини x_n га нисбатан ечамиз:

$$\begin{cases} x_1 = \beta_1 + 0 + \alpha_{12}x_2 + \alpha_{13}x_3 + \ldots + \alpha_{1n}x_n \\ x_2 = \beta_2 + \alpha_{21}x_2 + 0 + \alpha_{23}x_3 + \ldots + \alpha_{2n}x_n \\ \ldots\ldots \\ x_n = \beta_n + \alpha_{n1}x_2 + \alpha_{n2}x_2 + \alpha_{n3}x_3 + \ldots + \alpha_{nn-1}x_{n-1} + 0 \end{cases} \tag{6}$$

Ушбу

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{in} \\ \alpha_{21} & 0 & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & a_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix} \text{ ва } \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_n \end{pmatrix}$$

матрицалар ёрдамида (6) ни қуйидагича ёзишимиз мумкин

$$x = \beta + \alpha x \tag{7}$$

(7) системани кетма-кет яқинлашишлар усули билан ечамиз:

$$x^{(0)}=\beta, \quad x^{(1)} = \beta + \alpha x^{(0)},\ x^{(2)} = \beta + \alpha x^{(1)},....$$

Бу жараённи қуйидагича ифодалаймиз:

$$x^{(k)} = \beta + \alpha x^{(k-1)},\ x^{(0)}=\beta \tag{8}$$

Бу кетма-кетликнинг лимити, агар у мавжуд бўлса (5) системанинг изланаётган ечими бўлади.

Биз

$$x^{(k)} = \begin{pmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ \dots \\ x_n^{(k)} \end{pmatrix}$$

белгилашни киритамиз.

Агар ихтиёрий ε>0 учун $\left|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\right| < \varepsilon$ тенгсизлик барча i =1,2,...n учун бажарилса $x^{(k+1)} = \left(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_n^{(k+1)}\right)$ вектор (5) системанинг ε аниқликдаги ечими деб юритилади.

Теорема. Агар келтирилган (6) система учун $\sum_{j=1}^{n}\left|\alpha_{ij}\right| < 1$ ёки $\sum_{i=1}^{n}\left|\alpha_{ij}\right| < 1$ шартлардан бирontаси бажарилса, у ҳолда (8) итерация жараёни бошланѓич яқинлашишни танлашга боѓлиқ бўлмаган ҳолда ягона ечимга яқинлашади.

Натижа (8) тенгламалар системаси учун $\sum_{\substack{j \neq 1 \\ j=1}}^{n} | a_{ij} | < | a_{11} |$, $\sum_{\substack{j \neq 2 \\ j=1}}^{n} | a_{2j} | < | a_{22} |$, ..., $\sum_{\substack{j \neq n \\ j=1}}^{n} | a_{nj} | < | a_{nn} |$ тенгсизликлар бажарилса (8) итерация яқинлашувчи бўлади.

Мисол. Тенгламалар системасини ε=0,001 аниқликда оддий итерация усули билан ечинг:

$$\begin{cases} 4x_1 + 0{,}24x_2 - 0{,}08x_3 = 8 \\ 0{,}09x_1 + 3x_2 - 0{,}15x_3 = 9 \\ 0{,}04x_1 - 0{,}08x_2 + 4x_3 = 20 \end{cases}$$

Ечиш:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}24 + |-0{,}08| = 0{,}32 < |a_{11}| = 4 \\ 0{,}09 + |-0{,}15| = 0{,}24 < |a_{22}| = 3 \\ 0{,}04 + |0{,}08| = 0{,}12 < |a_{33}| = 4 \end{array}\right\}$$

Демак, итерация яқинлашади

$$\begin{cases} x_1 = 2 - 0{,}06x_2 + 0{,}02x_3 \\ x_2 = 3 - 0{,}03x_1 + 0{,}05x_3 \\ x_3 = 5 - 0{,}01x_1 + 0{,}02x_2 \end{cases}.$$

Нолинчи яқинлашиш: $x^{(0)} = \beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $x_1^{(0)} = 2,\ x_2^{(0)} = 3,\ x_3^{(0)} = 5$.

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}06 & 0{,}02 \\ -0{,}03 & 0 & 0{,}05 \\ -0{,}01 & 0{,}02 & 0 \end{pmatrix}$$

(8) формула ёрдамида ҳисоблашларни бажарамиз.

$$x^{(1)} = \beta + \alpha x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1{,}92 \\ 3{,}19 \\ 5{,}04 \end{pmatrix};\ x_1^{(1)} = 1{,}92;\ x_2^{(1)} = 3{,}19;\ x_3^{(0)} = 5{,}04.$$

$$x^{(2)} = \beta + \alpha x^{(1)} = \begin{pmatrix} 1{,}9094 \\ 3{,}1944 \\ 5{,}0446 \end{pmatrix};\quad x^{(3)} = \beta + \alpha x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1{,}90923 \\ 3{,}19495 \\ 5{,}04485 \end{pmatrix};$$

$$x_1^{(2)} = 1{,}9094;\ x_2^{(2)} = 3{,}1944;\ x_3^{(2)} = 5{,}0446.$$

Ушбу жадвал ҳосил бўлади.

Яқинлашишлар (k)	x_1	x_2	x_3	$x_1^{(k)} - x_1^{(k-1)}$	$x_2^{(k)} - x_2^{(k-1)}$	$x_3^{(k)} - x_3^{(k-1)}$
0	2	3	5	-	-	-
1	1,92	3,19	5,04	0,08	0,19	0,04
2	1,9094	3,1944	5,0446	0,0106	0,0044	0,0046
3	1,90923	3,19495	5,04485	0,00017	0,00055	0,00025

Бунда $\left|x_1^{(3)} - x_1^{(2)}\right| = 0{,}00017 < \varepsilon$, $\left|x_2^{(3)} - x_2^{(2)}\right| = 0{,}00055 < \varepsilon$, $\left|x_3^{(3)} - x_3^{(2)}\right| = 0{,}00025 < \varepsilon$ бажарилади. $x=x^{(3)}$ ЧТС нинг тақрибий ечими.

Тенгламалар системасини итерация усулида ечиш учун Паскаль алгоритмик тилида тузилган дастур матни.

```
program iter_sis; uses crt;
 label 1,2;
 const n=3; {tenglamalar coni}
    type
      matrisa=array[1..n,1..n] of real;
      vektor=array[1..n] of real;
    var
      a,a1:matrisa; x,x0,b,b1:vektor; eps,s:real; i,j,k:integer;
 begin
    clrscr;
    for i:=1 to n do begin
    for j:=1 to n do begin
              write('a[',i:1,',',j:1,']='); read(a[i,j]) end;
              write('b[',i:1,']='); read(b[i]);
           end;
    eps:=0.0001;
    for i:=1 to n do begin
              b1[i]:=b[i]/a[i,i];
```

```
        for j:=1 to n do a1[i,j]:=-a[i,j]/a[i,i]
      end;
        for i:=1 to n do begin
                  x0[i]:=b1[i];
                  a1[i,i]:=0;
                end;
  2: for i:=1 to n do
         begin
           s:=0.0;
           for j:=1 to n do s:=s+a1[i,j]*x0[j];
           x[i]:=b1[i]+s;
         end;
   k:=0;
   for i:=1 to n do if abs(x[i]-x0[i])<eps
       then begin k:=k+1; if k=n then goto 1 end
       else begin for j:=1 to n do x0[j]:=x[j]; goto 2 end;
 1:  writeln('Sistemaning taqribiy yechimi:');
  for i:=1 to n do writeln('x[',i:1,']=',x[i]:10:8);
end.
```

Чизиқли программалаш масаласи умумий ҳолда қуйидагича ифодаланади:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n \geq (\leq)\mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_m \geq (\leq)\mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n \geq (\leq)\mathbf{b}_m \end{cases} \qquad (1)$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ \ x_n \geq 0,} \qquad (2)$$

$$\mathbf{Y_{min(max)} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \qquad (3)$$

(1) ва (2) шартларни қаноатлантирувчи номаълумларнинг шундай қийматларини топиш керакки, улар (3) чизиқли функцияга минимал (максимал) қиймат берсин. Масаланинг (1) ва (2) шартлари унинг чегаравий шартлари деб, (3) чизиқли функция эса масаланинг мақсади ёки мақсад функцияси деб аталади.

Масаладаги барча чегараловчи шартлар ва мақсад функция чизиқли еканлиги кўриниб турибди. Шунинг учун ҳам (1)–(3) масала чизиқли программалаш масаласи деб аталади.

Конкрет масалаларда (1) шарт тенгламалар системасидан, «≥» ёки «≤» кўринишдаги тенгсизликлар системасидан ёки аралаш системадан иборат бўлиши мумкин. Лекин кўрсатиш мумкинки, (1)–(3) кўринишдаги масалани осонлик билан қуйидаги кўринишга келтириш мумкин.

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_2 \\ ------------------- \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_m \end{cases} \qquad (4)$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ \ x_n \geq 0,} \qquad (5)$$

$$\mathbf{Y_{min} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \qquad (6)$$

(4)-(6) кўриниш чизиқли программалаш масаласининг каноник кўриниши деб аталади. (4)–(6) масала векторлар ёрдамида қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\mathbf{P_1x_1 + P_2x_2 + \ldots + P_nx_n = P_0} \qquad (7)$$

$$\mathbf{X \geq 0} \qquad (8)$$

$$\mathbf{Y_{min} = CX} \qquad (9)$$

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \cdots \\ \mathbf{a}_{m1} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{22} \\ \cdots \\ \mathbf{a}_{m2} \end{pmatrix}, \qquad \ldots, \qquad \mathbf{p}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{1n} \\ \mathbf{a}_{2n} \\ \cdots \\ \mathbf{a}_{mn} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{p}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \cdots \\ \mathbf{b}_m \end{pmatrix},$$

бу ерда

$C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ – вектор–қатор**.**

$X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ – вектор–устун.

(4)-(6) масаланинг матрица кўринишдаги ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\mathbf{AX = P_0}, \qquad (10)$$

$$\mathbf{X \geq 0}, \qquad (11)$$

$$\mathbf{Y_{min} = CX}, \qquad (12)$$

бу ерда ***$C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$ –*** **қ**атор вектор, ***$A = (a_{иж})$*** – (4) система коэффициентларидан ташкил топган матрица; ***$X = (X_1, X_2, \ldots, X_н)$*** ва ***$П_0 = (б_1, б_2, \ldots, б_н)$ –*** устун векторлар.

$$\sum_{j=1}^{n} \mathbf{a}_{ij}\mathbf{x}_j = \mathbf{b}_i, \qquad (\mathbf{i} = 1, \ldots, \mathbf{m}) \qquad (13)$$

$$\mathbf{x}_j \geq 0, \qquad (\mathbf{j} = 1, \ldots, \mathbf{n}) \qquad (14)$$

$$\mathbf{Y}_{min} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{C}_j \mathbf{X}_j \qquad (15)$$

(4)-(6) масалани йиғиндилар ёрдамида ҳам ифодалаш мумкин:

1-таъриф. Берилган (4)–(6) масаланинг мумкин бўлган ечими ёки режаси деб, унинг (4) ва (5) шартларни қаноатлантирувчи ***$X = (x_1, x_2, \ldots, x_н)$*** в екторга айтилади.

2-таъриф. Агар (7) ёйилмадаги мусбат ***$x_и$*** коэффициентли ***$П_и$*** (***$и=1,\ldots,м$***) векторлар ўзаро чизиқли боғлиқ бўлмаса, у ҳолда ***$X=(x_1, x_2, \ldots, x_н)$*** режа таянч режа деб аталади.

3-таъриф. Агар ***$X=(x_1, x_2, \ldots, x_н)$*** таянч режадаги мусбат компоненталар сони м га тенг бўлса, у ҳолда бу режа айнимаган таянч режа, акс ҳолда айниган таянч режа дейилади.

4-таъриф. Чизиқли функция (6) га енг кичик қиймат берувчи ***$X=(x_1, x_2, \ldots, x_н)$*** таянч режа масаланинг оптимал режаси ёки оптимал ечими дейилади.

Чизиқли программалаш масаласи устида қуйидаги тенг кучли алмаштиришларни бажариш мумкин.

1) $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}}$ ни $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мин}}$ га айлантириш. Ҳар қандай чизиқли программалаш масаласини (4)–(6) кўринишга келтириш учун (1) тенгсизликлар системасини тенгламалар системасига ва $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}}$ ни $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мин}}$ га айлантириш керак. $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}}$ ни $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мин}}$ га келтириш учун $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}}$ ни тескари ишора билан олиш, яъни - $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}} = \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мин}}$ ёки $\boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мах}} = - \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{мин}}$ кўринишда олиш етарлидир.

Ҳақиқатдан ҳам, ҳар қандай $\boldsymbol{f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_н)}$ функциянинг минимуми тескари ишора билан олинган шу функция максимумининг қийматига тенг, яъни $\boldsymbol{мин\ f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_н)}$ ва $-\ \boldsymbol{мах}[\boldsymbol{f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_н)}]$, $\boldsymbol{мах\ f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_н)}$ ва $-\ \boldsymbol{мин}[\boldsymbol{f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_н)}]$ ифодалар номаълумларнинг бир хил қийматларидагина ўзаро тенг бўлишини кўрсатиш мумкин 2)Тенгсизликларни тенгламага айлантириш. **n** номаълумли

$$\mathbf{a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n \le b} \qquad (16)$$

чизиқли тенгсизликни қараймиз. Бу тенгсизликни тенгламага айлантириш учун унинг кичик томонига номанфий номаълум сонни, яъни $\boldsymbol{x_{n+1} \ge 0}$ ни қушамиз. Натижада $\boldsymbol{n+1}$ номаълумли чизиқли тенгламага эга бўламиз: $\mathbf{a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n + x_{n+1} = b}$ (17)

(16) тенгсизликни тенгламага айлантириш учун қўшилган $\mathbf{x_{н+1}}$ **ў**згарувчи қў<u>шимча</u> ўзгарувчи деб аталади.(16) тенгсизлик ва (17) тенгламанинг ечимлари бир хил еканлиги қуйидаги теоремада кўрсатилган.

1-теорема Берилган (16) тенгсизликнинг ҳар бир $\mathbf{X=(\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_н)}$ ечимига (17) тенгламанинг фақат битта $\mathbf{Y_0 = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ \ldots,\ \alpha_н,\ \alpha_{н+1})}$ечими мос келади ва, аксинча, (17) тенгламанинг ҳар бир $\boldsymbol{Y_0}$ ечимига (16) тенгсизликнинг фақат битта $\boldsymbol{X_0}$ ечими мос келади.

Теорема исботи. Фараз қилайлик, $\boldsymbol{X_0}$ (16) тенгсизликнинг ечими бўлсин. У ҳолда $\mathbf{a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + \ldots + a_н\alpha_н \le б}$ муносабат ўринли бўлади. Тенгсизликнинг чап томонини ўнг томонга ўтказиб ҳосил бўлган ифодани $\boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{н+1}}$ билан белгилаймиз

$$\mathbf{0 \le b - (a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + \ldots + a_n\alpha_n) = \alpha_{n+1}.}$$

Энди $\boldsymbol{Y_0} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \alpha_{n+1})$ векторни (17) тенгламанинг ечими эканлигини кўрсатамиз.

$$\mathbf{a_1\alpha_1+a_2\alpha_2+\ldots+a_n\alpha_n+\alpha_{n+1}=a_1\alpha_1+a_2\alpha_2+\ldots+a_n\alpha_n+(b-a_1\alpha_1-a_2\alpha_2-\ldots-a_n\alpha_n)=b}$$

Энди агар $\boldsymbol{Y_0}$ (17) тенгламани қаноатлантирса, у ҳолда у (16) тенгсизликни ҳам қаноатлантиришини кўрсатамиз. Шартга кўра:

$$\mathbf{a_1\alpha_1+a_2\alpha_2+\ldots+a_n\alpha_n+\alpha_{n+1}=b,}$$

$$\mathbf{\alpha_{n+1} \geq 0}$$

Бу тенгламадан $\mathbf{\alpha_{n+1} \geq 0}$ сонни ташлаб юбориш натижасида

$$\mathbf{a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + \ldots + a_n\alpha_n \leq b}$$

тенгсизликни ҳосил қиламиз. Бундан кўринадики, $\boldsymbol{X_0=(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)}$ (16) тенгсизликнинг ечими экан.

Шундай йўл билан чизиқли программалаш масаласининг чегараловчи шартларидаги тенгсизликларни тенгламаларга айлантириш мумкин. Бунда шунга эътибор бериш керакки, системадаги турли тенгсизликларни тенгламаларга айлантириш учун уларга бир-бирларидан фарқ қилувчи номанфий ўзгарувчиларни қўшиш керак. Масалан, агар чизиқли программалаш масаласи қуйидаги

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_m \end{cases} \qquad (18)$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots,\ x_n \geq 0,} \tag{19}$$

$$\mathbf{Y_{max} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \tag{20}$$

кўринишда бўлса, бу масаладаги тенгсизликларнинг кичик томонига $\mathbf{x_{n+1} \geq 0}$**,** $\mathbf{x_{n+2} \geq 0, \ldots, x_{n+m} \geq 0}$ **қў**шимча ўзгарувчилар қўшиш ёрдамида тенгламаларга айлантириш мумкин. Бу ўзгарувчилар $\boldsymbol{Y_{min}}$ га 0 коэффициент билан киритилади. Натижада берилган (18)–(20) масала қуйидаги кўринишга келади.

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1\mathbf{n}}\mathbf{x}_\mathbf{n} + \mathbf{x}_{\mathbf{n}+1} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2\mathbf{n}}\mathbf{x}_\mathbf{n} \quad + \quad \mathbf{x}_{\mathbf{n}+2} = \mathbf{b}_2 \\ ------------------------ \\ \mathbf{a}_{\mathbf{m}1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{\mathbf{m}2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{\mathbf{mn}}\mathbf{x}_\mathbf{n} \qquad + \mathbf{x}_{\mathbf{n}+\mathbf{m}} = \mathbf{b}_\mathbf{m} \end{cases} \tag{21}$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0, \qquad x_n \geq 0, x_{n+1} \geq 0, \ldots, x_{n+m} \geq 0,} \tag{22}$$

$$\mathbf{Y_{max} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n + O(x_{n+1} + \ldots + x_{n+m})} \tag{23}$$

Худди шунингдек,

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1\mathbf{n}}\mathbf{x}_\mathbf{n} \geq \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2\mathbf{n}}\mathbf{x}_\mathbf{n} \geq \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{\mathbf{m}1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{\mathbf{m}2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{\mathbf{mn}}\mathbf{x}_\mathbf{n} \geq \mathbf{b}_\mathbf{m} \end{cases} \tag{24}$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots,\ x_n \geq 0} \tag{25}$$

$$\mathbf{Y_{min} = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \tag{26}$$

кўринишда берилган чизиқли программалаш масаласини каноник кўринишга келтириш мумкин. Бунинг учун қўшимча $\mathbf{x_{n+1} \geq 0, x_{n+2} \geq 0, \ldots, x_{n+m} \geq 0}$

ўзгарувчилар тенгсизликларнинг катта томонидан айрилади. Натижада қуйидаги масала ҳосил бўлади:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n \quad - \quad \mathbf{x}_{n+2} = \mathbf{b}_2 \\ ------------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n \quad - \quad \mathbf{x}_{n+m} = \mathbf{b}_m \end{cases} \qquad (27)$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0, \ldots,\ x_n \geq 0, \qquad x_n \geq 0,\ x_{n+1} \geq 0, \ldots,\ x_{n+m} \geq 0,} \qquad (28)$$

$$\mathbf{Y_{min} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n + O(x_{n+1} + \ldots + x_{n+m})} \quad (29)$$

Энди чизиқли программалаш масаласи ечимларининг хоссалари билан танишамиз. Бунинг учун энг аввал қаварик комбинация ва қаварик тўплам тушунчасини эслатиб ўтамиз.

$$\alpha_i \geq 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$$

<u>5-таъриф</u>. $\boldsymbol{A_1, A_2, \ldots, A_n}$ векторларнинг қаварик комбинацияси деб шартларни қаноатлантирувчи

$$\mathbf{A = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \ldots + \alpha_n A_n}$$

векторга айтилади. n-ўлчовли фазодаги ҳар бир $\mathbf{A=(a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n)}$ векторга координаталари ($\mathbf{a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n}$) бўлган нуқта мос келади. Шунинг учун бундан кейин $\mathbf{A=(a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n)}$ векторни **n**-ўлчовли фазодаги нуқта деб қараймиз.

<u>6-таъриф</u>. Агар **n**-ўлчовли вектор фазодаги ***C*** тўплам ўзининг ихтиёрий $\boldsymbol{A_1}$ ва $\boldsymbol{A_2}$ нуқталари билан бир қаторда бу нуқталарнинг **қ**аварик комбинациясидан иборат бўлган $\mathbf{A = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2\ (\alpha_1 > 0,\ \alpha_2 > 0,\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1)}$

нуқтани ҳам ўз ичига олса, яъни $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2} \in \mathbf{C}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{A} \in \mathbf{C}$ бўлса, бу тўплам қавариқ тўплам деб аталади.

2-теорема. Чизиқли программалаш масаласининг ечимларидан ташкил топган тўплам қавариқ тўплам бўлади.

Исботи. Чизиқли программалаш масаласининг ихтиёрий иккита ечимининг қавариқ комбинацияси ҳам ечим эканлигини кўрсатамиз. Фараз қилайлик, x_1 ва x_2 берилган чизиқли программалаш масаласининг ечимлари бўлсин. У ҳолда

$$\mathbf{AX_1 = P_0}, \quad \mathbf{X_1 \geq 0}, \qquad (30)$$

ва $$\mathbf{AX_2 = P_0}, \quad \mathbf{X_2 \geq 0}, \qquad (31)$$

муносабатлар ўринли бўлади. Энди x_1 ва x_2 ечимларнинг қавариқ комбинациясини тузамиз.

$$\mathbf{X = \alpha x_1 + (1-\alpha)x_2}, \qquad \mathbf{0 \leq \alpha \leq 1.}$$

ҳамда уни ечим эканлигини кўрсатамиз:

$$\mathbf{AX = A[\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2] = \alpha Ax_1 + (1-\alpha)Ax_2}$$

Энди (30) ва (31) тенгламаларни инобатга олиб топамиз.

$$\mathbf{AX = \alpha P_0 + (1-\alpha)P_0 = P_0.}$$

Бу муносабат X вектор ҳам ечим эканлигини курсатади.

3-теорема. Чизиқли программалаш масаласининг чизиқли функцияси ўзининг оптимал қийматига шу масаланинг ечимларидан ташкил топган қавариқ тўпламнинг четки нуқтасида эришади.

Агар чизиқли функция $\boldsymbol{K}$ қавариқ тўпламнинг бирдан ортиқ четки нуқтасида оптимал қийматга эришса, у шу нуқталарнинг қавариқ комбинациясидан иборат бўлган ихтиёрий нуқтада ҳам ўзининг оптимал қийматига эришади (теоремани исботсиз қабул қиламиз).

4-теорема. Агар $\boldsymbol{k}$ та ўзаро чизиқли боғлиқ бўлмаган $\boldsymbol{P_1, P_2, \ldots P_k}$ векторлар берилган бўлиб, улар учун

$$\mathbf{P_1x_1 + P_2x_2 + \ldots + P_kx_k = P_0}$$

тенглик барча $\mathbf{x_i \geq 0}$ лар учун ўринли бўлса, у ҳолда $\boldsymbol{X} = \mathbf{(x_1, x_2, \ldots, x_k, 0,\ldots,0)}$ вектор **K** қаварик тўпламнинг четки нуқтаси бўлади (теоремани исботсиз қабул қиламиз).

5-теорема. Агар $\boldsymbol{X} = \mathbf{(x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ четки нуқта бўлса, у ҳолда мусбат $\boldsymbol{x_i}$ларга мос келувчи векторлар ўзаро чизиқли боғлиқ бўлмаган векторлар системасини ташкил қилади (теоремани исботсиз қабул қиламиз).

Юқорида келтирилган теоремалардан қуйидаги хулосаларни чиқариш мумкин.

1-хулоса. ***K*** тўпламнинг ҳар бир четки нуқтасига $\boldsymbol{P_1, P_2, \ldots P_n}$ векторлар системасига ***m*** та ўзаро чизиқли боғлиқ бўлмаган векторлар системаси мос келади.

2-хулоса. $\boldsymbol{X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)}$ ***K*** тўпламнинг четки нуқтаси бўлиши учун мусбат $\boldsymbol{x_i}$ компоненталар

$$\mathbf{P_1x_1 + P_2x_2 + \ldots + P_nx_n = P_0}$$

ёйилмада ўзаро чизиқли боғлиқ бўлмаган $\boldsymbol{P_i}$ векторларнинг коэффициентларидан иборат бўлиши зарур ва етарли.

3-хулоса. Чизиқли программалаш масаласи таянч ечимларидан ташкил топган тўплам ***K*** қаварик тўпламнинг четки нуқталар тўпламига мос келади ва аксинча, ҳар бир таянч ечим ***K*** тўпламнинг бирор четки нуқтасига мос келади.

4-хулоса. Чизиқли программалаш масаласининг оптимал ечимини ***K*** тўпламнинг четки нуқталари орасидан қидириш керак.

1.2. Чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг анъанавий усуллари.

Ўтган дарсда биз танишган симплекс усул билан ихтиёрий кўринишда берилган ЧП масаласини ечиш мумкин. Данциг яратган симплекс усул эса, ҳар бир тенгламада биттадан ажратилган ноъмалум (базис ўзгарувчи) қатнашиши шартига асосланган. Бошқача айтганда ЧП масаласи қуйидаги кўринишда берилгандагина Данциг усулини қўллаш мумкин:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{1\mathbf{m}+1}\mathbf{x}_{\mathbf{m}+1} + \cdots + \mathbf{a}_{1\mathbf{n}}\mathbf{x}_{\mathbf{n}} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{x}_2 + \mathbf{a}_{2\mathbf{m}+1}\mathbf{x}_{\mathbf{m}+1} + \cdots + \mathbf{a}_{2\mathbf{n}}\mathbf{x}_{\mathbf{n}} = \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{x}_{\mathbf{m}} + \mathbf{a}_{\mathbf{mm}+1}\mathbf{x}_{\mathbf{m}+1} + \cdots + \mathbf{a}_{\mathbf{mn}}\mathbf{x}_{\mathbf{n}} = \mathbf{b}_{\mathbf{m}} \end{cases} \qquad (1)$$

$$\mathbf{x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ x_n \geq 0,} \qquad (2)$$

$$\mathbf{Y_{min} = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \qquad (3)$$

(1) системани вектор шаклида ёзиб олайлик

$$\mathbf{P_1x_1 + P_2x_2 + \ldots + P_mx_m + P_{m+1}x_{m+1} + \ldots + P_nx_n = P_0}$$

Бу ерда

$$\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}, \ldots, \mathbf{p}_{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{p}_{\mathbf{m}+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{1\mathbf{m}+1} \\ \mathbf{a}_{2\mathbf{m}+1} \\ \ldots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{mm}+1} \end{pmatrix}, \ldots, \mathbf{p}_{\mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{1\mathbf{n}} \\ \mathbf{a}_{2\mathbf{n}} \\ \ldots \\ \mathbf{a}_{\mathbf{mn}} \end{pmatrix}, \mathbf{p}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \ldots \\ \mathbf{b}_{\mathbf{m}} \end{pmatrix}$$

$\mathbf{P_1, P_2, \ldots, P_m}$ векторлар системаси **m**-ўлчовли фазода ўзаро чизиқли эркли бўлган бирлик векторлар системасидан иборат. Улар **m** ўлчовли фазонинг базисини ташкил қилади. Ушбу векторларга мос келувчи $\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_m}$ ўзгарувчиларни «базис ўзгарувчилар» деб атаймиз.

$\mathbf{x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n}$ – базис бўлмаган ўзгарувчилар. Агар базис бўлмаган ўзгарувчиларга **0** қиймат берсак, базис ўзгарувчилар озод ҳадларга тенг бўлади. Натижада $\mathbf{x_0 = (b_1, b_2, \ldots, b_m,\ 0, \ldots,\ 0)}$ ечим ҳосил бўлади. Бу ечим бошланғич ечим бўлади. Ушбу ечимга $\mathbf{x_1P_1 + x_2P_2 + \ldots + x_mP_m = P_0}$ ёйилма мос келади. Бу ёйилмадаги $\mathbf{P_1, P_2, \ldots, P_m}$ векторлар ўзаро эркли бўлганлиги сабабли топилган бошланғич ечим таянч ечим бўлади.

Симплекс жадвал қуйидаги кўринишда бўлади

Базис вект.	$C_{баз}$	P_0	C_1	C_2	…	C_m	C_{m+1}	…	C_k	…	C_n
			P_1	P_2	…	P_m	P_{m+1}	…	P_k	…	P_n
P_1 P_2 … P_l … P_m	C_1 C_2 … C_l … C_m	b_1 b_2 … b_l … b_m	1 0 … 0 … 0	0 1 … 0 … 0	… … … … … …	0 0 … 0 … 1	a_{1m+1} a_{2m+1} … a_{lm+1} … a_{mm+1}	… … … … … …	a_{1k} a_{2k} … a_{lk} … a_{mk}	… … … … … …	a_{1n} a_{2n} … a_{ln} … a_{mn}
$y_j=Z_j-C_j$	…	m $У_0=?C_jb_j$ $i=0$	$\Delta_1=0$	$\Delta_2=0$	…	$\Delta_m=0$	m $y_{m+1}=?a_{im+1}C_i-C_{m+1}$ $i=0$	…	m $y_k=?a_{ik}C_i-C_k$ $i=0$	…	m $y_n=?a_{in}C_i-C_n$ $i=0$

Агар барча устунларда $\mathbf{y}_j \le \mathbf{0}$ бўлса $\mathbf{x}=(\mathbf{x_1},\mathbf{x_2},\ldots,\mathbf{x_m}) = (\mathbf{b_1},\mathbf{b_2},\ldots,\mathbf{b_m})$ ечим оптимал ечим бўлади. Бу ечимдаги чизиқли функциянинг қиймати $\mathbf{y_0}$ га тенг бўлади.

Агар камида битта **j** учун $\mathbf{y}_j \ge \mathbf{0}$ бўлса, ҳам масаланинг оптимал ечими топилмаган бўлади. Шунинг учун топилган ечимни оптимал ечимга яқин

$$\max_{y_j>0}(\mathbf{y_j}) = \mathbf{y_k} = \Delta_k$$

бўлган ечимга алмаштириш мақсадида базисга
шартни қаноатлантирувчи $\mathbf{P_k}$ векторни киритиш керак. Агар $\mathbf{P_k}$ базисга киритилса, эски базис векторлардан бирортасини базисдан чиқариш керак. Базисдан

$$\min_{a_{ik}>0}(\mathbf{b}'_i/\mathbf{a}'_{ij}) = \mathbf{b_e}/\mathbf{a_{ek}}$$

шарт ўринли бўлган $\mathbf{P_e}$ вектор чиқарилади. Бу ҳолда $\mathbf{a_{ek}}$ элемент ҳал қилувчи элемент сифатида белгиланди. Шу элемент жойлашган ***j***-катордаги $\mathbf{P_e}$ вектор ўрнига у жойлашган устундаги $\mathbf{P_k}$ вектор базисга киритилади. $\mathbf{P_e}$ векторнинг

$$\begin{cases} \mathbf{b}'_i = \mathbf{b}_i - (\mathbf{b}_e / \mathbf{a}_{ek}) \cdot \mathbf{a}_{ik} \\ \mathbf{b}'_e = \mathbf{b}_e / \mathbf{a}_{ek} \end{cases} \quad \textbf{ёки} \quad \begin{cases} \mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i - (\mathbf{x}_e / \mathbf{x}_{ek}) \cdot \mathbf{x}_{ik} \\ \mathbf{x}'_e = \mathbf{x}_e / \mathbf{x}_{ek} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}'_{ij} = \mathbf{a}_{ij} - (\mathbf{a}_{ei} / \mathbf{a}_{ek}) \cdot \mathbf{a}_{ik} \\ \mathbf{a}'_{ej} = \mathbf{a}_{ej} / \mathbf{a}_{ek} \end{cases} \quad \textbf{ёки} \quad \begin{cases} \mathbf{x}'_{ij} = \mathbf{x}_{ij} - (\mathbf{x}_{ej} / \mathbf{x}_{ek}) \cdot \mathbf{x}_{ik} \\ \mathbf{x}'_{ej} = \mathbf{x}_{ej} / \mathbf{x}_{ek} \end{cases}$$

ўрнига $\mathbf{P_k}$ векторни киритиш учун симплекс жадвал қуйидаги формулалар асосида алмаштирилади.

Симплекс жадвал алмашгандан сўнг яна қайтадан $\mathbf{\Delta}_j$ баҳолар аниқланади. Агар барча j лар учун $\mathbf{\Delta}_j$ бўлса, оптимал ечим топилган бўлади. Акс ҳолда топилган ечим бошқа ечим билан алмаштирилади. Умуман бу жараён оптимал ечим топилгунча ёки масаланинг чекли оптимал ечими мавжуд эмаслиги аниқлангунча такрорланади. Агар бирорта j учун $\mathbf{\Delta}_j>\mathbf{0}$ бўлиб бу устундаги барча $\mathbf{a}_{ij}$ элементлар учун $\mathbf{a}_{ij}\ \mathbf{\le 0}\ \mathbf{(i=1,\dots,m)}$ шарт бажарилса, масаланинг мақсад функцияси чекли экстремумга эга бўлмайди.

Фараз қилайлик, симплекс жадвалда оптималлик шарти $(\mathbf{\Delta}_j\mathbf{\le 0}\ \mathbf{i=1,\dots,n})$ бажарилсин. Бу ҳолда ечим

$$\mathbf{X=B^{-1}P_0}$$

формула орқали топилади. Бу ерда $\mathbf{B=(P_1,\ P_2,\dots,\ P_m)}$ матрица базис векторлардан ташкил топган матрицадир. (1)-(3) масала учун **B** матрица **m** ўлчовли бирлик матрица, ва $\mathbf{J_mB^{-1}}$ матрица ҳам бирлик матрица бўлганлиги сабабли $\mathbf{X^0 = P^0 = (b'_1, b'_2, \dots, b'_m, 0, \dots, 0)}$ оптимал ечим бўлади.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 + 3\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_3 - 2\mathbf{x}_5 = 7 \\ -2\mathbf{x}_2 + 4\mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_4 = 12 \\ -4\mathbf{x}_2 + 3\mathbf{x}_3 + 8\mathbf{x}_5 + \mathbf{x}_6 = 10 \end{cases}$$

<u>1-мисол</u>. Масалани симплекс усул билан ечинг

$$\mathbf{x_j \geq 0, \qquad (j=1, 2,\dots, 6)}$$

$$\mathbf{Y_{min}= x_2 - 3x_3+2x_5}$$

<u>Ечиш.</u> Белгилашлар киритамиз ва симплекс жадвални тўлдирамиз

$$\mathbf{P}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\mathbf{p}_2=\begin{pmatrix}3\\-2\\-4\end{pmatrix},\mathbf{p}_3=\begin{pmatrix}-1\\4\\3\end{pmatrix},\mathbf{p}_4=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\mathbf{p}_5=\begin{pmatrix}-2\\0\\8\end{pmatrix},\mathbf{p}_6=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\mathbf{p}_0=\begin{pmatrix}7\\12\\10\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C = (0; 1; -\ 3; 0; 2)}$$

i	Базис вект.	$C_{баз}$	P_0	0	1	-3	0	2	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_1	0	7	1	3	-1	0	-2	0
2	P_4	0	12	0	-2	14	1	0	0
3	P_6	0	10	0	-4	3	0	8	1
Δ_j			0	0	-1	3	0	-2	0
1	P_1	0	10	1	5/2	0	1/4	-2	0
2	P_3	-3	3	0	-1/2	0	1/4	0	0
3	P_6	10	1	0	-5/2	0	-3/4	8	1
Δ_j			-9	0	1/2	0	-3/4	-2	0
1	P_2	1	4	2/5	1	0	1/1	-4/5	0
2	P_3	-3	5	1/5	0	1	3/1	-2/5	0
3	P_6	10	11	1	0	0	-1/2	6	1
Δ_j			-11	-1/5	0	0	-1/2	-8/5	0

$\Delta_j \leq 0$. Оптимал ечим x = (0; 4; 5; 0; 0; 11) Y_{min} = - 11.

Сунъий базис усули

Агар масаланинг шартларида ўзаро эркли бўлган m та бирлик векторлар (базис векторлар) қатнашмаса, улар сунъий равишда киритилади. Масалан, масала қуйидаги кўринишда берилган бўлсин:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n \le \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n \le \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n \le \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0,} \quad (2)$$

$$\mathbf{Y_{max} = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \quad (3)$$

Бу масалага $\mathbf{x_{n+1} \ge 0,\ x_{n+2} \ge 0,\ \ldots,\ x_{n+m} \ge 0}$ қўшимча ўзгарувчилар киритилса, қуйидаги кегайтирилган масала ҳосил бўлади

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+2} = \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+m} = \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, \ldots,\ x_n \ge 0, \ldots, x_{n+m} \ge 0,} \quad (5)$$

$$\mathbf{Y_{min} = -\ c_1x_1 -\ c_2x_2 - \ldots -\ c_nx_n + 0(x_{n+1} +,\ldots+ x_{n+m})} \quad (6)$$

Бу ҳолда $\mathbf{P_{n+1},\ P_{n+2},\ldots,\ P_{n+m}}$ векторлар базис векторлар ва $\mathbf{x_{n+1},x_{n+2},\ldots,x_{n+m}}$ ўзгарувчилар «базис ўзгарувчилар» деб қабул қилинади.

Агар берилган масала қуйидаги кўринишда бўлса:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (7)$$

$$\mathbf{x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ \ldots,\ x_n \ge 0,} \quad (8)$$

$$\mathbf{Y_{min} = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n} \quad (9)$$

бу масалага сунъий $\mathbf{x_{n+1},x_{n+2},\ldots,x_{n+m}}$ ўзгарувчилар киритиб қуйидаги кенгайтирилган масала ҳосил қилинади:

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+2} = \mathbf{b}_2 \\ ------------------ \\ \mathbf{a}_{m1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{m2}\mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{a}_{mn}\mathbf{x}_n + \mathbf{x}_{n+m} = \mathbf{b}_m \end{cases} \quad (10)$$

$$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ x_n \geq 0,\ x_{n+1} \geq 0, \ldots,\ x_{n+m} \geq 0, \qquad (11)$$

$$Y_{min} = -\ c_1x_1 -\ c_2x_2 - \ldots -\ c_nx_n + M(x_{n+1} + , \ldots + x_{n+m}) \qquad (12)$$

бу ерда: **M** – етарлича катта мусбат сон.

Сунъий базис ўзгарувчиларига мос келувчи $\mathbf{P_{n+1}}$, $\mathbf{P_{n+2}}, \ldots,$ $\mathbf{P_{n+m}}$ векторлар «сунъий базис векторлар» деб аталади.

Берилган (7)-(9) масаланинг оптимал ечими қуйидаги теоремага асосланиб топилади.

Теорема: Агар кенгайтирилган (10)-(12) масаланинг оптимал ечимида сунъий базис ўзгарувчилари нолга тенг бўлса, яъни:

$$x_{n+i} = 0 \ (i=1, \ldots, m)$$

тенглик ўринли бўлса, у ҳолда бу ечим берилган (7)-(9) масаланинг ҳам оптимал ечими бўлади.

Агар кенгайтирилган масаланинг оптимал ечимида камида битта сунъий базис ўзгарувчи нолдан фарқли бўлса, у ҳолда масала ечимга эга бўлмайди.

2-мисол. Масалани сунъий базис усули билан ечинг

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \qquad (j=1, 2, \ldots, 4)$$

$$Z_{max} = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4$$

Ечиш. Масалага сунъий $\mathbf{x_5 \geq 0}$ $\mathbf{x_6 \geq 0}$ ўзгарувчилар киритамиз ва уни нормал кўринишга келтирамиз.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \qquad (j=1, 2, \ldots, 6)$$

$$Z_{min} = -5x_1 - 3x_2 - 4x_3 + x_4 + M(x_5 + x_6)$$

Ҳосил бўлган масалани симплекс жадвалга жойлаштириб, уни симплекс усул билан ечамиз.

i	Базис вект.	$C_{баз}$	P_0	-5	-3	-4	1	M	M	A.K
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	
1 2	P_5 P_6	M M	3 3	1 2	3 2	2 1	2 1	1 0	0 1	1 1,5
Δ_j			6m	3m+5	5m+3	3m+4	3m-1	0	0	
1 2	P_2 P_6	-3 M	1 1	1/3 4/3	1 0	2/3 -1/3	2/3 -1/3	1/3 -2/3	0 1	3 s
Δ_j			M-3	M+4	0	M+3	M-2	M-1	0	
1 2	P_2 P_1	-3 -5	3/4 3/4	0 1	1 0	3/4 -1/4	3/4 -1/4	1/2 -1/2	-1/4 3/4	1 -
Δ_j			-6	0	0	3	-2	1-M	-3-M	
1 2	P_3 P_1	-4 -5	1 1	0 1	4/3 1/3	1 0	1 0	2/3 -1/3	-1/3 2/3	
Δ_j			9	0	-4	0	-5	-1-M	-2-M	

Шундай қилиб симплекс усул бўйича 4-та қадамдан иборат яқинлашишда оптимал ечим топилди. $\Delta_j \leq 0$. Оптимал ечим **x=(1;0;1;0;0;0)** $\quad$ Y_{min}**=-9.**

Кенгайтирилган масаланинг оптимал ечимидаги сунъий ўзгарувчилар 0га тенг ($x_5=0$, $x_6=0$). Шунинг учун (теоремага асосан) берилган масаланинг оптимал ечими:

x=(1;0;1;0); $\quad$ $Z_{min}=-9$; $\quad$ $Z_{max}=9$; $\quad$ бўлади.

1.3. Chiziqli tenglamalar va ularning sistemalarini echish metodikasining tahlili.

Транспорт масаласи – чизиқли программалашнинг алохида хусусиятли масаласи бўлиб бир жинсли юк ташишнинг энг тежамли режасини тузиш масаласидир. Бу масала хусусийлигига қарамай қўлланиш соҳаси жуда кенгдир.

1. Масаланинг қўйилиши ва унинг математик модели

m-та $\mathbf{A_i}$ **(i = 1,2,…, m)** таъминотчиларда йиғилиб қолган бир жинсли a_i миқдордаги маҳсулотни **n**-та $\mathbf{B_j}$ истеъмолчиларга мос равишда $\mathbf{b_j}$ **(j=1,2,…,n)** миқдорда етказиб бериш талаб қилинади.

Ҳар бир i-таъминотчидан ҳар бир j-истеъмолчига бир бирлик юк ташиш йўл ҳаражати маълум ва у c_{ij} – сўмни ташкил қилади.

Юк ташишнинг шундай режасини тузиш керакки, таъминотчилардаги барча юклар олиб чиқиб кетилсин, истеъмолчиларнинг барча талаблари қондирилсин ва шу билан бирга йўл ҳаражатларининг умумий қиймати энг кичик бўлсин.

Масаланинг математик моделини тузиш учун i-таъминотчидан j-истеъмолчига етказиб бериш учун режалаштирилган юк миқдорини x_{ij} орқали белгилаймиз, у холда масаланинг шартларини қуйидаги жадвал кўринишда ёзиш мумкин:

Таъминотчилар	Истеъмолчилар				Захиралар
	B_1	B_2	…	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	…	C_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	…	C_{2n} x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
A_m	c_{n1} x_{n1}	c_{n2} x_{n2}	…	C_{nm} x_{nm}	a_m
Талаблар	b_1	b_1	…	b_1	$?a_i = ?b_j$

Жадвалдан кўринадики, i-таъминотчидан j-истеъмолчига режадаги x_{ij} – бирлик юк етказиб бериш йўл ҳаражати c_{ij} x_{ij} – сўмни ташкил қилади. Режанинг умумий қиймати эса,

$$\mathbf{Z} = \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{m}} \sum_{\mathbf{j}=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{c}_{\mathbf{ij}} \mathbf{x}_{\mathbf{ij}}$$

га тенг бўлади.

Масаланинг биринчи шартига кўра, яъни барча юклар олиб чиқиб кетилиши шарти учун

$$\sum_{\mathbf{j}=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_{\mathbf{ij}} = \mathbf{a}_{\mathbf{i}} \qquad (\mathbf{i} = \overline{1,\mathbf{m}})$$

тенгликларга эга бўламиз;

$$\sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{m}} \mathbf{x}_{\mathbf{ij}} = \mathbf{b}_{\mathbf{j}} \qquad (\mathbf{j} = \overline{1,\mathbf{n}})$$

иккинчи шартга кўра, яъни барча талаблар тўла қондирилиши учун

тенгликларга эга бўламиз;

Шундай қилиб масаланинг математик модели қуйидаги кўринишни

$$\begin{cases} (1) \quad \sum_{\mathbf{j}=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{x}_{\mathbf{ij}} = \mathbf{a}_{\mathbf{i}}, \ \mathbf{i} = 1,2,\ldots,\mathbf{m} \\ (2) \quad \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{m}} \mathbf{x}_{\mathbf{ij}} = \mathbf{b}_{\mathbf{j}}, \ \mathbf{j} = 1,2,\ldots,\mathbf{n} \end{cases}$$

олади:

чизиқли тенгламалар системасининг

(3) $\mathbf{x_{ij} = 0}$, **i=1,2,…,m; j=1,2,…,n**

шартларни қаноатлантирувчи шундай ечимини топиш керакки, бу

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=}^{n} c_j x_i \Rightarrow \max$$

ечим

чизиқли функцияга энг кичик қиймат берсин.

Бу моделда

тенглик ўринли деб фараз қилинади. Бундай масалалар «ёпиқ моделли транспорт масаласи» дейилади.

Теорема. Талаблар ҳажми захиралар ҳажмига тенг бўлган исталган транспорт масаласининг оптимал ечими мавжуд бўлади.

2. Бошланғич таянч ечимни қуриш.

Маълумки, ихтиёрий чизиқли программалаш масаласининг оптимал ечимини топиш жараёни бошланғич таянч ечимини куришдан бошланади.

Масаланинг (1) ва (2) системалари биргаликда **mn** – та номаълумли **m+n** – та тенгламаларда иборат. Агар (1) системанинг тенгламаларини ҳадма-ҳад қўшсак, ва алохида (2) системанинг тенгламаларини ҳадма-ҳад қўшсак, иккита бир хил тенглама ҳосил бўлади. Бу эса (1) ва (2) дан иборат системада битта чизиқли боғлик тенглама борлигини кўрсатади. Бу тенглама умумий системадан чиқариб ташланса, масала **m+n-1** та чизиқли боғлиқ бўлмаган тенгламалар системасидан иборат бўлиб қолади. Демак, масаланинг бузилмайдиган таянч ечими **m+n-1** та мусбат компоненталардан иборат бўлади.

Шундай қилиб, транспорт масаласининг бошланғич таянч ечими бирор усул билан топилган бўлса, (x_{ij}) – матрицанинг **m+n-1**та компоненталари мусбат бўлиб, қолганлари нолга тенг бўлади. Агар транспорт масаласининг шартлари ва унинг таянч ечими юқоридаги жадвал кўринишда берилган бўлса, нолдан фарқли x_{ij} – лар жойлашган катаклар «банд катаклар», қолганлари «бўш катаклар» дейилади.

Агар банд катакларни вертикал ёки горизонтал кесмалар билан туташтирилганда ёпиқ кўпбурчак хосил бўлса, бундай хол циклланиш дейилади ва ечим таянч ечим бўлмайди. Демак, бирорта ечим таянч ечим бўлиши учун банд катаклар сони **m+n-1** та бўлиб циклланиш рўй бермаслиги керак.

Шимолий-ғарб усули.

Транспорт масаласи жадвал кўринишида берилган бўлсин. Йўл ҳаражатларини хисобга олмай **B_1** истеъмолчининг талабини **A_1** таъминотчи хисобига қондиришга киришамиз. Бунинг учун **a_1** ва **b_1** юк бирликларидан кичигини **A_1B_1** катакнинг чап пастки бурчагига ёзамиз. Агар **$a_1 < b_1$** бўлса, **B_1** нинг эхтиёжини тўла қондириш учун **A_2B_1** катакка етишмайдиган юк бирлигини **A_2** дан олиб ёзамиз ва ҳ.қ. Бу жараённи **A_mB_n** катакка етгунча давом этдирамиз. Агар (5) шарт ўринли бўлса, бу усулда тузилган ечим албатта таянч ечим бўлади.

<u>1-мисол.</u> Транспорт масаласининг бошланғич ечимини топинг.

Таъминотчилар	Истеъмолчилар					Захира хажми
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10 100	7	4	1	4	100
A_2	2 100	7 150	10	6	11	250
A_3	8	5 50	3 100	2 50	2	200
A_4	11	8	12	16 50	13 250	300
Талаб хажми	200	200	100	100	250	

<u>Минимал қиймат усули.</u>

Бу усулда бошланғич ечим қуриш учун аввал йўл ҳаражати энг кичик бўлган катакка $\boldsymbol{a_i}$ ва $\boldsymbol{b_j}$ лардан кичиги ёзилади ва кейинги энг кичик қийматли катакка ўтилади ва ҳ.қ. Бу усулда тузилган бошланғич ечимни бузилмаслик ва циклланишга текшириш шарт.

2-Мисол. Минимал қиймат усули билан бошланғич ечимини топинг.

Таъминотчилар	Истеъмолчилар					Захира хажми
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	7	4	1 100	4	100
A_2	2 200	7 50	10	6	11	250
A_3	8	5	3	2	2 200	200
A_4	11	8 150	12 100	16	13 50	300
Талаб хажми	200	200	100	100	250	

3. *Оптимал ечим қуришнинг потенциаллар усули*

Теорема: Агар транспорт масаласининг $X^*=(x^*_{ij})$ ечими оптимал бўлса, унга қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи **m+n**-та сонлар системаси мос келади:

$X^*_{ij} > 0$ лар учун $U^*_i + V^*_j = C_{ij}$

$X^*_{ij} = 0$ лар учун $U^*_i + V^*_j$? C_{ij}

$i=1,2,\ldots,m; \quad j=1,2,\ldots,n.$

U^*_i ва V^*_j сонлар мос равишда «таъминотчи ва истеъмолчиларнинг потенциаллари» дейилади.

Бу теоремага кўра бошланғич таянч ечим оптимал бўлиши учун қуйидаги икки шарт бажарилиши керак:

а) ҳар бир банд катак учун мос потенциаллар йиғиндиси шу катакдаги йўл ҳаражати қийматига тенг бўлиши керак:

$$U^*_i + V^*_j = C_{ij} \qquad (6)$$

б) ҳар бир бўш катак учун мос потенциаллар йиғиндиси шу катакдаги йўл ҳаражати қийматидан катта бўлмаслиги керак:

$U^*_i + V^*_j$? C_{ij} (7)

Агар камида битта бўш катак учун (7) шарт бажарилмаса, кўрилаётган ечим оптимал бўлмайди ва бу ечимни базисга (7) шарт бузилган катакдаги номаълумни киритиш билан яхшилаш мумкин.

Шундай қилиб навбатдаги таянч ечимни оптималликка текшириш учун аввал (6) шарт ёрдамида потенциаллар системаси қурилади ва сўнгра (7) шартнинг бажарилиши текширилади.

4. Потенциаллар усулининг алгоритми

1. Бошланғич таянч ечимни қуриш;
2. (6) шарт асосида потенциаллар системасини қуриш; бунда **m+n-1** та банд катак учун **m+n**-та чизиқли тенглама хосил бўлади. Номаълумлар сони тенгламалар сонидан битта ортиқ бўлгани учун битта номаълум эркли бўлиб унга ихтиёрий қиймат, масалан ноль қиймати берилиб қолганлари мос тенгламалардан топилади;
3. Бўш катаклар учун (7) шарт текширилади;

   а) бу шарт барча бўш катаклар учун бажарилса, ечим оптимал бўлади ва ечиш жараёни тугайди;

   б) акс ҳолда ечим оптимал бўлмайди ва кейинги ечимга ўтишга киришилади;
4. Кейинги ечимга ўтиш учун (7) шарт бузилган катакларнинг ўнг паст бўрчагига $?_{ij} = U_i + V_j - C_{ij}$ қийматлар ёзиб чиқилади ва бу қийматларнинг энг каттаси мос келган катакка «+» ишора қўйилади. «+» ишора қўйилган катакдан бошлаб банд катаклар орқали цикл қурилади, яъни учлари банд катакларда ётган ёпиқ кўпбурчак хосил қилинади. Бу кўпбурчакнинг учларига бўш катакдаги «+» дан ихтиёрий йўналишда «-» ва «+» ишоралари қўйиб чиқилади. «-» ишорали катаклардаги юк бирликларидан энг ками танланади ва шу микдор барча «-» ишорали катаклардан айирилиб, «+» ишорали катакларга қўшилади, натижада янги таянч ечим хосил бўлади.

Бу жараён чекли сонда қайтарилгандан сўнг албатта оптимал ечим хосил бўлади.

Бу алгоритмни қуйидаги мисолда батафсил кўриб чиқамиз:
(охирги жадвалдаги ечим давом этдирилади).

5. Очиқ моделли транспорт масаласи

Юқорида талаб ва таклифларнинг умумий миқдорлари тенг бўлганда масала «ёпиқ моделли транспорт масаласи» дейилади, деган эдик. Акс ҳолда масала очиқ моделли бўлиб унинг оптимал ечимини топиш учун ёпиқ моделга келтирилади ва потенциаллар усули қўлланилади.

Очиқ моделли масалани ёпиқ моделга келтириш учун қўшимча «сохта» таъминотчи ёки истеъмолчи киритилади, уларнинг заҳираси ёки талаб ҳажми

a_{m+1} = ?b_j - ?a_i ёки b_{n+1} = ?a_i - ?b_j бўлади. Сохта таъминотчидан реал истеъмолчиларга ёки реал таъминотчилардан сохта истеъмолчиларга амалда юк ташилмагани учун йўл ҳаражатлари нолга тенг қилиб олинади ($C_{i,n+1} = 0$; $C_{m+1,j} = 0$).

Натижада ёпиқ моделли масала ҳосил бўлади.

3-мисол: ?a_i > ?b_j – бўлган ҳол, учун масалани ечинг.

Таъминотчилар	Истеъмолчилар						Захира ҳажми
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_{n+1}	
A_1	10	7	4	1	4	0	100
A_2	2	7	10	6	11	0	250
A_3	8	5	3	2	2	0	200
A_4	11	8	12	16	13	0	300
Талаб ҳажми	200	150	100	100	200	100	

I bob bo'yicha xulosalar

Ушбу бобда чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг назарий асослари ёритилган. Бунда чизиқли тенгламалар ва уларнинг системалари тушунчаси, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг анъанавий усуллари, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикасининг таҳлили кабилар баён қилинган.

II – БОБ. ФРАКТАЛ ГРАФИКА ИМКОНИЯТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИБ ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИНИ ЕЧИШНИНГ АМАЛИЙ АСОСЛАРИ.

2.1. Фрактал графика ва унинг умумий тавсифи.

Яқин кунгача фойдаланувчи ўзининг математик масаласини ечиш учун нафақат математикани билиши балки компьютерда ишлашни, камида битта дастурлаш тилини билиши ва мураккаб ҳисоблаш усулларини ўзлаштирган бўлиши керак бўлар эди. Ҳозирда эса дастурлашни била олмайдиган ёки хоҳламайдиганлар учун тайёр илмий дастурлар мажмуалари, электрон қўлланмалар ва типик ҳисоб-китобларни бажаришга мўлжалланган дастурий воситалар бўлган – *амалий воситалар пакетлари* (АВП) мавжуд.

Бу пакетлар фойдаланувчи учун керакли бўлган барча ишни ёки ишнинг асосий керакли қисмини бажариш имконини беради: муаммони тадқиқ қилиш (аналитик шаклида ҳам); маълумотларнинг таҳлили; ечим мавжудлигини текшириш; маделлаштириш; оптималлаш; графикларни қуриш; натижаларни ҳужжатлаштириш ва шакиллантириш; тақдимотларни яратиш.

Машина математикасини АВП ёрдамида ўрганиш фойдаланувчида математиканинг ўзини ўрганиш иллюзиясини яратади. Аммо шуни айтиш жоизки мазкур пакетларда яратилган ҳар қандай чиройли меню фойдаланувчини оддий математик тушунчалардан ва усуллардан уни озод қила олмайди. Хусусан, агар фойдаланувчи матрица нималигини билмаса, у ҳолда матрица алгебраси дастурий пакети унга ҳеч қандай ёрдам бера олмайди, ёки фойдаланувчи ноаниқ бўлмаган интегрални сонли усуллар ёрдамида ҳисоблашга уринганда, у ҳақиқатдан анча йироқ бўлган жавобни олиши ёки жавобни умуман ололмаслиги ҳам мумкин. Ихтиёрий кенг имкониятларга эга пакет универсал ёндашишга боғлик. Математик пакетларни ишлатишда мутахассис ундан онгли фойдаланиб чегирмалар қилиши мумкин: пакетни унинг муаммосига ростлаши, дастурни модификациялаш, янгилаш, ҳисоблаш вақтини тежаш ва ҳ.к.

Ҳозирги кунда кампьютер алгебрасининг нисбатан имкониятли пакетлари бу - *Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD, Derive* ва *Scientific WorkPlace*. Булардан биринчи иккитаси профессионал математиклар учун мўлжалланган бўлиб имкониятларнинг бойлиги, ишлатишда мураккаблиги билан ажралиб туради.

MatLab матрицалар билан ишлашга ва сигналларни автоматик бошқариш ҳамда қайта ишлашга мўлжалланган.

MathCAD ва Derive қўлланилиши жуда осон бўлиб талабаларнинг типик талабларини қондиришни таъминлайди. Булар каторига Eureka пакетини ҳам қўшиш мумкин.

Scientific WorkPlace математик қўлёзмаларни LATEX тизимидан фойдаланган ҳолда тайёрлашга мулжалланган бўлиб бир пайда аналитик ва сонли амалларни бажариши мумкин.

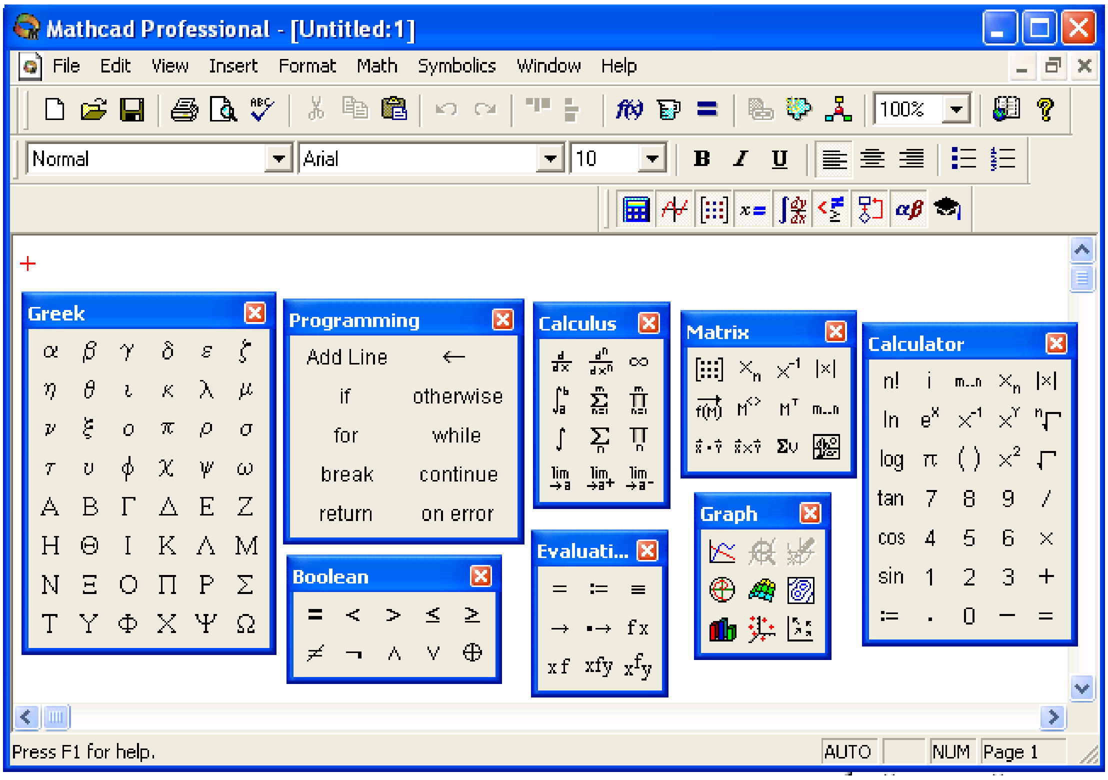
1.Mathcad имкониятлари ва унинг интерфейси

Замонавий компьютер математикаси математик ҳисобларни автоматлаштириш учун бутун бир бирлаштирилган дастурий тизимлар ва пакетларни тақдим этади. Бу тизимлар ичида Mathcad оддий, етарлича қайта ишланган ва текширилган математик ҳисоблашлар тизимидир.

Умуман олганда Mathcad – бу компьютер математикасининг замонавий сонли усулларини қўллашнинг уникал коллекциясидир. У ўз ичига йиллар ичидаги математиканинг ривожланиши натижасида йиғилган тажрибалар, қоидалар ва математик ҳисоблаш усулларини олган.

Mathcad пакети мухандислик ҳисоб ишларини бажариш учун дастурий восита бўлиб, у профессионал математиклар учун мўлжалланган. Унинг ёрдамида ўзгарувчи ва ўзгармас параметрли алгебраик ва дифференциал тенгламаларни ечиш, функцияларни таҳлил қилиш ва уларнинг экстремумини излаш, топилган ечимларни таҳлил қилиш учун жадваллар ва графиклар қуриш мумкин. Mathcad мураккаб масалаларни ечиш учун ўз дастурлаш тилига ҳам эга.

Mathcad интерфейси Windowsнинг барча дастурлари интефейсига ўхшаш. Mathcad ишга тушурилгандан сўнг унинг ойнасида бош меню ва учта панел воситаси чиқади: Standart (Стандарт), Formatting (Форматлаш) ва Math (Математика). Mathcad ишга тушганда автоматик равишда унинг ишчи ҳужжат файли Untitled 1 ном билан очилади ва унга Workshet (Иш вараги) дейилади. Standart (Стандарт) воситалар панели бир неча файллар билан ишлаш учун буйруқлар тўпламини ўз ичига олади. Formatting (Форматлаш) формула ва матнларни форматлаш бўйича бир неча буйруқларни ўз ичига олади. Math (Математика) математик воситаларини ўз ичига олган бўлиб, улар ёрдамида символлар ва операторларни ҳужжат файли ойнасига жойлаштириш учун қўлланилади. Қуйидаги расмда Mathcadнинг ойнаси ва унинг математик панел воситалари кўрсатилган (1-расм):



1-расм. Mathcad пакети ойнаси ва унинг математик панел воситалари.

Colculator (Колькулятор) – асосий математик операциялар шаблони; Graph (График) – графиклар шаблони; Matrix (Матрица) – матрица ва матрица операцияларини бажариш шаблони; Evluation (Баҳолаш) – қийматларни юбориш оператори ва натижаларни чиқариш оператори; Colculus (Ҳисоблаш) – дифференциаллаш, интеграллаш, суммани ҳисоблаш шаблони; Boolean (Мантиқий операторлар) – мантиқий операторлар; Programming (Дастурлаштириш) – дастур тузиш учун керакли модуллар яратиш опреаторлари; Greek (Грек ҳарфлари) - Symbolik белгилилар устида ишлаш учун операторлар.

2.Математик ифодаларни қуриш ва ҳисоблаш

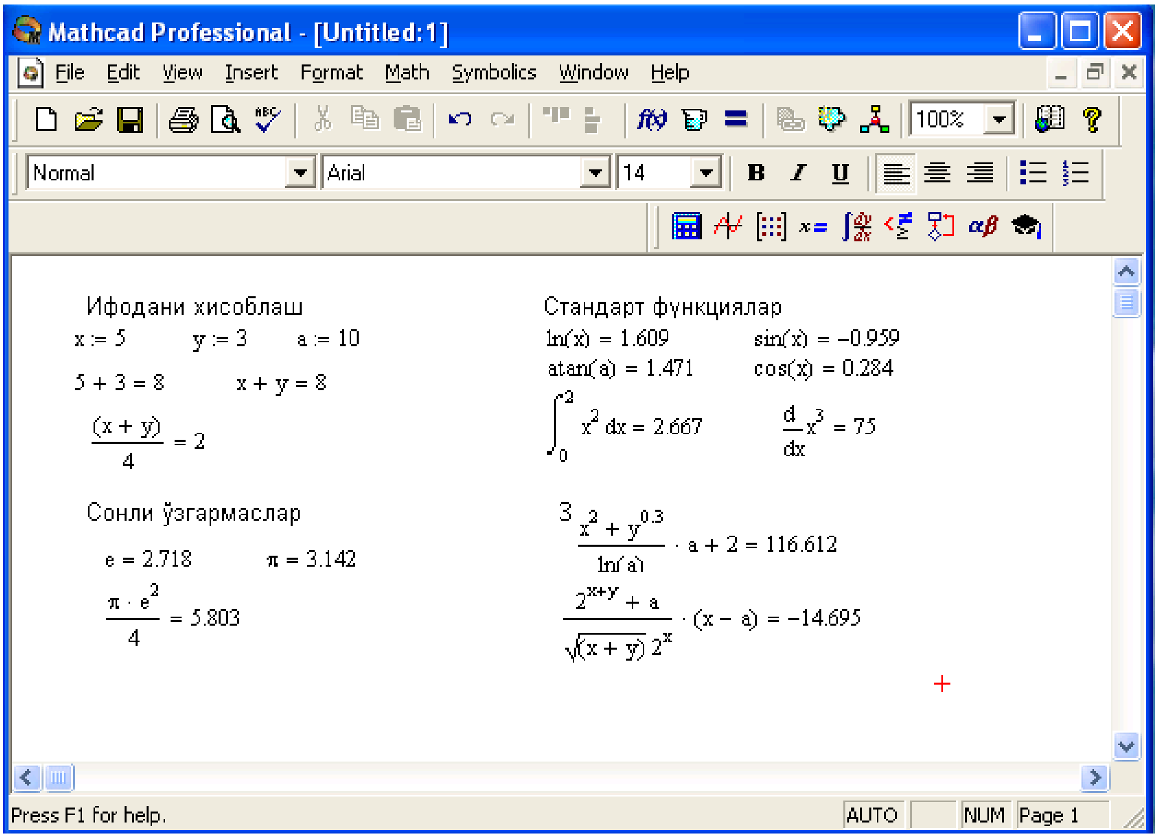
Бошланғич ҳолатда экранда курсор крестик кўринишда бўлади. Ифодани киритишда у киритилаётган ифодани эгаллаб олган кўк бурчакли ҳолатга ўтади. Mathcadнинг ҳар қандай операторини киритишни учта усулда бажариш мумкин:

- меню буйруғидан фойдаланиб;
- клавиатура тугмаларидан фойдаланиб;
- математик панелдан фойдаланиб.

Ўзгаувчиларга қиймат бериш учун юбориш оператори “:=” ишлатилади. Ҳисоблашларни амалга ошириш учун олдин формуладаги ўзгарувчи қийматлари киритилади, кейин математик ифода ёзилиб тенглик “=” белгиси киритилади, натижада ифода қиймати ҳосил бўлади (2-расм).

Оддий ва математик ифодаларни таҳрирлашда меню стандарт буйруқларидан фойдаланилади. Таҳрирлашда клавиатурадан ҳам фойдаланиш мумкин, масалан

- кесиб олиш – Ctrl+x;
- нусха олиш – Ctrl+c;
- қўйиш – Ctrl+v;
- бажаришни бекор қилиш – Ctrl+z.

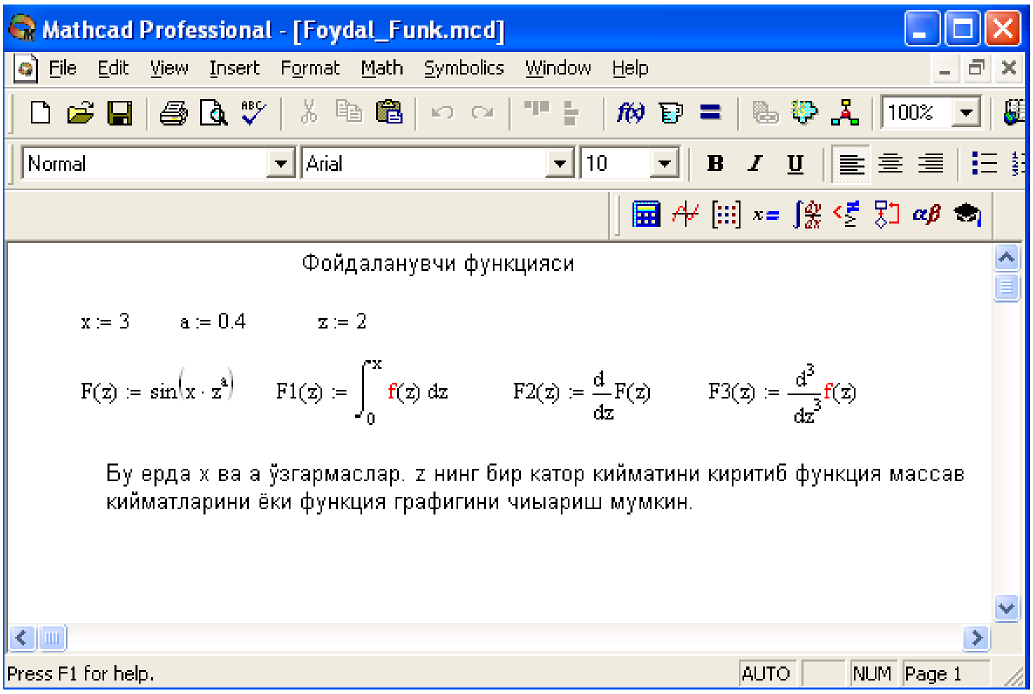


2-расм. Оддий математик ифодаларни ҳисоблаш.

Mathcad 200 дан ортиқ ўзида қурилган функцияларига эга бўлиб, уларни математик ифодаларда ишлатиш учун стандарт панел воситасидаги Insert Function (Функцияни қўйиш) тугмасига боғланган мулоқот ойнасидан фойдаланилади.

Mathcad ҳужжатига матн киритиш учун бош менюдан Insert→Text Region (Қўйиш→Матн майдони) буйруғини бериш ёки яхшиси клавиатурадан иккитали кавичка (“) белгисини киритиш керак. Бунда матн маълумотини киритиш учун экранда матн киритиш майдони пайдо бўлади. Матн киритиш майдонига математик ифодани ёзиш учун математик майдонни ҳам қўйиш мумкин. Бунинг учун шу матн майдонида туриб Insert→Math Region (Қўйиш→Математик майдони) буйруғини бериш кифоя. Бу майдондаги киритилган математик ифодалар ҳам оддий киритилган математик майдон каби ҳисоблашни бажаради.

Mathcadда фойдаланувчи функциясини тузиш ҳисоблашларда қулайликни ва унинг эффективлигини оширади. Функция чап томонда кўрсатилиб, ундан кейин юбориш оператори (:=) ва ҳисобланадиган ифода ёзилади. Ифодада ишлатиладиган ўзгарувчи катталиклари функция параметри қилиб функция номидан кейин қавс ичида ёзилади (3-расм).



3-расм. Ҳсоблашларда фойдаланувчи функциясини тузиш.

3.Дискрет ўзгарувчилар ва сонларни форматлаш

Mathcadда дискрет ўзгарувчилар деганда цикл операторини тушуниш керак. Бундай ўзгарувчилар маълум қадам билан ўсувчи ёки камайувчи сонларни кетма-кет қабул қилади. Масалан:

x:=0..5. Бу шуни билдирадики бу ўзгарувчи қиймати қатор бир неча қийматлардир, яъни x=0,1,2,3,4,5.

x:=1,1.1..5. Бунда 1 – биринчи сонни, 1,1 – иккинчи сонни, 5 - охирги сонни билдиради.

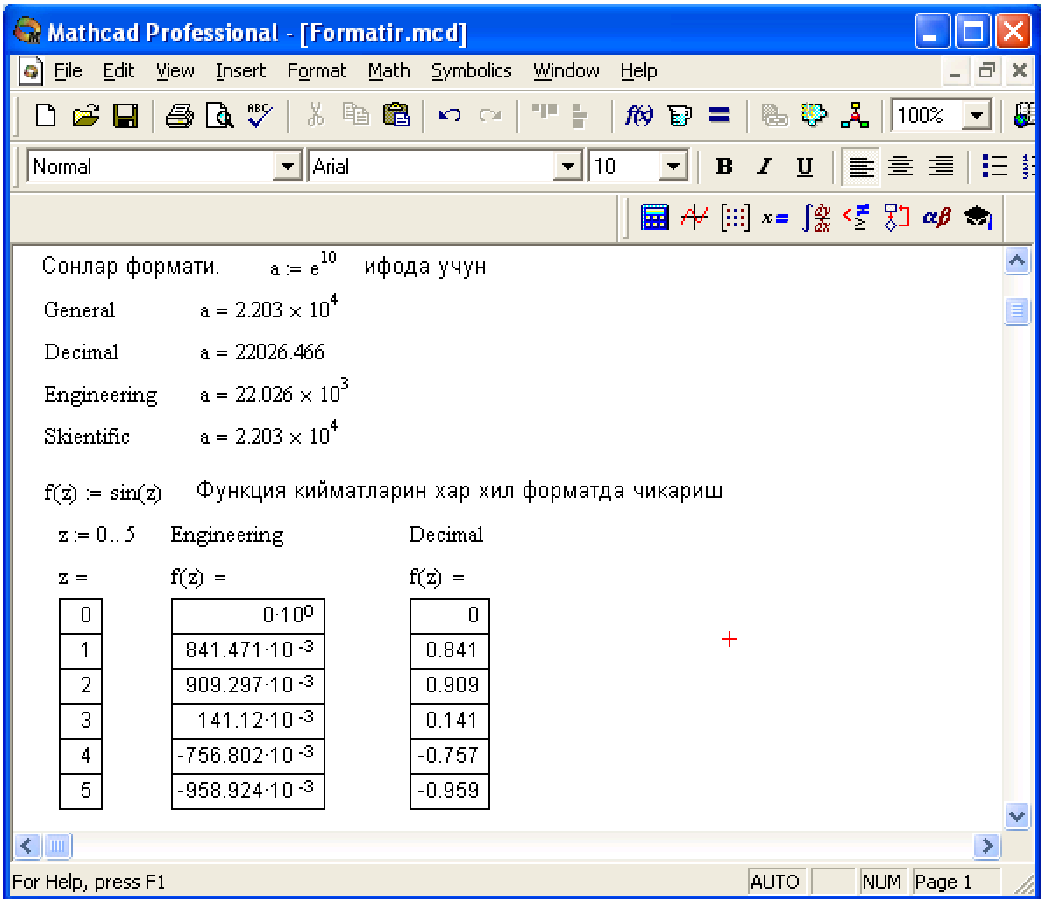
x:=A,A+B..B. Бунда A – биринчи, A+B – иккинчи, B - охирги сонни билдиради.

Изоҳ! Ўзгарувчи диапазонини кўрсатишда икки нуқта ўрнига клавиатурадан (;) нуқта вергул киритилади ёки Matrix (Матрица) панелидан Range Variable (Дискрет ўзгарувчи) тугмаси босилади. Ҳисобланган қийматни чиқариш учун эса ўзгарувчи ва тенглик белгисини киритиш кифоя. Натижада ўзгарувчи қиймати кетма-кет жадвалда чиқади. Масалан, x:=0..5 деб ёзиб, кейин x= киритиш керак.

Фойдаланувчи функциянинг унинг аргументига мос қийматларини ҳисоблаб чиқариш ва бу қийматларни жадвал ёки график кўринишда тасвирлашда дискрет ўзгарувчилардан фойдаланиш қулайликни келтиради. Масалан, f(x)=sin(x)·Cos(x) функция қийматларини x нинг 0 дан 5 гача бўлган қийматларида ҳисоблаш керак бўлса, у ҳолда қуйидаги киритишни амалга ошириш керак: f(x)=sin(x)·Cos(x) x:=0..5 f(x)=*жавоб*.

Сонларни форматлаш. Одатда Mathcad 20 белги аниқлигигача математик ифодаларни ҳисоблайди. Ҳисоблаш натижаларини керакли форматга ўзгартириш учун сичқонча кўрсатгичини сонли ҳисоб чиқадиган жойга келтириб, икки марта тез-тез босиш керак. Натижада сонларни форматлаш натижаси Result Format ойнаси пайдо бўлади. Сонларни форматлаш қуйидагилардир:

- General (Асосий) – ўз ҳолида қабул қилиш. Сон экспоненциал кўринишда тасвиланади.
- Decimal (Ўнлик) – ўнлик қўзғалувчан нуқта кўринишда тасвирланувчи сон (масалан, 12.5564).
- Skientific (Илмий) – сон фақат даражада тасвирланади (масалан, $1.22*10^5$).
- Engeneering (мухандислик) – соннинг даражаси фақат 3 га каррали қилиниб тасвирланади (масалан, $1.22*10^6$).



4.расм.Сонларни форматлаш ва қийматларни ҳар хил формада тасвирлаш.

- Fraction (Каср) – сон тўғри ёки нотўғри каср кўринишида тасвирланади.

Сонларнинг ҳар хил фарматда чиқарилиши қуйидаги 4-расмда келтирилган.

4.Икки ўлчамли график қуриш

Икки ўлчамли функция графигини қуриш учун қуйидаги процедураларни бажариш керак.

1.Қайси жойга график қуриш керак бўлса, шу жойга крестли курсор қўйилади.

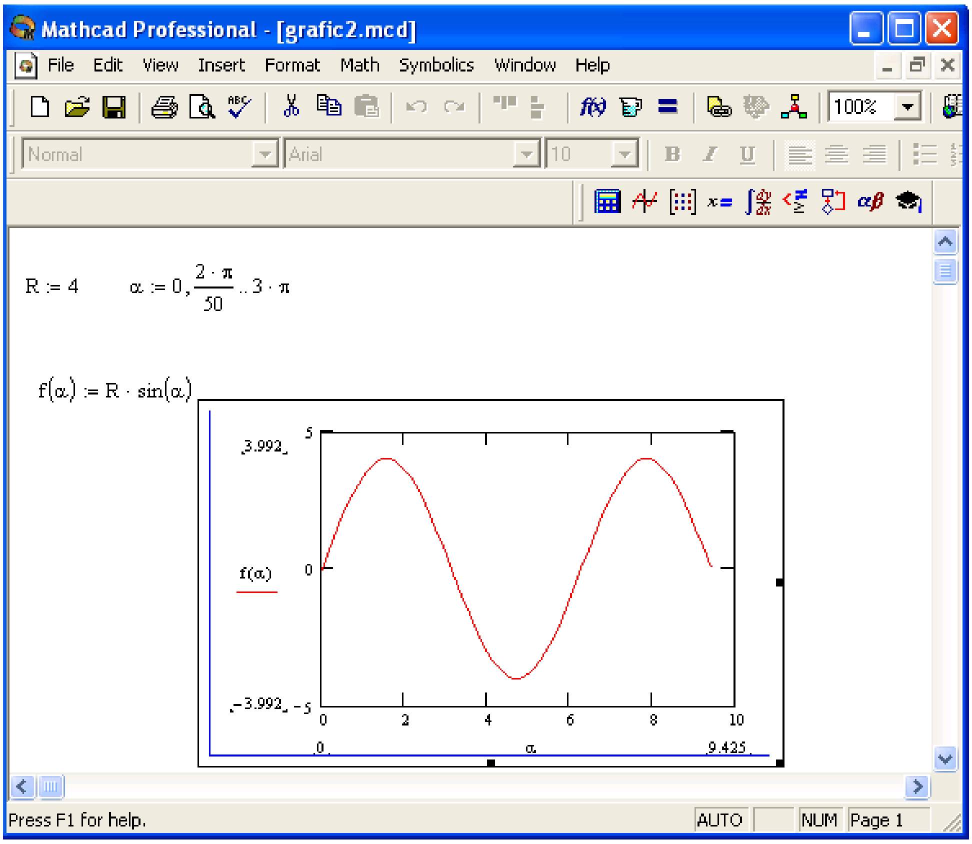
2.Математик панелининг Graph (График) панелидан x-y Plot (Икки ўлчовли график) тугмаси босилади.

3.Ҳосил бўлган икки ўлчамли график шаблонига абсцисс ўқи аргументи номи, ордината ўқига функция номи киритилади.

4.Аргументнинг берилган ўзгариш диапазонида графикни қуриш учун график шаблони ташқариси сичқончада босилади. Агар аргументнинг диапазон қиймати берилмаса, у ҳолда автоматик ҳолда аргумент диапазон қиймати 10 дан 10 гача бўлади ва шу диапазонда график қурилади (Масалан, расм 5).

График форматини қайта ўзгартириш учун график майдонини икки марта тез-тез сичқончани кўрсатиб босиш ва очилган мулоқот ойнасидан кераклисини ўзгаришларни қилиш керак.

Агар бир неча функциялар графигини қуриш керак бўлса ва улар аргументлари ҳар хил бўлса, у ҳолда графикда функциялар ва аргументлар номлари кетма-кет вергул қўйилиб киритилади. Бунда биринчи график биринчи аргумент бўйича биринчи функция графигини ва иккинчиси эса мос равишда иккинчи аргумент бўйича иккинчи функция графигини тасвирлайди ва ҳакозо.



5.расм. Функция графигини қуриш.

Қуйида график формати мулоқот ойнаси қўйилмаларини берамиз:

1. X-Y Axes – координата ўқини форматлаш. Координата ўқига сетка, сонли қийматларни графикга белгиларни қўйиш ва қуйидагиларни ўрнатиш мумкин:
   - LogScale – логарифмик масштабда ўқга сонли қийматларни тасвирлаш;
   - Grid Lines – чизиққа сеткалар қўйиш;
   - Numbered – координата ўқи бўйича сонларни қўйиш;
   - Auto Scale – сон қийматлар чегарасини ўқда автоматик танлаш;
   - Show Markers – графикка белги киритиш;
   - Autogrid – чизиқ сеткаси сонини автоматик танлаш.
2. Trace – функция графикларини форматлаш. Ҳар бир функция графигини алоҳида ўзгартиш мумкин:
   - чизиқ кўриниши (Solid – узликсиз, Dot – пунктир, Dash – штрихли, Dadot – штрихли пунктир);
   - чизиқ ранги (Color);
   - график типи (Type) (Lines – чизиқ, Points – нуқтали, Bar ёки SolidBar – устунли, Step – поғонали график ва бошқа);
   - чизиқ қалинлиги (Weight);
   - символ (Symbol) - графикда ҳисобланган қийматлар учун (айлана, крестик, тўғри бурчак, ромб).
3. Label – график майдони сарловҳаси. Title (Сарловҳа) майдонига сарловҳа матни киритилади.
4. Defaults – бу қўйилма ёрдамида график кўринишга қайтиш мумкин.

Уч ўлчамли график қуриш

Уч ўлчамли график қуриш учун қуйидаги процедураларни бажариш керак.

1.Икки ўзгарувчили функция номини кейин (:=) юбориш оператори ва функция ифодасини киритиш.

2.График қуриш керак бўлган жойга курсор қўйилади.

3.Математик панелининг Graph (График) панелидан Surface Plot (уч ўлчамли график) тугмаси босилади. Шу жойда уч ўлчамли график шаблони пайдо бўлади.

4.Шаблон майдонидан ташқарисида сичқонча босилади ва график қурилади, масалан, 6-расм чап томон.

Икки ўзгарувчили функция бўйича график сиртини қуришни тез қилиш мақсадида бошқа усул ҳам мавжуд ва у айрим ҳолларда функция сиртини тузишда функция массив сонли қийматларини ишлатади, масалан, 6-расм чап томон. Бундай графикни қуриш учун қуйидаги процедураларни бажариш керак.

1.Дискрет ўзгарувчилар ёрдамида икки функциянинг ўзгарувчиси учун ҳам қийматларини киритиш.

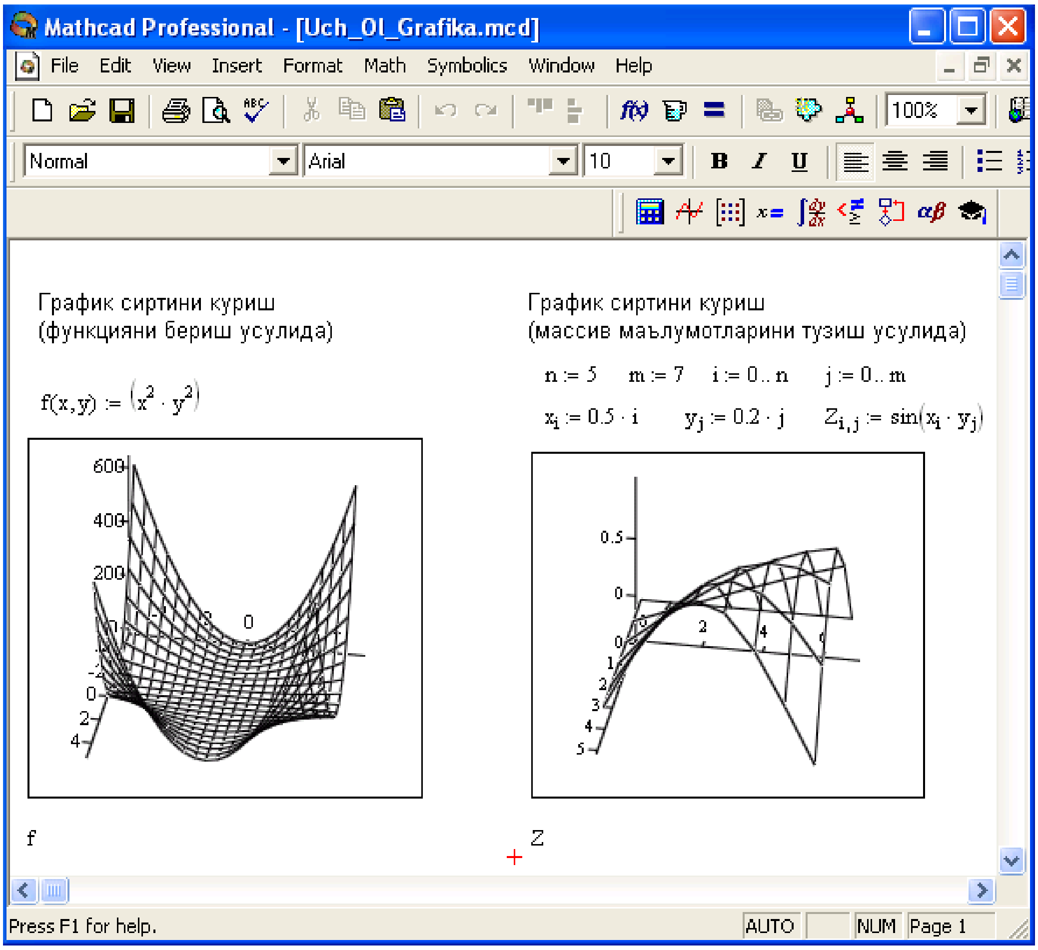
2.Массив киритиш. Унинг элементлари функция қийматлари бўлиб, улар берилган функция аргументлари қийматларидан ташкил этилади.

3.Курсор қайси жойга график қуриш керак бўлса шу жойга қўйилади.

4.График шаблонига функция номини киритиш.

5.Шаблон майдонидан ташқарисида сичқонча босилади ва график қурилади, масалан, 6-расм ўнг томон.

График форматини қайта ўзгартириш ва унга ранглар бериш учун график майдонини икки марта тез-тез сичқончани кўрсатиб босиш ва очилган мулоқот ойнасидан керакли ўзгаришларни қилиш керак. Бу ўзгартиришлар мулоқот ойнаси 7-расмда берилган.



6.расм. Икки ўзгарувчили функция графигини қуриш.

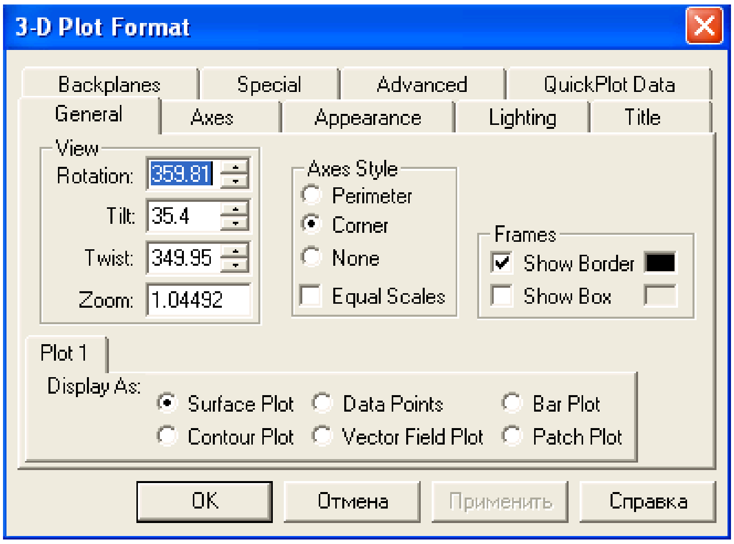
Бунда:

- Surface Plot – график сирти;
- Contour Plot – график чизиғи даражаси;
- Data Points – графикда фақат ҳисоб нуқталарини тасвирлаш;
- Vector Field Plot – вектор майдони графиги;
- Bar Plot – уч ўлчовли график гистограммаси;
- Patch plot – ҳисоб қийматлари майдони.

Булардан ташқари яна бир қанча бошқариш элементлари мавжуд. Улар графикни форматлашда кенг имкониятни беради. Масалан, график масштабини ўзгартириш, графикни айлантириш, графикга анимация бериш ва бошқа. 7-расмда уч ўлчамли графикни форматлаш ойнаси берилган.

Графикни бошқаришнинг бошқа усуллари қуйидагилар:

- *Графикни айлантириш* уни кўрсатиб сичқонча ўнг тугмасини босиш билан амалга оширилади.
- *Графикни масштаблаштириш* Ctrl тугмасини босиб сичқонча орқали бажарилади.
- *Графикга анимация* бериш Shift тугмасини босиш билан сичқонча орқали амалга оширилади.



7.расм. Графикни форматлаш ойнаси.

6.Пағонали ва узлукли функциялар ифодаларида шартларни ишлатиш

Функцияларни ҳисоблашда ҳамма вақт ҳам у узлуксиз бўлавермайди. Айрим ҳолларда узулишга эга бўладиган ва пағонали (ступенчатий) функцияларни ҳам ҳисоблаш керак бўлади. Бундай ҳоллар учун Mathcad шартларни киритиш учун уч хил усулни ишлатади:

- if функция шарти ёрдамида;
- Programming (дастурлаш) панелида берилган if оператори ёрдамида;
- мантиқий (бул) операторларни ишлатган ҳолда.

Мисол тариқасида балканинг эгилишида унинг силжишини аниқлаш масаласини Мора интеграли ёрдамида ҳисоблашни қараймиз (8-расм).

Балка эгилиш пайтида ҳар хил M1(x) ва M2(x) функциялар билан ифодаланувчи икки бўлимдан иборат.

if функция шартини ишлатишнинг процедураси қуйида берилган:

1.Функция номини ва (:=) юбориш операторини ёзиш.

2.Стандарт воситалар панелида Insert Function (Функцияни қўйиш) тугмасини босиш ва қурилган функциялар рўйхати мулоқот ойнасидан if функцияни танлаш, ундан кейин Insert (Қўйиш) тугмасини босиш керак. if функцияси шаблони уч киритиш жойида пайдо бўлади

3.Киритиш жойи тўлдирилади.

if функциясига мурожаат қуйидагича бўлади:

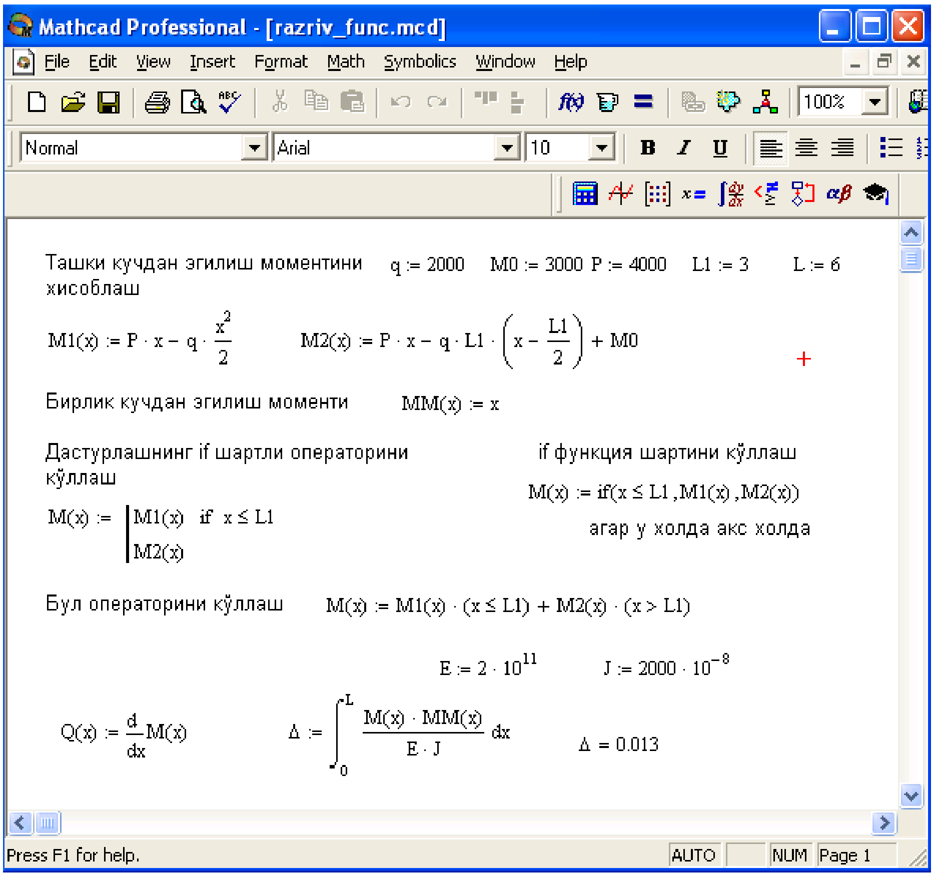
if (cond,x,y),

бу ерда

cond – шарт (масалан, $x>L1$),

x ва y функцияга қайтариладиган қийматлар.

Агар шарт бажарилса, у ҳолда қиймат x га акс ҳолда y га юборилади.



8-расм. Узлукли функцияларни ҳисоблашда шартларни ишлатиш.

Programming (Дастурлаш) панели ёрдамида шартли операторни киритиш учун қуйидаги процедурани бажариш керак бўлади:

1.Функция номини ва (:=) юбориш операторини ёзиш.

2.Математика воситалар панелидан Programming (Дастурлаш) панелини очиб, у ердан Programming Toolbar (Дастурлаш панели) тугмаси ва кейин Add Program Line (Дастур қаторини киритиш) тугмаси босилади.

3.Юқоридаги киритиш жойига (қора тўртбурчакли) биринчи участкадаги эгилиш моменти учун ифода ёзилади.

4.Дастурлаш панелидан If тугмаси (if оператори) босилади. Натижада киритиш жойи, қаерга шартни ёзиш керак бўлган жой пайдо бўлади, масалан x<L1 ёки 0<x<L1.

5.Пастки киритиш жойига иккинчи участка учун эгилиш моменти киритилади ва бўшлиқ тугмаси ёрдамида у ажратилади.

6.Дастурлаш панелидан Otherwise тугмаси босилади ва шарт ёзилади, масалан, x>L1.

Мантиқий (бул) операторларини ишлатишда берилган қўшилувчи ифодалар мос мантиқий операторга кўпайтирилади. Мантиқий операторлар бул операторлар панелидан киритилади (Bjjlean Toolbar тугмасидан). Бул операторлари фақат 1 ёки 0 қиймат қайтаради. Агар шарт тўғри бўлса, у ҳолда оператор қиймати 1, акс ҳолдла 0 бўлади. Мантиқий (бул) операторларини ишлатишга мисол 8-расмда келтирилган.

7.Қийматларни глобал юбориш. Символли ҳисоблашлар

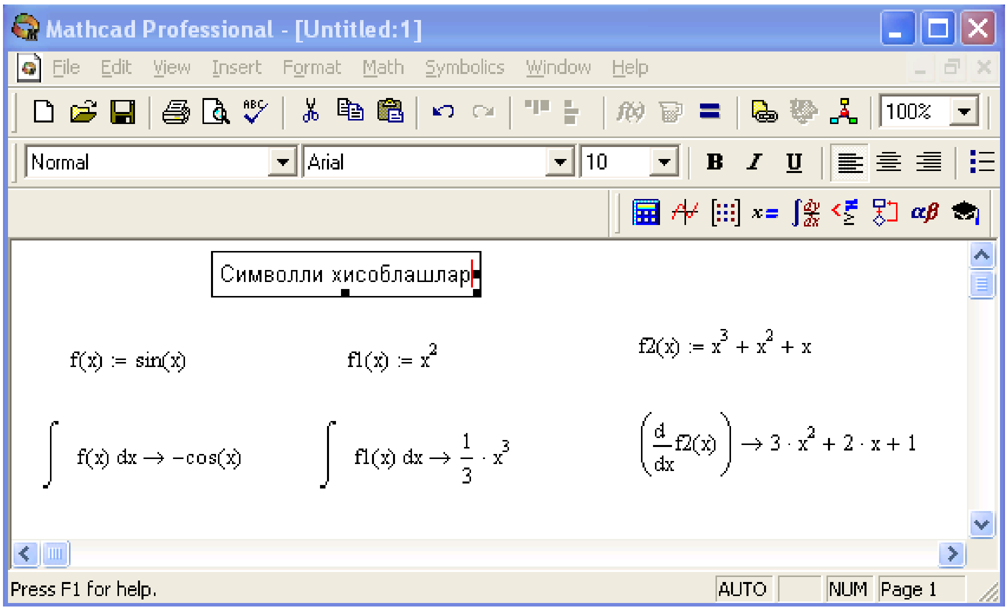
Айрим ўзгармасларга глобал қийматни бериш учун қуйидаги процедурани бажариш керак бўлади:

1.Ўзгармас номи киритилади.

2.Математика панелидан Evaluation Toolbar (Баҳолаш панели) тугмаси босилади.

3.Очилган Evaluation (Баҳолаш) ойнасидан Global Definition (Глобал аниқлаш) тугмаси босилади ёки Shift+~ тугмалари баравар босилади. Бундай аниқланиш барча ҳужжатлар учун таъсир қилади, яъни барча ҳужжатларда бу қийматни ишлатиш мумкин.

Сонли ҳисоблашлардан ташқари Mathcad белгили (символли) ҳисоблашларни ҳам амалга оширади. Бу дегани ҳисоблашлар натижасини аналитик кўринишда тасвирлаш мумкин. Масалан, аниқмас интеграл, дифференциаллаш ва бошқа шу каби масалаларни ечишда унинг ечимини аналитик кўринишда тасвирлайди. Бундай оддий символли ҳисоблашлар 9-расмда келтирилган.



9-расм. Символли ҳисоблашларни бажариш.

Символли ҳисоблашларни бажаришда иккита асосий восита мавжуд:

- Symbolics (Символли ҳисоблаш) менюси;
- Математика панелидан Symbolic панели.

Бу воситалар анча мураккаб символли ҳисоблашларда қўлланинилади. Ҳозир эса оддий символли ҳисоблашни бажаришнинг энг содда усули, яъни тез-тез ишлатилиб туриладиган усуллардан бири - символли тенглик белгиси (→) усулини кўриб чиқамиз. Қуйида бу усулдан фойдаланишнинг кетма-кетлик тартиби берилган:

1.Математика панелидан Calculus Toolbar (Ҳисоблаш панели) тугмаси босилади.

2.Очилган панел ойнасидан Calculus (Ҳисоблаш) ни танлаб, аниқмас интегрални сичқончада чиқиллатилади (мисол тариқасида аниқмас интеграл қаралаяпди).

3.Киритиш жойлари тўлдирилади, яъни функция номи ва ўзгарувчи номи киритилади.

4. Символли белги тенглиги (→) белгиси киритилади.

Символли ҳисоблаш воситалари Жадвал 1

Восита	Шаблон	Таърифи
float	• Float, •→	Силжувчи нуқтани ҳисоблаш
complex	• complex, •→	Комплекс сон формасига ўтказиш
expand	• expand, •→	Бир неча ўзгарувчили йиғинди, кўпайтма ва даражани очиш
solve	• solve, •→	Тенглама ва тенгламалар тизимини ечиш
simplify	• simplify, •→	Ифодаларни ихчамлаш
substitute	• substitute, •→	Ифодаларни ҳисоблаш
collect	• collect, •→	Оддий йиғиндида тасвирланган палином кўринишдаги ифодани ихчамлаш
series	• series, •→	Даражали қаторда ифодани ёйиш
assume	• assume, •→	Аниқ қиймат билан юборилган ўзгарувчини ҳисоблаш
parfrac	• parfrac, •→	Оддий касрга ифодаларни ёйиш
coeffs	• coeffs, •→	Полином коэффициенти векторини аниқлаш
factor	• factor, •→	Ифодаларни кўпайтувчиларга ёйиш
fourier	• fourier, •→	Фуре тўғри алмаштириши
laplace	• laplace, •→	Лаплас тўғри алмаштириши
ztrans	• ztrans, •→	Тўғри z-алмаштириш
invfourier	• invfourier, •→	Фуре тескари алмаштириши
invlaplace	• invlaplace, •→	Лаплас тескари алмаштириши

invztrans	• invztrans, •→	Тескари z-алмаштириш
$M^T \rightarrow$	• $^T \rightarrow$	Матрицани транспонирлаш
$M^{-1} \rightarrow$	• $^{-1} \rightarrow$	Матрицага мурожаат
$\lvert M \rvert \rightarrow$	$\lvert \bullet \rvert \rightarrow$	Матрица детерминантини ҳисоблаш
Modifiers		Modifier панелини чиқариш

Лимитларни ҳисоблаш. Mathcadда лимитларни ҳисоблашнинг учта оператори бор.

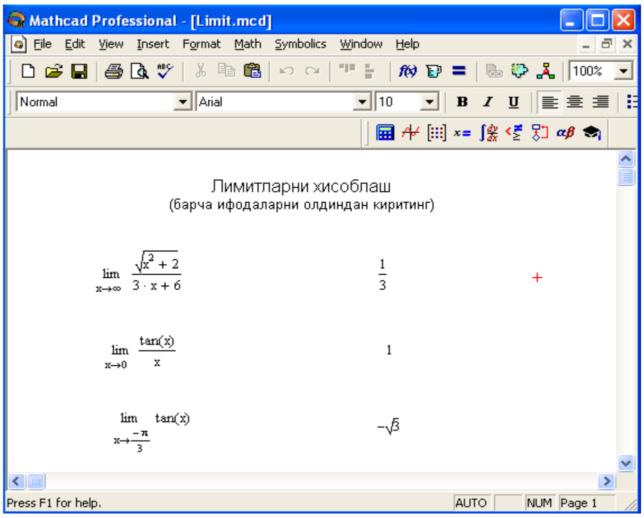
1.Математика панелидан Calculus Toolbar (Ҳисоблаш панели) тугмаси басилса, Colculus (Ҳисоблаш) панели очилади. У ернинг пастки қисмида лимитларни ҳисоблаш операторларини киритиш учун учта тугмача мавжуд. Уларнинг бирини босиш керак.

2.lim сўзининг ўнг томонидаги киритиш жойига ифода киритилади.

3.lim сўзининг остки қисмига ўзгарувчи номи ва унинг интиладиган қиймати киритилади.

4.Барча ифодалар бурчакли курсорда ёки қора рангга ажратилади.

5.Symbolics→Evaluate→Symbolically (Символли ҳисоблаш→ Баҳолаш→ Символли) буйруқлари берилади. Mathcad агар лимит мавжуд бўлса, лимитнинг интилиш қийматини қайтаради. Лимитларни ҳисоблашга доир мисоллар 10-расмда келтирилган.



10-расм. Лимитларни ҳисоблаш.

8.Тенгламаларни сонли ва символли ечиш

Mathcad ҳар қандай тенгламани, ҳамда кўпгина дифференциал ва интеграл тенгламаларни ечиш имкониятини беради. Мисол учун квадрат тенламанининг олдин символли ечимини топишни кейин эса сонли ечимини топишни қараб чиқамиз.

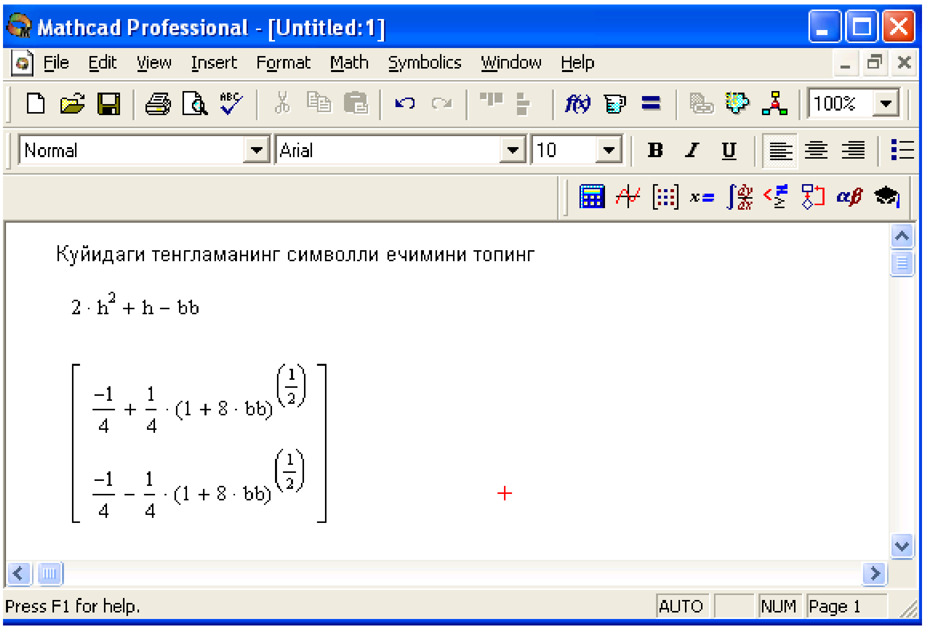
Символли ечиш. Тенгламанинг символли ечимини топиш учун қуйидаги процедурани бажариш керак:

1.Ечиладиган тенгламани киритиш ва тенглама ечими бўлган ўзгарувчини курсорнинг кўк бурчагида ажратиш.

2.Бош менюдан Symbolics→Variable→Solve (Символли ифода→Ўзгарувчи→ Ечиш) буйруғини танлаш. Тенгламани ечиш 10-расмда келтирилган.

Сонли ечиш. Алгебраик тенгламаларни ечиш учун Mathcadда бир неча функциялар мавжуд. Улардан Root функциясини кўриб чиқамиз. Бу функцияга мурожаат қуйидагича:

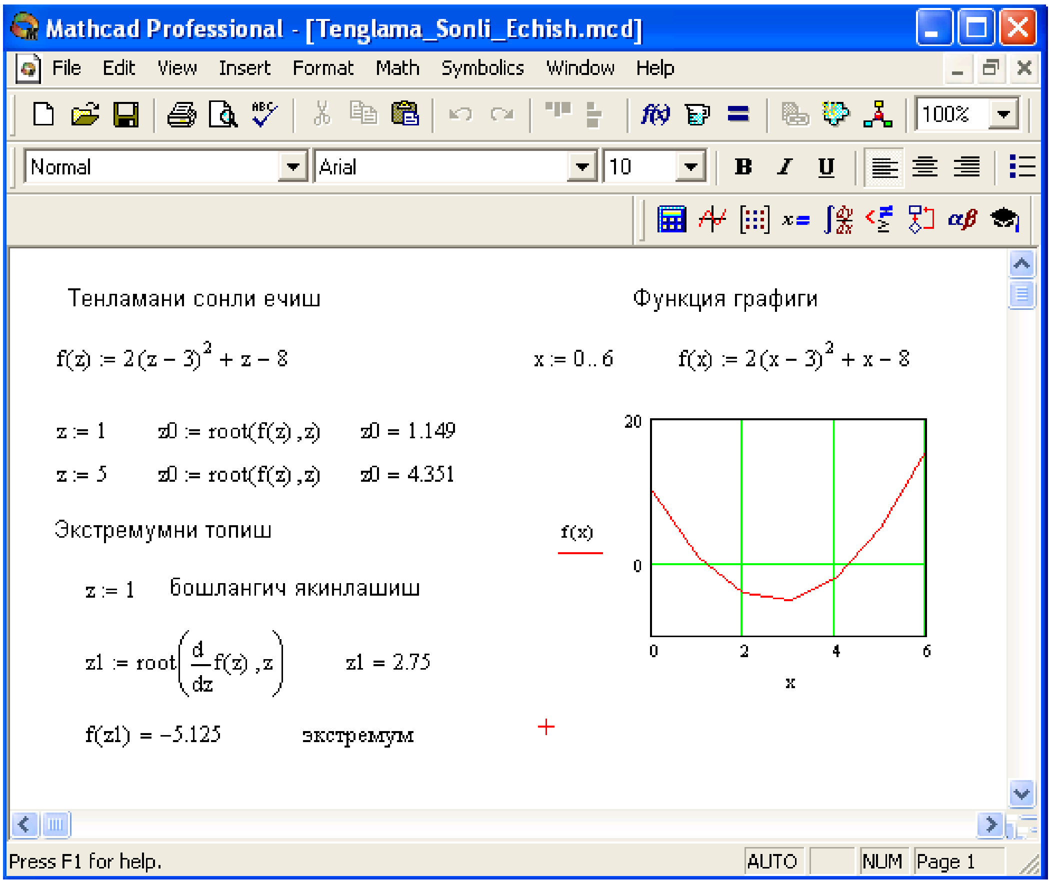
Root(f(x),x).



10-расм. Тенгламани символли ечиш.

Root функцияси итерация усули секущих билан ечади ва сабаб бошланғич қиймат олдиндан талаб этилмайди. 11-расмда тенгламани сонли ечиш ва унинг экстремумини топиш келтирилган.

Тенгламани ечиш учун одлин унинг графиги қурилади ва кейин унинг сонли ечими изланади. Функцияга мурожаат қилишдан олдин ечимга яқин қиймат берилади ва кейин Root функция киритилиб, x0= берилади.



11-расм. Тенгламани сонли ечиш ва унинг графигини қуриш.

Root функцияси ёрдамида функция ҳосиласини нулга тенглаштириб унинг экстремумини ҳам топиш мумкин. Функция экстремумини топиш учун қуйидаги процедурани бажариш керак:

1.Экстремум нуқтасига бошланғич яқинлашишни бериш керак.

2.Root функциясини ёзиб унинг ичига биринчи тартибли дифференциални ва ўзгарувчини киритиш.

3.Ўзгарувчини ёзиб тенг белгисини киритиш.

4.Функцияни ёзиб тенг белгисини киритиш.

Root функцияси ёрдамида тенгламанинг символли ечимини ҳам олиш мумкин. Бунинг учун бошланғич яқинлашиш талаб этилмайди. Root функция ичига олувчи ифодани киритиш кифоядир (масалан, Root($2h^2$+h-bb,h)). Кейин Ctrl+. клавишасини биргаликда босиш керак. Аграр символли ечим мавжуд бўлса, у пайдо бўлади.

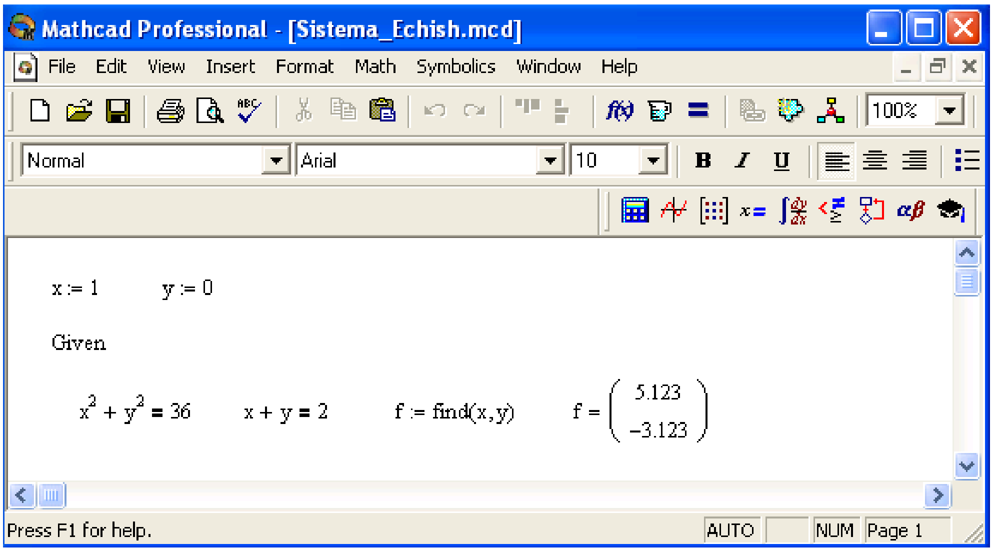
9.Тенгламалар тизимини ечиш

Mathcadда тенгламалар тизимини ечиш Given…Find ҳисоблаш блоки ёрдамида амалга оширилади. Тенгламалар тизимини ечиш учун итерация усули қўлланилади ва ечишдан олдин бошланғич яқинлашиш барча номаълумлар учун берилади (12-расм).

Тенгламалар тизимини ечиш учун қуйидаги процедурани бажариш керак:

1.Тизимга кирувчи барча номаълумлар учун бошланғич яқинлашишларни берниш.

2. Given калит сўзи киритилади.



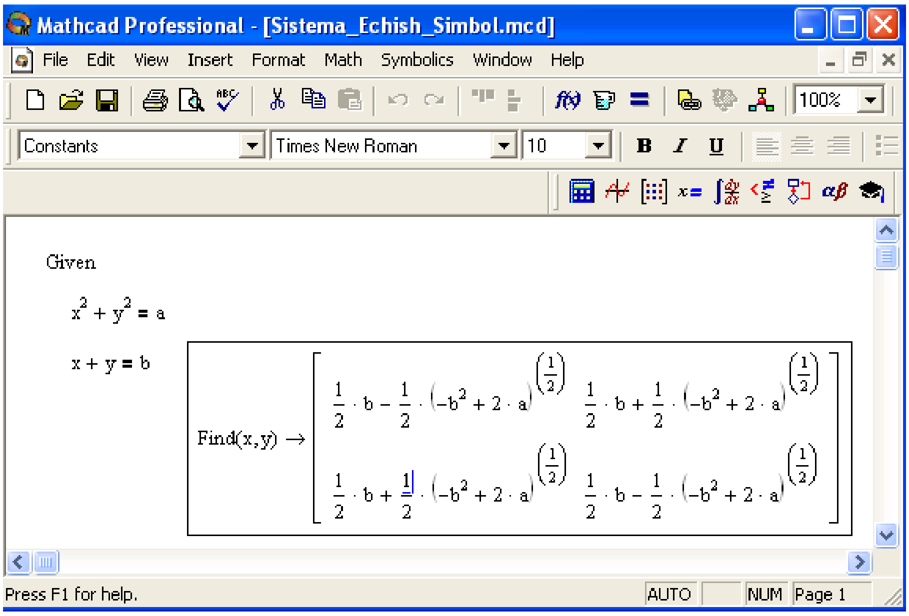
12-расм. Чизиқсиз тенгламалар тизимини ечиш.

3.Тизимга кирувчи тенглама ва тенгсизлик киритилади. Тенглик белгиси қалин бўлиши керак, бунинг учун Ctrl+= клавишиларини биргаликда босиш керак бўлади ёки Boolean (Бул операторлари) панелидан фойдаланиш мумкин.

4.Find функцияси таркибига кирувчи ўзгарувчи ёки ифодани киритиш.

Функцияга мурожаат қуйидагича бажарилади: Find(x,y,z). Бу ерда x,y,z – номаълумлар. Номаълумлар сони тенгламалар сонига тенг бўлиши керак.

Find функцияси функция Root га ўхшаб тенгламалар тизимини сонли ечиш билан бир қаторда, ечимни символли кўринишда ҳам топиш имконини беради (13-расм).



13-расм. Чизиқсиз тенгламалар тизимини символи ечимини топиш.

10. Чизиқли дастурлаш масалаларини ечиш

Чизиқли дастурлаш масаласининг умумлашган математик модели формасининг ёзилиши қуйидаги кўринишга эга.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad (i = \overline{1,m})$$

$$x_j \ge 0 \qquad (j = \overline{1,n})$$

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_i x_i \to \max(\min)$$

Математик моделнинг биринчи формуласи иқтисодий маънода излананаётган миқдорларга қўйиладиган чекланишларни ифодалайди, улар ресурслар миқдори, маълум талабларни қондириш зарурати, технология шароити ва бошқа иқтисодий ҳамда техникавий факторлардан келиб чиқади. Иккинчи шарт - ўзгарувчиларнинг, яьни изланаётган миқдорларнинг манфий бўлмаслик шарти бўлиб ҳисобланади. Учинчиси мақсад функцияси дейилиб, изланаётган миқдорнинг бирор боғланишини ифодалайди.

Чизиқли дастурлаш масаласига келувчи қуйидаги масалани қараймиз.

Фабрика икки хил А ва В тикув махсулти ишлаб чиқаради. Бу маҳсулотларни ишлаб чиқаришда уч хил N_1,N_2,N_3 турдаги материалларни ишлатади. N_1-материалдан 15 м., N_2-материалдан 16 м., N_3-материалдан 18 м. мавжуд.

M_1- маҳсулотни ишлаб чиқариш учун N_1-дан 2м., N_2-дан 1м., N_3-дан 3м. ишлатади.

M_2- маҳсулотни ишлаб чиқариш учун N_1-дан 3м., N_2-дан 4м., N_3-дан 0м. ишлатади.

M_1- маҳсулотнинг бир бирлигидан келадиган фойда 10 сўмни, M_2 - маҳсулотдан келадиган фойда 5 сўмни ташкил қилади.

Ишлаб чиқаришнинг шундай планини тузиш керакки фабрика максимал фойда олсин. Масаланинг математик моделини тузамиз:

$2x_1+3x_2\le 15$

$x_1+4x_2\le 16$

$3x_1\le 18$

$x_1\ge 0, \quad x_2\ge 0$

$Z=10x_1+5x_2 \rightarrow max$

Mathcadда чизиқли дастурлаш масаласи ечишда maximize ва minimize функцияларидан фойдаланиш мумкин. Бу функциялар умумий ҳолда қуйидаги кўринишда ёзилади:

Maximize(F,<ўзгарувчилар рўйхати>)

Minimize(F,<ўзгарувчилар рўйхати>)

Mathcadда чизиқли дастурлаш масаласини ечиш қуйидагича бажарилади (14-расм):

1.Mathcadни ишга тушургандан сўнг, мақсад функцияси ёзилади, масалан f(x,y)=<функция кўриниши> ва ўзгарувчиларнинг бошланғич қиймати киритилади.

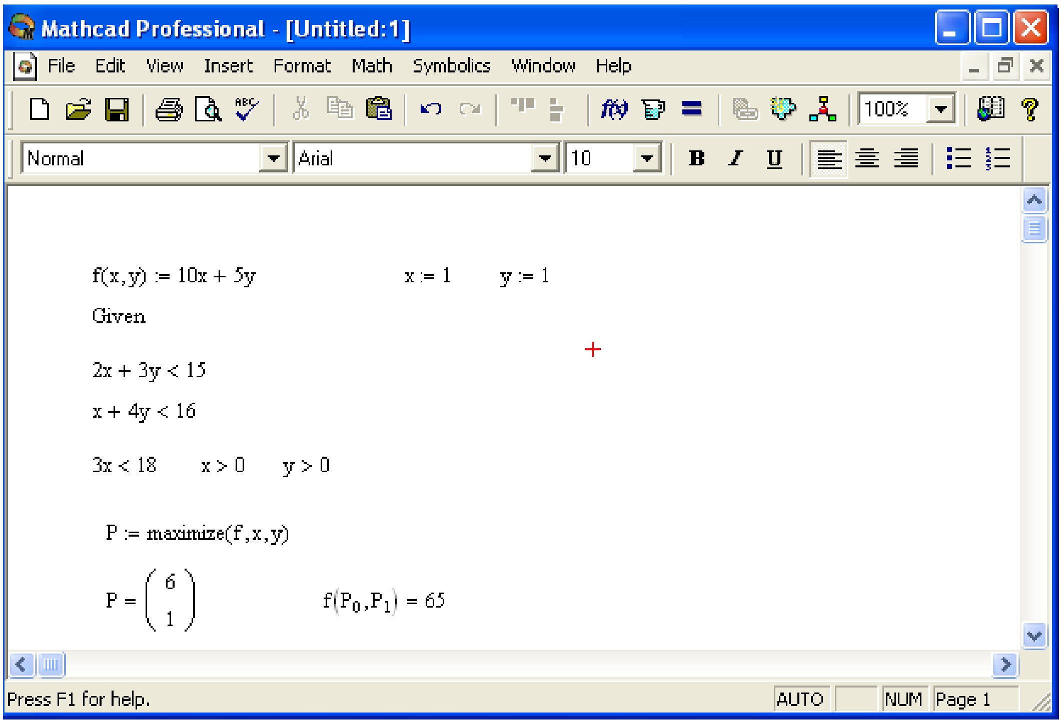
2.Given калит сўзи ёзилади.

3.Тенгсизликлар тизими ва чекланишлар киритилади.

4.Бирор ўзгарувчига maximize ёки inimize функцияси юборилади.

5.Шу ўзгарувчи ёзилиб тенглик киритилади. Натижа вектор кўринишида ҳосил бўлади.

6.Мақсад функцияси қийматини ҳисоблаш учун, масалан $f(p_0,p_1)$ ёзилиб тенглик белгиси киритилади.



14-расм. Чизиқли дастурлаш масаласини ечиш.

11.Матрицалар устида амаллар

Математик масалаларни ечишда Matchadнинг хизмати матрицалар устида амаллар бажаришда яққол кўринади. Матрицалар катта бўлганда бу амалларни бажариш анча мураккаб бўлиб, компьютерда Matchadда дастур тузишни талаб этади. Matchad тизимида бундай ишларни тез ва яққол кўринишда амалга оширса бўлади.

Матрицани тузиш. Матрица ёки векторни қуйидаги процедура ёрдамида аниқлаш мумкин**:**

1.Матрица номини ва (:=) юбориш операторини киритиш.

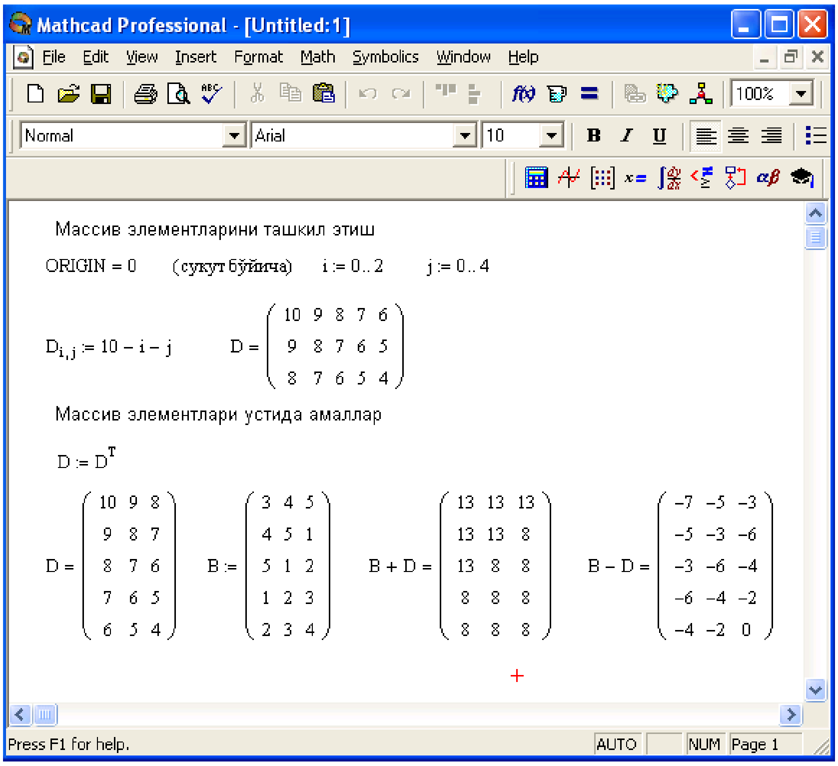
2.Математика панелидан Vector and Matrix Toolbar (Матрица ва вектор панели) тугмачаси босилади. Кейин Matrix or Vector (Матрица ва вектор) тугмаси босилади, натижада Matrix (Матрица) панели очилади. Очилган мулоқот ойнасидан устун ва сатр сонлари киритилиб Ок тугмаси босилади. Бу ҳолда экранда матрица шаблони пайдо бўлади.

3.Ҳар бир жой сонлар билан тўлдирилади, яъни матрица элементлари киритилади.

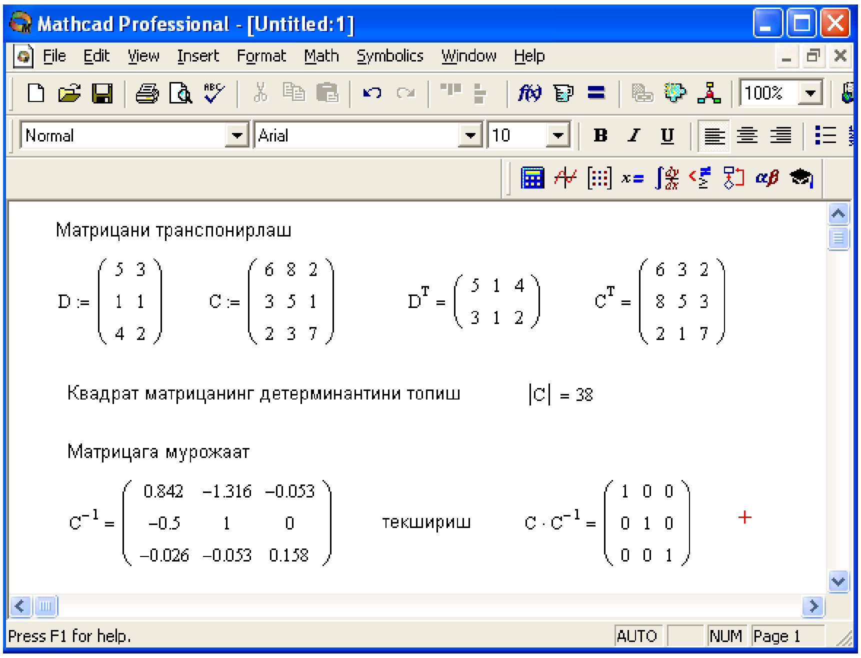
Шаблон ёрдамида 100 дан ортиқ элементга эга бўлган матрицани киритиш мумкин. Вектор – бу бир устунли матрица деб қабул қилинади. Ҳар қандай матица элементи матрица номи билан унинг икки индекси орқали аниқланади. Биринчи индекс қатор номерини, иккинчи индекс – устун номерини билдиради.Индексларни киритиш учун математика воситалар панелдан Matrix панелини очиб, у ердан Vector and Matrix Toolbar, кейин Subscript (Пастки индекс) босилади. Клавиатурадан буни [(очувчи квадрат қавс) ёрдамида бажарса ҳам бўлади. Массив элементи нумери 0, 1 ёки исталган сондан бошланиши мумкин (мусбат ёки манфий). Массив элементи нумери бошқариш учун махсус ORIGIN номли ўзгарувчи ишлатилади. Автоматик 0 учун ORIGIN=0 деб ёзилади. Бунда массив элементлари номери нулдан бошланади. Агар нулдан бошқа сондан бошланса унда ORIGIN дан кейин икки нуқта қўйилади, масалан ORIGIN:=1.

15-расмда D матрицанинг пастки индекслардан фойдаланиб элементларини топиш кўрсатилган. ORIGIN=0 бўлгани учун автоматик равишда биринчи элемент 10 га тенг.

Матрицалар устида асосий амаллар. Matchad матрицалар билан қуйидаги арифметик операцияларни бажаради: матрицани матрицага қўшиш, айириш ва кўпайтириш, бундан ташқари транспонирлаш операциясини, мурожаат қилиш, матрица детерминантини ҳисоблаш, *махсус* сон ва махсус векторни топиш ва бошқа. Бу операцияларнинг бажарилиши 15, 16 - расмларда келтирилган.

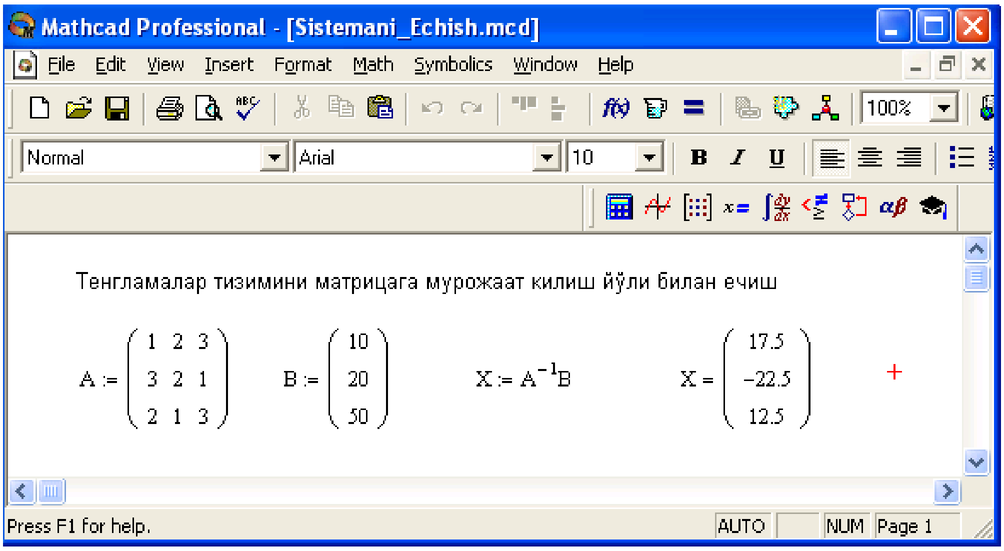


15-расм. Матрица устида амаллар бажариш.



16-расм. Матрица устида амаллар бажариш.

Матрицали тенгламаларни ечиш. Матрицали тенгламалар бу чизиқли алгебраик тенламалар тизими бўлиб A·X=B кўринишда ёзилади ва у матрицага мурожаат қилиш йўли билан тескари матрицани топиш орқали ечилади $X=A^{-1}\cdot B$ (17-расм).



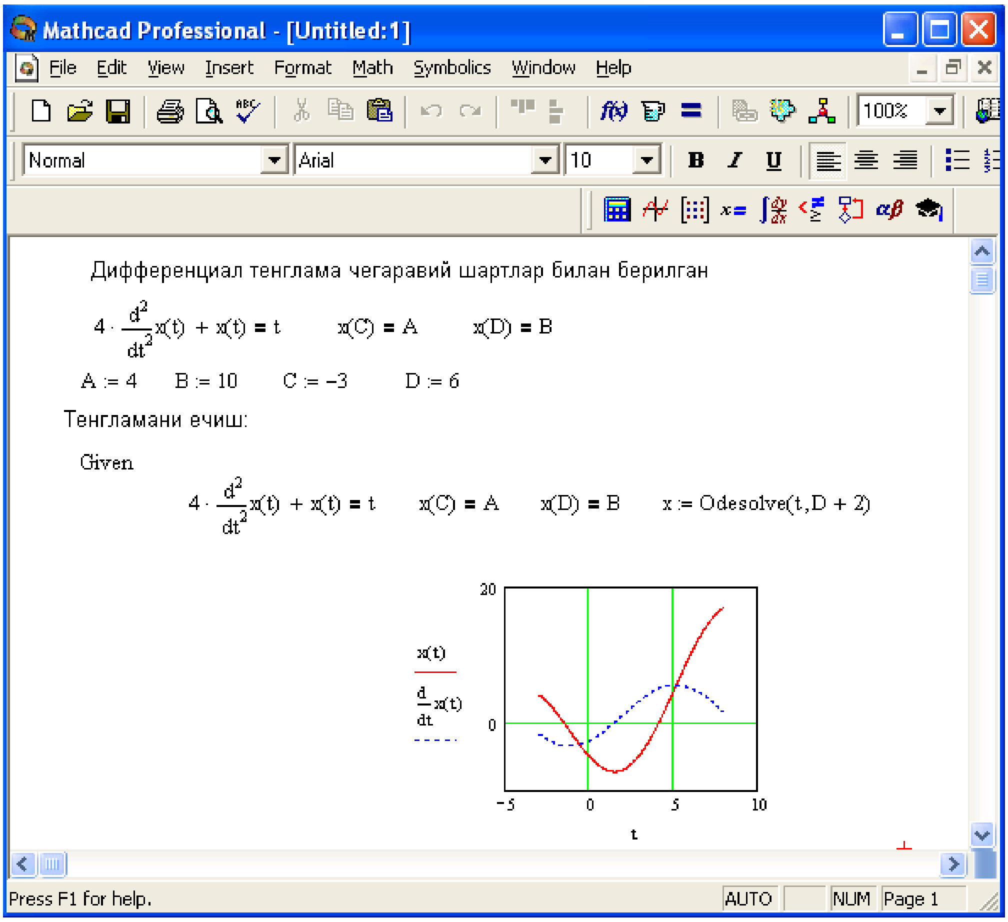
17-расм. Тенгламалар тизимини матрица усулида ечиш.

Матрицалар устида символли операциялар Simbolics (Символли ҳисоблаш) менюсининг буйруқлари ва символли тенглик белгиси (→) ёрдамида бажарилади.

12.Дифференциал тенгламаларни ечиш

Дифференциал тенгламаларни ечиш анча мураккаб. Шу сабаб Mathcadда барча диффернциал тенгламаларни маълум чегараланишларсиз тўғидан-тўғри ечиш имконияти мавжуд эмас. Mathcadда дифференциаллар тенглама ва тизимларини ечишнинг бир неча усуллари мавжуд. Бу усуллардан бири Odesolve функцияси ёрдамида ечиш бўлиб, бу усул бошқа усулларга нисбатан энг соддасидир. Бу функция Mathcad 2000 да биринчи бор яратилди ва у биринчи бор дифференциал тенгламани ечди. Mathcad

2001да бу функция янада кенгайтирилди. Odesolve функциясида дифференциал тенгламалар тизимини ҳам ечиш мумкин. Mathcad дифференциал тенгламаларни ечиш учун яна кўпгина қурилган функцияларга эга. Odesolve функциясидан ташқари уларнинг барчасида, берилган тенглама формасини ёзишда анча мураккаблик мавжуд. Odesolve функцияси тенгламани киритиш блокида оддий дифференциал тенгламани ўз шаклида, худди қоғозга ёзгандек ёзишга имкон яратади (18-расм). Odesolve функцияси ёрдамида дифференциал тенгламаларни бошланғич шарт ва чегаравий шартлар билан ҳам ечиш мумкин.



18-расм. Дифференциал тенгламаларни ечиш.

Берилган тенгламани ёзишда худди дифференциаллаш операторини ишлатган ҳолда ҳам ёки штрихлар билан ҳам ёзиш мумкин. Бошланғич шартни ёзишда эса фақат штрих билан ёзиш керак ва уни киритиш учун Ctrl+F7 клавишиларни баравар босиш керак.

Odesolve функциясига мурожаат уч қисмдан иборат ҳисоблаш блоки ёзувини талаб қилади:

- Given калит сўзи;
- Дифференциал тенглама ва бошланғич ёки чегаравий шарт ёки дифференциал тенгламалар тизими ва унга шартлар;
- Odesolve(x,xk,n) функция, бу ерда x – ўзгарувчи номи, xk – интеграллаш чегараси охири (интеграллашнинг бошланғич чегараси бошланғич шартда берилади); n – ички иккинчи даражали параметр бўлиб, у интеграллаш қадамлар сонини аниқлайди (бу параметр берилмаса ҳам бўлади. Унда қадамни Mathcad автоматик равишда танлайди).

Дифференциал тенгламалар тизимини ечиш учун Odesolve функцияси кўриниши қуйидагича: Odesolve(<номаълумлар вектори>, x, xk, n)

2.2. Фрактал графиканинг имкониятлари ва улардан фойдаланиш

13.Тажриба натижаларини таҳлил қилишга доир масалаларни ечиш

Турли тажрибаларни ўтказишда одатда тажриба маълумотларини функция кўринишида тасвирлаш ва уларни кейинги ҳисоблашларда ишлатиш учун массивлар керак бўлади. Агар функцияни тасвирловчи эгри чизиқ барча тажриба нуқталаридан ўтиш керак бўлса, у ҳолда олинган оралиқ нуқталар ва ҳисобланган функцияга интерполяция дейилади. Агар функцияни тасвирловчи эгри чизиқ барча тажриба нуқталаридан ўтиш керак бўлмаса, у ҳолда олинган оралиқ нуқталар ва ҳисобланган функцияга регрессия дейилади.

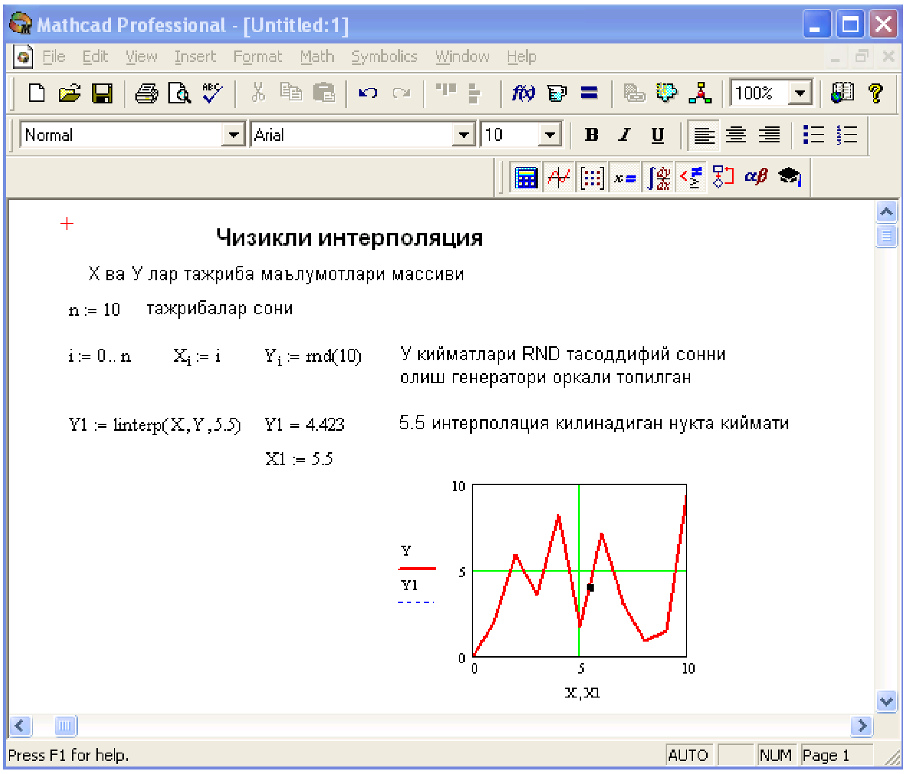
Интерполяция. Mathcad бир неча интерполяциялаш функцияларига эга бўлиб, улар ҳар хил усулларни ишлатади. Чизиқли интерполяциялаш жараёнида linterp функциясидан фойдаланилади (19-расм).

Бу функцияга мурожаат қуйидагича:

linterp(x, y, t)

Бу ерда

- x – аргумент қиймати вектори;
- y – функция қийматлари вектори;
- t – интерполяция функцияси ҳисобланадиган мос аргумент қиймати.



19-расм. Интерпояциялаш.

Регрессия. Регрессия маъноси тажриба маълумотларини аппроксимация қиладиган функция кўринишини аниқлашдир. Регрессия у ёки бу аналитик боғланишнинг коэффициентларини танлашга келади.

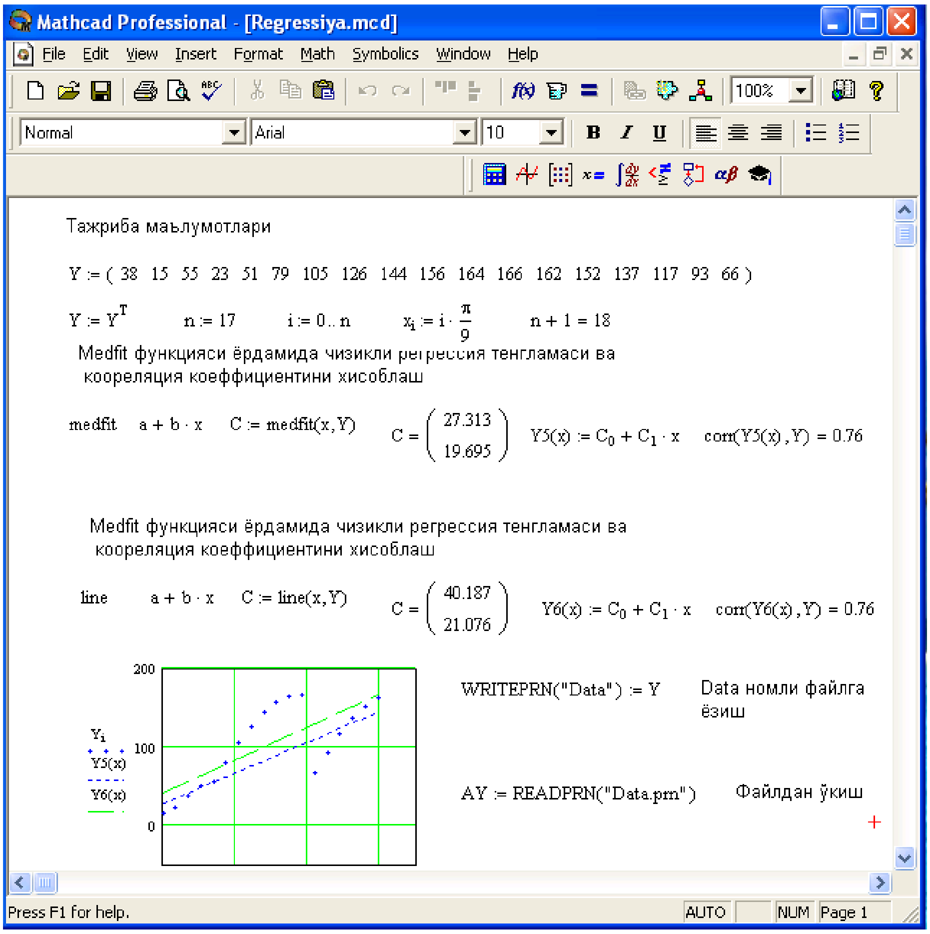
Mathcadда икки хилдаги бир неча қурилган регрессия функциялари мавжуд. Улар қуйидагилар:

- line(X,Y) –хатолар йиғиндиси квадратини минималлашда ишлатилувчи тўғри чизиқли регрессия *f(t)=a+b·t*;
- medfit(X,Y) – медиан тўғри чизиқли регрессия *f(t)=a+b·t*;
- lnfit(X,Y) – логарифмик функцияли регрессия *f(t)=a·ln(t)+b.*

Бу регрессия функциялари бошланғич яқинлашишни талаб этмайди. Уларга доир мисоллар 20-расмда келтирилган.

Яна бешта қурилган функциялар мавжуд бўлиб улар бошланғич яқинлашишни талаб этади:

- expfit(X,Y,g) – экспонентали регрессия $f(x)=ae^{bt}+c$;
- sinfit(X,Y,g) – синисоид регрессия *f(x)=asin(t+b+c;*
- pwrfit(X,Y,g) – даражага боғлиқ регрессия $f(x)=at^{b}+c$;
- lgsfit(X,Y,g) – логистик функцияли регрессия $a(e)=a/(1+be^{-ct})$;
- logfit(X,Y,g) – логорифмик функцияли регрессия *f(t)=aln(t+b)+c.*



20-расм.Чизиқли регрессия тенламасини тузиш.

Бу функцияларда

- x – аргумент қийматлари вектори;
- y – функция қийматлари вектори
- g – a,b,c коэффициентлар бошланғич яқинлашиш қийматлари вектори;
- t –интерполяция қилинаётган функция ҳисобланаётган аргумент қиймати.

Юқоридаги расмларда массив (тажриба) маълумотлари билан аппроксимацияланган функция орасидаги боғлиқликни баҳолаш учун кооreляция коэффициенти corr ҳисобланган.

14.Ташқи маълумотлар билан боғланиш

Mathcad қайта ишланадиган маълумотлар кўп бўлганда уларни файлларга сақлаш ва қайта ўқиш имконини ҳам яратади. Маълумотларни Mathcad prn кенгайтма ном билан оддий матнли файл қилиб сақлайди. Бунинг учун WRITEPRN буйруғини бериш керак. Бу буйруқ кўриниши қуйидагича (20-расм).

WRITEPRN(“файл номи”):=<ўзгарувчи номи>

Масалан,

WRITEPRN(“DY”):=Y

Файл номини беришда унинг кенгайтма номини бериш шарт эмас.

Худди шундай, бошқа дастурда яратилган файллардан ҳам, масалан, Excel маълумотларидан Fortranга, Fortranдан Matcad га ўтказиш мумкин. Бу ишни тескарисига ҳам бажариш мукин.

Тўғри бурчакли матрицани ёки векторни алоҳида файлга ёзиб олиш учун қуйидаги кетма-кетликдаги амалларни бажариш керак:

1. Стандарт воситалар панелидан Insert Function (функцияни қўйиш) тугмасини босиб, мулоқот ойнасини чиқариш.
2. Функциялар гуруҳидан File Access (Файлга рухсат) танланади.
3. Кейин WRITEPRN функцияси танланади.

4. Пайдо бўлган шабланга файл номи киритилади, кейин юбориш оператори (:=) терилади ва массив номи киритилади. Бунда массив элементи қийматлари берилган ном билан .prn кенгайтмада файлга ёзилиб сақланади.

Бирор бир файлда сақланаётган маълумотларни Mathcadга ўқиб олиш учун READPRN буйруғидан фойдаланилади (расм 20).

Масалан, бирор бир массив элементи қийматлари файлда сақланаётган бўлса, уни Mathcadга қайидагича ўқиб олиш:

1. Массив номини киритилади, кейин юбориш оператори (:=) терилади.
2. Стандарт воситалар панелидан Insert Function (функцияни қўйиш) тугмасини босиб, мулоқот ойнаси чиқарилади.
3. Функциялар гуруҳидан File Access (Файлга рухсат) танланади.
4. Кейин READPRN функцияси танланади.
5. Пайдо бўлган шаблонга файл номи киритилади.

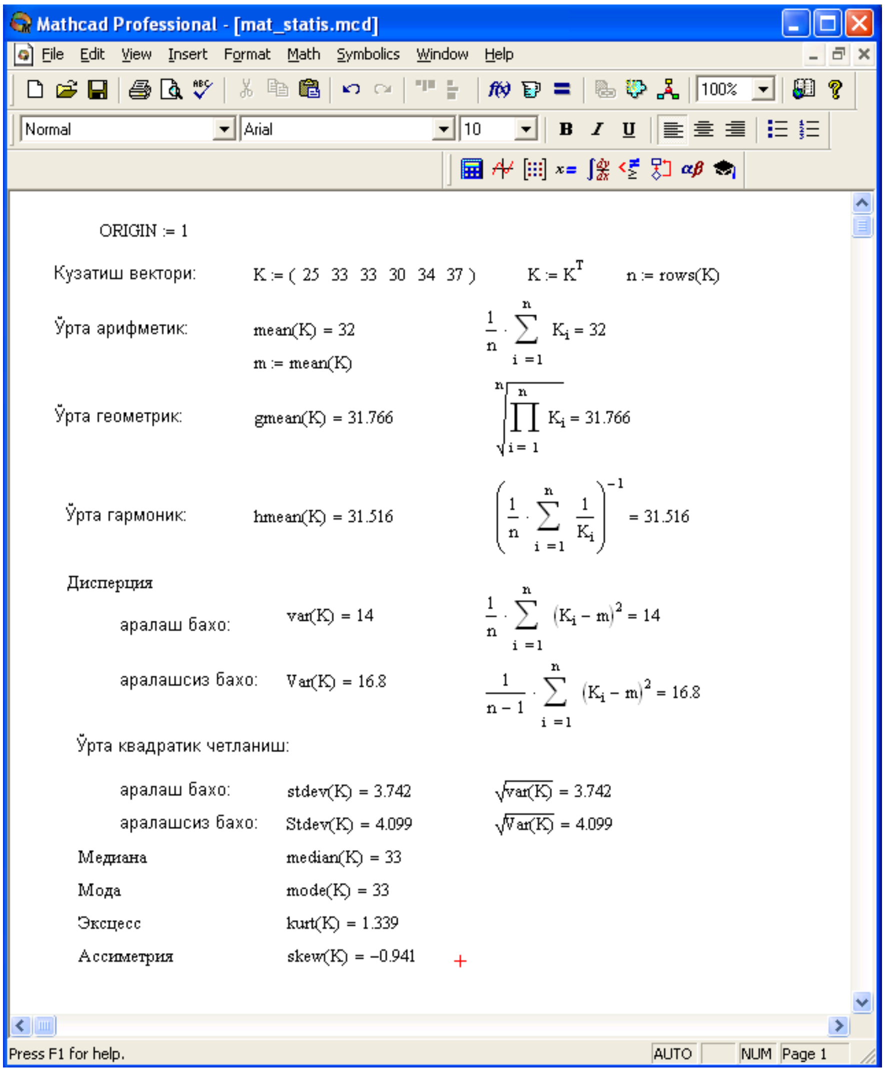
15.Математик статистика элементлари

Mathcad математик статистиканинг масалаларини ечиш учун кўплаб қурилган функцияларга эга бўлиб, улар ўртача катталик, дисперсия, коореляция коэффициенти, эҳтимоллик зичлиги, эҳтимоллик функцияси, 17 та ҳар хил тасоддифий миқдорлар тақсимот кўринишини ҳисоблаш имкониятини беради. Булардан ташқари Mathcadда тасоддифий сонларни генерация қилишнинг 17 та мос тақсимот кўринишини, ҳамда Манте-Карло усули ёрдамида эффектив моделлаштиришни олиб бориш имконияти ҳам бор.

Ажратиб олинган маълумотлар асосида параметрларни баҳолаш учун Mathcadда 16 та ҳар хил функциялар мавжуд:

- mean(A) – A массив элементлари қийматларининг ўртачасини қайтаради.
- hmean(x) – A массив элементлари гормоник қийматларининг ўртачасини қайтаради.

- gmean(A) – A массив элементлари қийматларининг ўртагеометригини қайтаради.
- var(A) – A массив элементлари дисперсиясини қайтаради.
- Var(A) – A массив элементларининг кўзғалмаган дисперсиясини қайтаради.
- stdev(A) – A массив элементларининг ўртаквадратик четланишини қайтаради.
- Stdev(A) – A массив элементларининг кўзғалмаган ўртаквадратик четланишини қайтаради.
- median(A) – эҳтимоллик гистограммасини иккита тенг қисмга бўлувчи A массив медианасини қайтаради.



21-расм.Статистика катталикларини ҳисоблаш.

- mode(A) – А массив модесини қайтаради.
- skew(A) – А массив ассимметриясини қайтаради.
- kurt(x) – А массив эксцессини қайтаради.
- stderr(A,B) – А ва В массивларнинг чизиқли регрессияси усун стандарт хатосини қайтаради.
- cvar(A,B) – А ва В икки массив элементлари ковариациясини қайтаради.
- coor(A,B) – А ва В икки массив коррреляция коэффициентини қайтаради.
- hist(int,y) – А массив гистограммасини қуради.
- histogram(n,y) – бу функция ҳам А массив гистограммасини қуради.

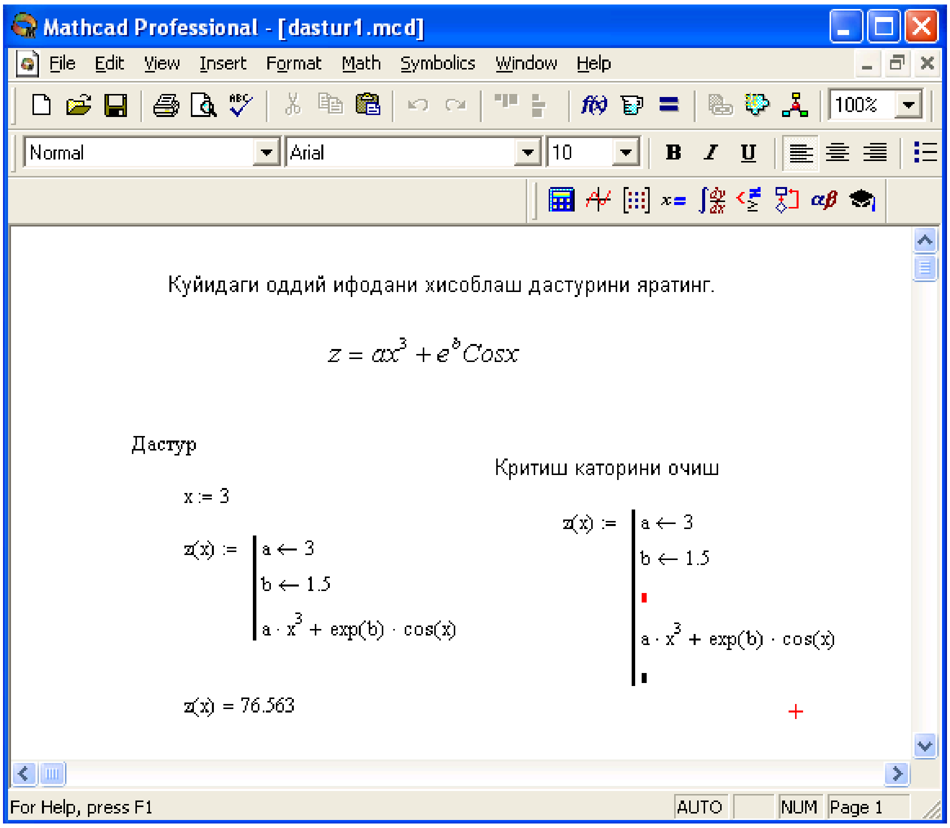
Бу функцияларнинг бажарилиши 21- расмда келтирилган.

16.Дастурлаш

Дастурлаш Mathcadда асосий ўрин тутади. Mathcad кўплаб масалаларни дастурсиз ечиш имконинии беради. Лекин шундай синф масалалари борки уларни дастурсиз ечиб бўлмайди. Mathcad ҳар қандай мураккаб дастурни киритиш имконини беради. Mathcadда дастурлаш жуда аниқ ва тушунарли, унда дастур бир неча кетма-кет формулаларни ифодалайди. Дастурлашнинг асосий операторлари Programming (Дастурлаш) панелида жойлашган.

Дастур қаторини киритиш. Дастурни тузиш учун унинг қаторларини киритиш керак бўлади. Бу қуйидаги келтирилган процедурада бажарилади:

1. Дастур ифодаси номини киритиш.
2. Юбориш операторини (:=) киритиш.
3. Дастурлаш панелидан Add Program Line (Дастур қаторини қўшиш) тугмасини босиш.



22-расм. Оддий чизиқли дастурлар тузиш.

4. Пайдо бўлган киритиш жойига керакли операторларни киритиш, ортиқча киритиш жойини олиб ташлаш.

Керакли киритиш қаторини очиш учун кўк бурчакли курсорни қатор охирига келтириб, бўшлик тугмасини босган ҳолда Add Program Line тугмасини босиш керак. Агар киритиш қаторини қатор олдидан очиш керак бўлса кўк бурчакли курсорни қатор бошига келтириб, бўшлик тугмасини босган ҳолда Add Program Line тугмасини босиш керак бўлади (22-расм).

Айрим ҳолларда, масалан икки ичма ич жойлашган цикллар орасиги қатор қўшишда бу усул қўл келмай қолади. Бу ҳолда бошқа усулни қўллашга тўғри келади. Бу усул қуйидагича бажарилади:

1.Цикл ичи қора рангга ажратилади.

2.Стандарт воситалар панелидан кесиб олиш (Cut) тугмаси босилади.

3.Add Progrm Line (дастурга қатор қўшиш) дастурлаш панели тугмаси босилади.

4.Қатор киритиш жойига курсор қўйилиб, стандарт воситалар панелидан қўйиш (Paste) тугмаси босилади.

5.Пайдо бўлган киритиш жойи тўлдирилади.

Бу усул барча ҳолларда ҳам қатор киритишда қулайликни беради.

Дастурда қийматларни локал юбориш. Дастурда ўзгармаслар ва ўзгарувчиларга қийматлари бериш (←) юбориш оператори ёрдамида амалга оширилади. Бу оператор дастурлаш панел воситасида (Local Definition) локал аниқлаш тугмасига бирлаштирилган. Дастур тузиш давомида кўп ҳолларда бу белгини клавиатурадан { белгисини босиш билан ҳам бажариш мумкин.

Локал ўзгарувчи қийматини дастур ташқарисида ишлатиш мумкин эмас. Агар ташқарида ишлатиш жуда керак бўлса, унинг учун дастурнинг энг охирги операторидан кейин курсорни бўш жойга қўйиб, кейин ўзгарувчини ёзиш керак бўлади.

Агар ўзгарувчининг унга мос битта қийматини чиқариш керак бўлса, шу ўзгарувчининг номини ёзиш керак. Агар вектор ёки массивни чиқариш керак бўлса унинг номини киритиш керак.

if шартли оператори.

if шартли оператори икки босқичда таъсир этади. Биринчи if опреаторидан ўнгда ёзилган шарт текширилади. Агар у рост бўлса, ундан чапдаги ифода бажарилади, акс ҳолда дастурнинг кейинги қаторига ўтилади.

Дастурда if шартли операторини қўйиш учун қуйида келтирилган процедураларни бажаринг.

1.Тузиладиган дастурда шартли оператор киритиладиган жойга курсор қўйилади.

2.Дастурлаш панелидан if оператори тугмаси босилади. Дастурда иккита киритишга эга оператор шаблани пайдо бўлади.

3.Ўнг киритиш жойига шарт киритилади. Бунда мантиқий операторлардан фойдаланиш мумкин. Бунинг учун (Boolean) мантиқий операторлар панелидан фойдаланиш бирмунча қулайликларни беради.

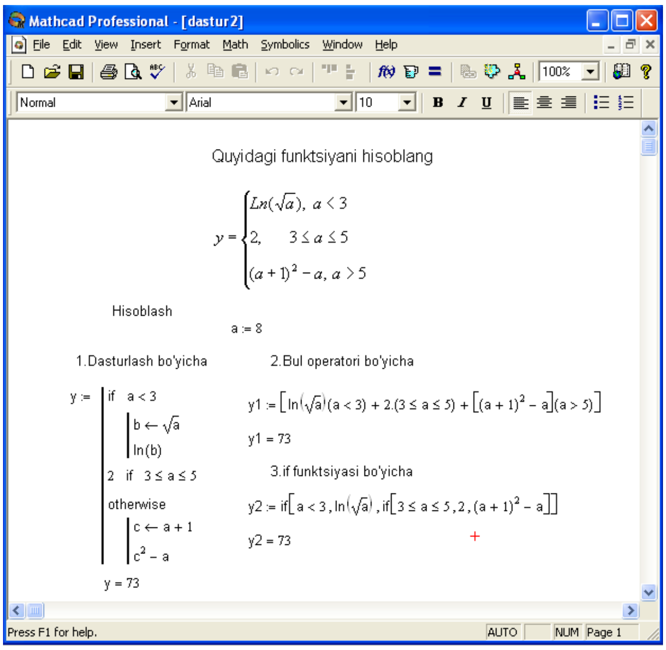
4.if оператори чап тамонига шарт рост бўлганда бажариладиган ифода киритилади.

Агар шартнинг бажарилишида бир неча ифодалар бажариладитган бўлса, у ҳолда бир неча киритиш жойларига эга бўлиш керак. Бунинг учун курсорни if операторининг чап тамондаги киритиш жойига қўйиб, кейин дастурлаш панелидаги Add Program Line (Дастур қаторига қўшиш) тугмачасини неча қатор киритиш керак бўлса шунча босиш керак бўлади. Бунда шунга эътибор бериш керакки, шартли оператор кўриниши ўзгаради. Янги вертикал чизиқ киритиш жойи билан чап тамонда эмас, пастда ва if оператордан ўнгда пайдо бўлади. Агар шарт ёлғон бўлса, ўтиш дастурнинг кейинги қаторига бўлади.

Mathcadда шартни ёзишнинг учта усули бор:

- дастурлашнинг if шартли оператори ёрдамида;
- бул операторлари ёрдамида;
- if функцияси ёрдамида.

Қуйидаги 22-расмда шартни ёзишнинг учта усули кўрсатилган.



23-расм. Шартли функцияни уч усулда ҳисоблаш.

Цикл опрератори.

Mathcadда иккита цикл оператори мавжуд: FOR ва WHILE.

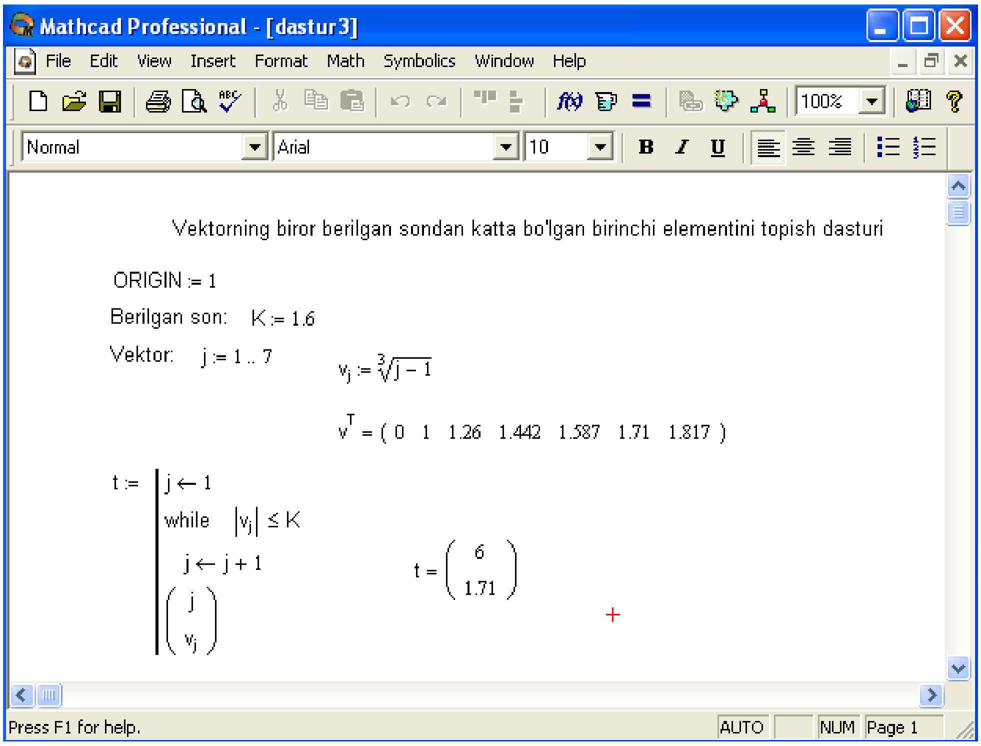
- Агар циклда такрорланиш сони олдиндан маълум бўлса, у ҳолда FOR оператори ишлатилади.
- Агар цикл маълум шартнинг бажарилиши ичида такрорланиши лозим бўлса, у ҳолда WHILE оператори ишлатилади.

WHILE оператори.

While цикл оператори такрорланишлар сони олдиндан аниқ бўлмаган ҳолларда такрорланишни бирор бир шартнинг рост бўлишида бажаради. Берилган шарт олдин текширилиб, кейин шартнинг бажарилишига қараб унинг таркибидаги операторлар бажарилади.

While цикл операторини ёзиш учун қуйидаги кетма кетликларни бажариш лозим:

1. Курсорни дастур киритиш керак бўлган бўш жойга қўйилади.
2. Дастурлаш панелидан While Loop (Цикл While) тугмаси босилади.
3. While операторининг ўнг тамонидан шарт (мантиқий ифода) киритилади.
4. While оператори пастидан цикл ҳисоблаши лозим бўлган ифодалар киритилади. Агар циклда бир неча ифодаларни ҳисоблаш керак бўлса, олдин курсорни киритиш жойига қўйиб, кейин Add Program Line (Дастурга қатор киритиш) ёки “]” (ёпувчи ўрта қавс) тугмасини цикл нечта қаторни ўз таркибига киритса шунча марта босиш керак бўлади. Кейин киритиш жойларини керакли ифодалар билан тўлдириб, ортиқ киритиш жойи олиб ташланади. Қуйидаги 24-расмда мисол тариқасида берилган қийматдан бирон векторнинг биринчи катта қийматини аниқлаш келтирилган.



24-расм. Дастурлашда While цикл операторини қўллаш.

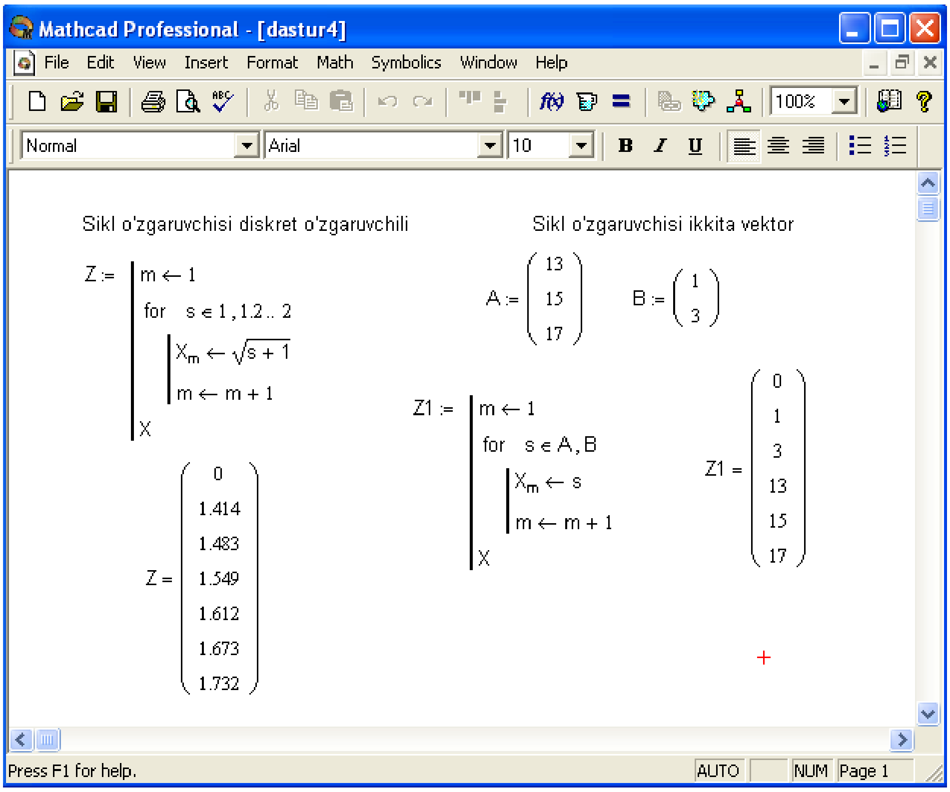
FOR оператори.

For цикл операторини такрорланишлар сони олдиндан аниқ бўлганда ишлатиш мақсадга мувофиқдир. For операторининг такрорланишини, ундан олдин берилган ўзгарувчи аниқлайди.

For цикл операторини ёзиш учун қуйидаги кетма кетликларни бажариш лозим:

1. Курсорни дастур киритиш керак бўлган бўш жойга қўйилади.
2. Дастурлаш панелидан For Loop (Цикл For) тугмаси босилади.
3. For операторининг ўнг тамонидан ўзгарувчи номи киритилиб, унган кейин ўзгарувчининг ўзгариш диапазони берилади. Цикл ўзгарувчиси сонлар қатори ёки вектор бўлиши мумкин. Масалан расмда ўзгарувчи қийматлари верул билан ажратилган вектор қилиб берилган.
4. For оператори пастидан цикл ҳисоблаши лозим бўлган ифодалар киритилади. Агар циклда бир неча ифодаларни ҳисоблаш керак бўлса, олдин курсорни киритиш жойига қўйиб, кейин Add Program Line (Дастурга қатор киритиш) ёки “]” (ёпувчи ўрта қавс) тугмасини цикл нечта қаторни ўз

таркибига киритса шунча марта босиш керак бўлади. Кейин киритиш жойларини керакли ифодалар билан тўлдириб, ортиқ киритиш жойи олиб ташланади. Қуйидаги 25-расмда келтирилган мисолда берилган қийматдан бирон векторнинг биринчи катта қийматини аниқлаш берилган.



25-расм. Дастурлашда For цикл операторини қўллаш.

2.3. Фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикаси.

Чизиқли тенгламалар тизимларини ечиш.

1.Қуйидаги берилган тенгламалар тизимларининг тақрибий ечимини топинг.

Вариант номери	Тизим коэффициентлари матрицаси (A)				Озод ҳадлар устуни (B)
1.	13.47	-2.29	3.29	4.75	2.32
	2.75	11.11	2.28	-0.75	4.75
	0.28	6.25	-9.21	0.79	2.25
	3.21	2.21	0.49	7.87	-3.41

2.	9.66 3.22 1.69 0.46	2.01 12.41 -2.17 1.75	3.03 1.65 13.65 -3.75	1.61 0.93 3.73 9.65	-2.29 2.64 -6.48 -2.77
3.	15.75 3.63 2.28 3.41	2.91 12.02 3.48 0.51	3.60 6.71 15.78 1.07	2.09 -0.09 2.64 6.07	-2.84 9.81 2.71 2.33
4.	12.88 1.77 2.83 3.01	0.28 9.79 3.02 0.97	0.99 2.81 11.79 2.77	7.75 3.03 1.75 11.49	-2.64 4.78 -2.71 2.80
5.	12.85 -0.97 0.77 1.29	0.75 11.04 1.43 3.29	3.21 4.48 9.71 0.71	1.76 1.73 2.13 11.49	-1.74 2.83 0.92 2.80
	1.29	3.29	0.71	11.49	2.80

Чизиқсиз тенгламалар тизимларини ечиш

Қуйидаги тенгламалар тизимини тақрибий ечинг.

1. $\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1{,}2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0{,}5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0{,}7 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} \cos x + y = 1{,}5 \\ 2x - \sin(y-0{,}5) = 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} tg(xy + 0{,}4) = x^2 \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}6x = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} \cos x + y = 1{,}5 \\ 2x - \sin(y-0{,}5) = 1 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} \sin(x+y) - 1{,}2x = 0{,}2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

5. $\begin{cases} \sin(x+0{,}5) - y = 1 \\ 2x - \sin(y-0{,}5) = 1 \end{cases}$ $\quad\begin{cases} tg(xy + 0{,}3) = x^2 \\ 0{,}9x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$

Аниқ интегралларни тақрибий ечиш

Қуйидаги интегралларни тақрибий ҳисобланг.

№	Интеграл ости функция	Оралиқ [a,b]	№	Интеграл ости функция	Оралиқ [a,b]
1	$\frac{\sqrt{x+1.2}}{\sqrt{x^2+1.2x+2.4}}$	[0.2;1.2]	16	$\frac{\sin^2 x}{\sqrt{2x^2+1}}$	[3;2.4]
2	$\frac{(x^2+1)}{\sqrt{x+1}+2}$	[0.4;1.4]	17	$\frac{\cos^2 x}{x^2+1}$	[1.2;0.2]
3	$\frac{\sqrt{x+1.4}}{\sqrt[3]{x^2+0.6x+2}}$	[0.6;1.8]	18	(2x+0.5)cosx	[0.2;1.2]
4	$\frac{0.5x^2+1}{\sqrt{0.4x^2+1.3x+1}}$	[0.6;1.6]	19	$\frac{1+tg^2x}{\sqrt{3x^2+1}}$	[1.1;2.2]
5	$\frac{\sqrt{1.2x^2+0.4}}{\sqrt{0.4x^2+1.6x}+1}$	[0.5;1.3]	20	$\frac{\sin^2 x}{x^2+1}$	[0.1;0.8]

Аниқ интегралларнинг тақрибий ва ва аналитик ечимларини топинг

№	f(x) интеграл ости функсия	[a,b] интеграл оралиғи	$\int_a^b f(x)dx$ бошланғичнинг аниқ қиймати
1	$\frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}$	[1; 3,5]	$\frac{2}{3}(\ln x+1)^{3/2}$ $-2(\ln x+1)^{1/2}+\frac{4}{3}$
2	tg^2x+ctg^2x	$[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}]$	$tgx-ctgx-2x-tg\frac{\pi}{6}+$ $ctg\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}$

3	$\frac{1}{x\ln x}$	[2; 3]	$2{,}3026(\ln\ln x-\ln\ln 2)$
4	$\frac{\ln^2 x}{x}$	[1;, 4]	$\frac{1}{3}\ln^3 x$
5	$\sqrt{e^x-1}$	[0; ln2]	$2\sqrt{e^x-1}-2arctg\sqrt{e^x-1}$

Дифференциал тенгламаларни ечиш

Қуйидаги дифференциал тенгламаларнинг сонли ва аналитик ечимларини топинг

№	Differensial tenglama	Boshlan-g'ich shartlar	Integral-lashtirish oralig'i	Қа-dam	Aniq yechim
1	$y''+y=\frac{1}{\cos x}$	y(0)=1 $y'(0)$=0	[0; 0,5]	0,1	$\cos x+x\sin x+$ $(\cos x)\ln\cos x$
2	$(1+x^2)y''+(y')^2+1=0$	y(0)=1 $y'(0)$=1	[0; 0,5]	0,05	$1-x+2\ln(1+x)$
3	$y''+2y'+2y=2e^{-x}\cos x$	y(0)=1 $y'(0)$=0	[0; 0,5]	0,05	$e^{-x}(\cos x+\sin x+$ $x\sin x)$
4	$y''+4y=e^{3x}(13x-7)$	y(0)=0 $y'(0)$=-4	[0; 0,2]	0,02	$\cos 2x-\sin 2x+$ $e^{3x}(x-1)$
5	$y''+4y'+4y=0$	y(0)=1 $y'(0)$=-1	[0; 1]	0,1	$(1+x)e^{-2x}$

Регрессия тенгламаси ва корреляция коэффициентларини ҳисоблаш

1.Қишлоқ хўжалигида сув ҳажмининг ҳосилдорликка бўлган боғлиқлик тажрибаси ўтказилган.

Сув миқдори (х)	12	18	24	24	30	36	42	48
Ҳосилдорлик (у)	5.27	5.68	6.25	6.25	7.21	8.02	9.71	8.42

Сув миқдори ошиши билан ҳосилдорликнинг ошиш тенденциясининг қандай бўлишини аниқланг, регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

2.Ишлаб чиқаришда маҳсулот миқдорининг унинг нархига бўлган боғланишни аниқлаш учун тажриба ўтказилган.

Маҳсулот ҳажми (х,тонна)	21	23	26	28	24	28	24	25	27	26
Маҳсулот нархи (у, млн.сум)	128	133	150	155	137	155	137	143	153	145

Маҳсулот ҳажмининг унинг нархига бўлган боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

3.Асосий жамғарма қиймати ва ишлаб чиқарилган маҳсулот қиймати ўртасидаги боғланишни тавсифловчи регрессия тенгламасини аниқланг. Тажриба натижалари жадвалда берилган.

Жамғарма қиймати (х, млн.сум)	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Маҳсулот қиймати (у, млн.сум)	70	60	60	52	56	40	31	31	25	20

4.Ишчининг бир сменада ишлаб чиқарган маҳсулоти (х) ва унинг иш стажи (у) ўртасидаги боғланишни тавсифловчи регрессия тенгламасини аниқланг. Тажриба натижалари жадвалда берилган.

Маҳсулот (x, дона)	180	160	150	110	100	120	90	80
Иш стаж (y, йил)	6	8	7	5	2	4	3	1

5.Бир неча корхоналар ишлаб чиқаришда маҳсулот тан нархининг йиллик ўртача ишчилар сонига бўлган тажрибасини ўтказган. Шу ишчилар сонилари билан маҳсулот тан нархи ўртасидаги боғланишни тавсифланг. Тажриба натижалари жадвалда берилган.

Корхоналар номери	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ишчилар сони (x, дона)	148	240	252	272	289	320	357	372	383	425
Маҳсулот тан нархи (y, млд.сум)	140	245	230	240	290	330	390	368	400	410

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

6.Тумандаги саккизта оила аъзоларининг ўртача бир йиллик даромади (x) билан суткада ҳар бир оила аъзоси томонидан истемол қилинадиган ёғ миқдори (y) ўртасидаги корреляцион боғланиш учун регрессиянинг чизиқли тенгламасини аниқланг. Маълумотлар қуйидаги жадвалда берилган.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Ўртача бир ойлик даромад (x, минг сум)	29.0	38.0	46.0	54.0	62.0	70.0	79.0	97.0
Истемол қилинадиган ёғ миқдори (y, грамм)	15.2	17.0	25.0	26.3	32.0	34.1	38.0	42.0

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

7.Барий хлорид (y) га колций хлорид (x) нинг 70^{o} C да қўшилиши натижасида эритманинг корреляцион боғланиш учун регрессиянинг чизиқли тенгламасини аниқланг. Маълумотлар қуйидаги жадвалда берилган.

Колций хлорид (x, %)	0	5	8	10	15	20
Барий хлорид (y, эритма)	32	25	20	17	11	5

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

8.Бир неча ишлаб чиқариш корхоналари ўртача йиллик даромади ва уларга мос ишчилар сони берилган. Улар ўртасидаги корреляцион боғланиш учун регрессиянинг чизиқли тенгламасини аниқланг. Маълумотлар қуйидаги жадвалда берилган.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ишчилар сони (х)	148	240	252	272	289	320	357	372	383	425
Йиллик даромад (у, млн. сум)	140	245	230	240	290	330	390	368	400	410

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

9.Корхонада олти соатлик иш куни ичида ишлаб чиқарилаётган маҳсулот сони ҳақида маълумот берилади. Ишлаб чиқарилаётган маҳсулот сони ва вақт орасидаги эмприк боғланишни аниқланг. Маълумотлар қуйидаги жадвалда берилган.

Жорий вақт (у, соат)	0	1	1.5	2.5	3	4.5.	5.	6
Маҳсулот сони (х)	0	67	101	168	202	301	334	404

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

10.Завод икки хил моделда аппаратура жиҳозларини ишлаб чиқаради. Бу аппаратуралар техник параметрлари қуйидагилар:

x_1 – ишлаб чиқариш (бир соатдаги операциялар сони);

x_2 – сифат характеристикаси (бир кундаги тўхтамай ишлаш вақти).

ва битта иқтисодий:

у – апаратура баҳоси (минг сумда).

Техник параметрлар билан баҳо орасидаги боғланишни ифодаловчи регрессия тенгламасини, ҳамда y ва x_i лар орасидаги боғланишнинг ишончлилигини тасдиқловчи R^2 корреляция коэффициентини топиш талаб этилади. Тажриба натижалари жадвалда берилган.

Модел	Ишлаб чиқариш	Сифат	Баҳо

	x1	x2	y
A1	120	450	4500
A2	200	960	8000
A3	300	145	3000
B1	400	212	5500
B2	500	265	5400
B3	860	312	6500

11.Инсоннинг ёши, бўйи ва оғирлиги орасидаги боғланишни ифодаловчи регрессия тенгламасини, ҳамда y ва x_i лар орасидаги боғланишнинг ишончлилигини тасдиқловчи R^2 корреляция коэффициентини топиш талаб этилади. Тажриба натижалари жадвалда берилган.

Ёши (x1, йил)	18	19	20	20	18	18
Бўйи (x2, см)	172	180	175	190	174	183
Оғирлиги (y, кг)	71.2	75.3	74.9	85.1	67.1	73.9

12.Жон бошига истеъмол қилинган гўшт миқдори (y) билан оила аъзосига тўғри келган бир ойлик ўртача даромад (x1) ва оиладаги аъзолар сони (x2) ўртасидаги боўланишни ифодаловчи регрессия тенгламасини, ҳамда y ва x_i лар орасидаги боғланишнинг ишончлилигини тасдиқловчи R^2 корреляция коэффициентини топиш талаб этилади. Маълумотлар қуйидаги берилган.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Жон бошига истемол қилинган гўшт (y, кг)	3.0	3.3	4.2	5.0	4.5	6.8	6.2	7.0
Ўртача бир ойлик даромад (x1, минг сум)	70	85	90	100	125	150	130	160
Оиладаги аъзолар сони (x2)	4	4	3	3	2	2	1	1

13.Кимёдан реакция тажрибаси ўтказилган. Реакция бошланиш вақтидан бошлаб маълум t вақт ичида системада қолувчи Q модда миқдори берилган.

t, min	7,	12	17	22	27	32	37
Q, %	83,7	72,9	63,2	54,7	47,5	41,4	36,3

Боғланишни ифодаловчи регрессия тенгламасини, ҳамда боғланишнинг ишончлилигини тасдиқловчи R^2 корреляция коэффициентни топинг.

14.Вилоятда 10 та дўконда товароборот (х) ва товар захира (у) лари маълумотлари жадвалда берилган. Гипербола кўринишдаги эгри чизиқли регрессия тенгламасини топинг.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Товароборот (х, минг сум)	5	3	24	35	44	55	63	74	82	95
Товар захираси (у, кун)	18	12	8	8	8	8	7	6	8	8

Боғланиш регрессия тенгламасини тузинг ва корреляция коэффициентини аниқланг.

Чизиқли дастурлаш масалаларини ечиш

1. $5x_1+4x_2\leq 20$

   $2x_1+3x_2\leq 24$

   $2x_1+3x_2\leq 20$

   $x_1\geq 0,\ x_2\leq 0$

   $F(x_1;\ x_2)= 3x_1+ 2x_2$

2. $-5x_1+4x_2\leq 20$

   $-2x_1 -3x_2\leq -6$

   $x_1-3x_2\leq 3$

   $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0$

   $F(x_1;\ x_2)= 2x_1+ 3x_2-1$

3. $5x_1-4x_2\geq -20$

   $-2x_1-3x_2\geq -24$

   $-x_1+3x_2\geq -3$

   $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0$

   $F(x_1;\ x_2)=x_1+ 3x_2 +2$

4. $-2x_1-x_2\leq 2$

   $x_1 -2x_2\leq 2$

   $x_1+x_2\leq 5$

   $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0$

   $F(x_1;\ x_2)= -x_1+ x_2$

5. $2x_1+x_2\geq 2$

6. $x_1+x_2\geq 3$

$$x_1 - x_2 \le 4 \qquad\qquad -x_1 - 2x_2 \ge 6$$
$$-3x_1 + 3x_2 \ge 12 \qquad\qquad x_1 + x_2 \ge 12$$
$$x_1 + x_2 \le 8 \qquad\qquad x_1 - 3x_2 \ge 3$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \qquad\qquad x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$
$$F(x_1; x_2) = -4x_1 - 2x_2 \qquad\qquad F(x_1; x_2) = x_1 + x_2$$

Фан ва техникада баъзи масалаларнинг математик модели сифатида оддий дифференциал тенгламалар олинади. Оддий дифференциал тенгламалар ёки уларнинг системасини интеграллаш оралиғини барча нуқталарда эмас, балки берилган битта ёки бир нечта нуқталарда ечиш талаб этилади. Бунга ҳисоблаш оралиғининг ўртасида ёки охирги нуқтасидаги ечимни топиш масалаларини келтириш мумкин. Бундай турга тегишли масалалар динамик системаларда кенг тарқалган.

Динамик системаларнинг ҳаракатини ифодаловчи дифференциал тенгламаларнинг турли хил нуқталардан чиққан яъни турли хил бошланғич шартларни қаноатлантирувчи ечимлари, яъни ҳаракат траекториялари $\mathbf{t\to\infty}$ да айнан битта нуқтага яқинлашади. Бундай нуқталарни топиш эса амалий аҳамиятга эгадир. Тадқиқот объекти сифатида оддий дифференциал тенгламаларга доир масалалар қаралади. Масалани ечишнинг аниқ, тақрибий-аниқ ва сонли усулларидан фойдаланилди.

Mathcad дастури таркибида бу турдаги масалаларни ечишга мўлжалланган ***rkadapt*** ва ***bulstoer*** каби стандарт функциялар мавжуд. Уларнинг умумий кўриниши ва вазифалари қуйида келтирилган:

rkadapt (y, x1, x2, eps, D, kmax, h) – бу функция оддий дифференциал тенглама ёки уларнинг системаси учун Коши масаласини битта нуқтада (ёки берилган бир нечта нуқталарда) интеграллаш қадамини автоматик танлаш (ўзгарувчи қадам) билан Рунге-Кутта усулини қўллаб ечади;

bulstoer (y, x1, x2, eps, D, kmax, h) – бу функция оддий дифференциал тенглама ёки уларнинг системаси учун Коши масаласини битта нуқтада (ёки берилган бир нечта нуқталарда) Булирш – Штер усулини қўллаб ечади. Бу ерда ***eps*** – интеграллаш қадами ўзгарувчи бўлганда ечим хатолигини бошқариб турувчи параметр (агар топилган сонли ечим хатолиги ***eps*** дан катта бўлса, интеграллаш қадамининг қиймати ***h*** – нинг қийматидан кичик бўлгунча кичиклашади); ***kmax*** – интеграллаш нуқталарининг максимал сони (ечим ҳосил бўладиган матрисанинг сатрлари сони, интеграллаш нуқтаси битта бўлганда ***kmax=2*** бўлади); ***h*** – интеграллаш қадамининг мумкин бўлган енг кичик қиймати (Кирьянов, 2005).

Амалий масалаларни ечишда ***eps*** ва ***kmax*** параметрларнинг қийматлари қаралаётган ҳар бир масаланинг хусусиятига қараб, фойдаланувчи томонидан берилади. Бунда ***eps ≈ 0.001*** ва ***kmax < 1000*** қийматлардан фойдаланиш тавсия этилади.

Бу функцияларни қўллаш натижасида элементлари эркли ўзгарувчи ***x*** нинг қийматлари ва уларга мос топилган сонли ечимлардан иборат ***kmax*** та сатр ва ***n+1*** та устунга эга бўлган икки ўлчовли матриса ҳосил бўлади. Бунда ***n*** – интеграллаш нуқталари сонини ифодалайди.

Mathcad дастури таркибидаги **rkadapt** ва **bulstoer** функцияларни қўллашга доир мисоллар келтирамиз:

Мисол. Берилган Коши масаласини интеграллаш оралиғининг охирги нуқтасидаги ечимини ***rkadapt*** ва ***bulstoer*** функциялари ёрдамида топинг.

$$y'(x) + y(x) = 3 \cdot \sin(y(x) \cdot x/3), \qquad y(0) = 2, \qquad x \in [0;\ 50]$$

Ечиш. ORIGIN : =1 kmax:=2 a:=0 b:=50 eps:=0.001 h:=0.01

y=2 D(x,y):= -y+3sin$(x \cdot y/3)$

$$rkadapt(y,\ a,\ b,\ eps,\ D,\ k\max,\ h) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix}$$

$$bulstoer(2,\ 0,\ 50,\ 0.0001,\ D,\ 2,\ 0.001) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix}$$ ёки

Y:=rkadapt(2, 0, 50, 0.001, D, 2, 0.01)

Z:=bulstoer(2, 0, 50, 0.0001, D, 2, 0.01)

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix} \qquad (Y^T)^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0.185 \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 50 & 0.185 \end{pmatrix} \qquad (Z^T)^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0.185 \end{pmatrix}$$

Юқоридаги мисолни [0;100] оралиғига тегишли бутун нуқталардаги ечимларини қуйидагича топиш мумкин:

ORIGIN : = 1

H:=1 (интеграллаш қадами);

a:=0 (интеграллаш орарлиғининг бошланғич қиймати);

N:= 100 (интеграллаш нуқталарининг сони) ;

eps:= 0.0001 (интеграллаш аниқлиги);

h:= 0.01 (интеграллаш қадамини мумкин бўлган энг кичик қиймати);

y:= 2 (берилган бошланғич шарт);

D(x,y):= -y+3·sin$(x \cdot y/3)$ (берилган тенгламанинг ўнг томонида турган функция);

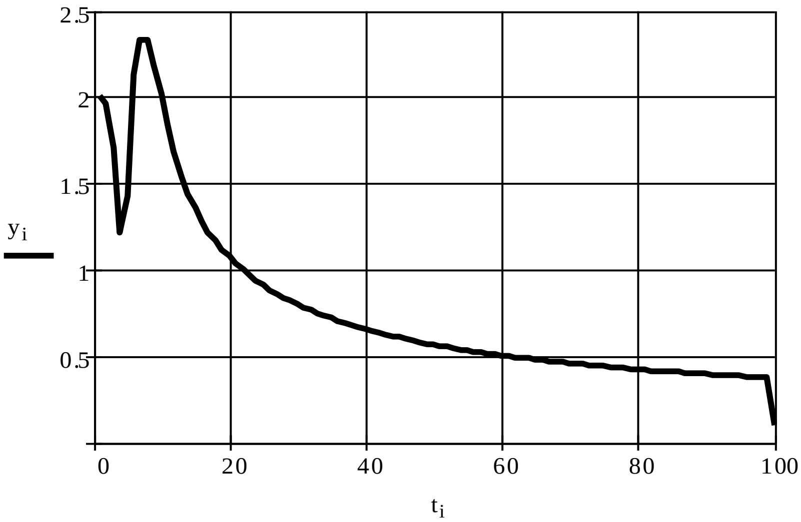
i:=1..N; ***t_i:= i·H*** (элементлари берилган оралиққа тегишли бутун сонлардан иборат массив);

kmax:=100 (интеграллаш нуқталарининг максимал сони).

$$y_i := rkadapt\ (y,\ 0,\ t_i,\ 0.0001,\ D,\ 100,\ 0.01)_{i,\,2}$$

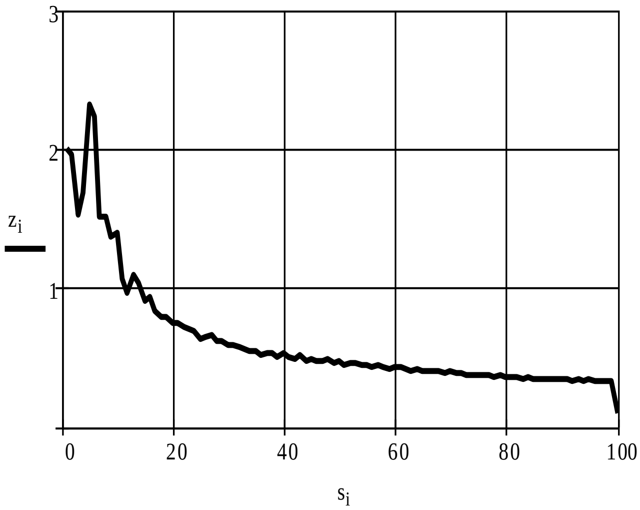
$$z_i := bulstoer\ (2,\ a,\ t_i,\ eps,\ D,\ k\max,\ h)_{i,\,2}$$

Бу функциялар ёрдамида дастур имкониятидан фойдаланиб график ҳосил қилиш мумкин (1 ва 2-расмлар).



1- расм. rkadapt функцияси ёрдамида олинган ечим графиги.

$t_i =$	$y_i =$	$z_i =$
1	2	2
2	1.961	1.961
3	1.698	1.518
4	1.213	1.677
5	1.424	2.313
6	2.123	2.232
7	2.329	1.509
8	2.325	1.51
9	2.182	1.367
10	2.015	1.395
11	1.831	1.058
12	1.684	0.955



2-расм. Bulstoer функцияси ёрдамида олинган сонли ечимларнинг қийматлари ва графиги.

Расмларда тасвирланган натижалардан кўриниб турибдики ***rkadapt*** функцияси ***bulstoer*** функциясига қараганда қўйилган масаланинг ечимини аниқроқ тасвирлар экан.

Берилган масаланинг [0;80] кесманинг бутун нуқталарида ***Odesolve, rkadapt*** ва ***rkfixed*** функциялари ёрдамида олинган ечимлар графиклари 3-4 расмда тасвирланган. Натижалардан кўриниб турибдики, **rkadapt** функцияси қаралаётган ҳол учун ечимни тўғри топган.

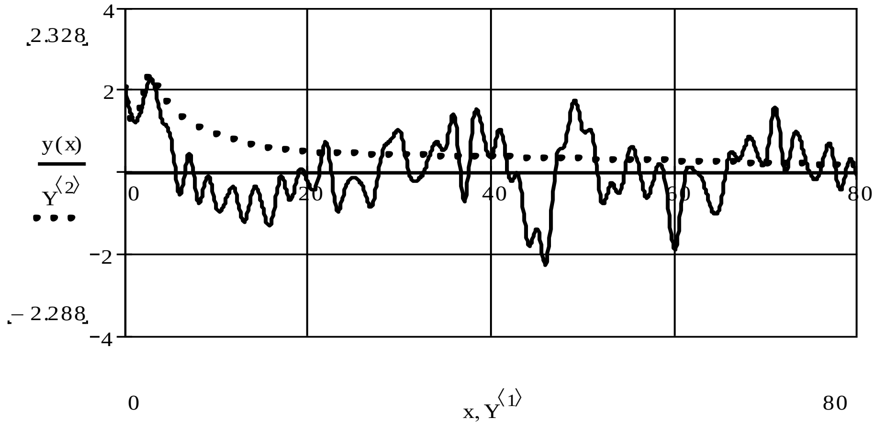
Дастурга киритиладиган функцияларнинг таркиби қуйидагилардан иборат (Алексеев, Чеснокова, 2006):

$$\text{Given} \quad y'(x) + y(x) - 3\cdot\sin(x\cdot y(x)/3) = 0 \qquad y(0) = 2$$

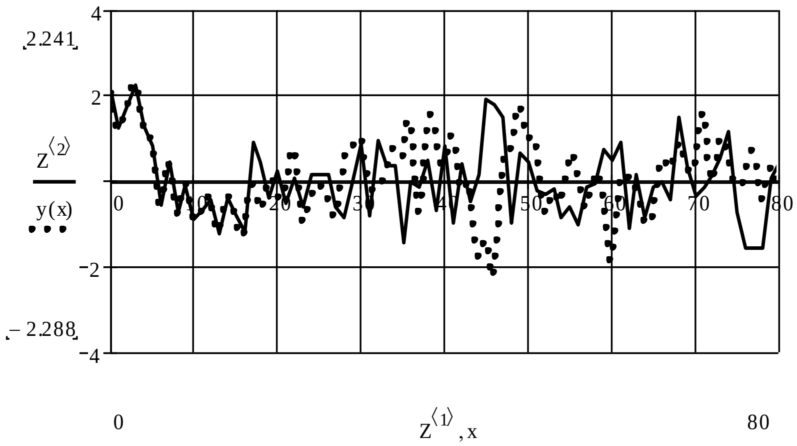
$$y := Odesolve(x, 80, 80)$$

ORIGIN:=1

$$D(x, y) := -y + 3\cdot\sin(x\cdot y/3)$$
$$Y := rkadapt(2, 0, 80, 0.0001, D, 80, 0.01)$$
$$Z := rkfixed(2, 0, 80, 80, D)$$



3- расм. Қўйилган масаланинг rkadapt функсияси ёрдамида олинган турғун ва Odesolve функцияси ёрдамида олинган турғун бўлмаган ечимлари графиги.



4-расм. Odesolve ва rkfixed функциялар ёрдамида олинган турғун бўлмаган (катта хатоликлар билан олинган) ечимлар графиги.

Odesolve ва rkfixed функциялари ёрдамида қўйилган масалани берилган аниқликдаги сонли (турғун) ечимини [0; 80] ораликда топиш учун интеграллаш оралиғини 2000 та бўлакка бўлиш зарур, **rkadapt** ёки **bulstoer** функцияси ёрдамида эса 80 та нуқтада интеграллаш кифоя. Дастур матни қуйидагича бўлади (Кудрявцев, 2005):

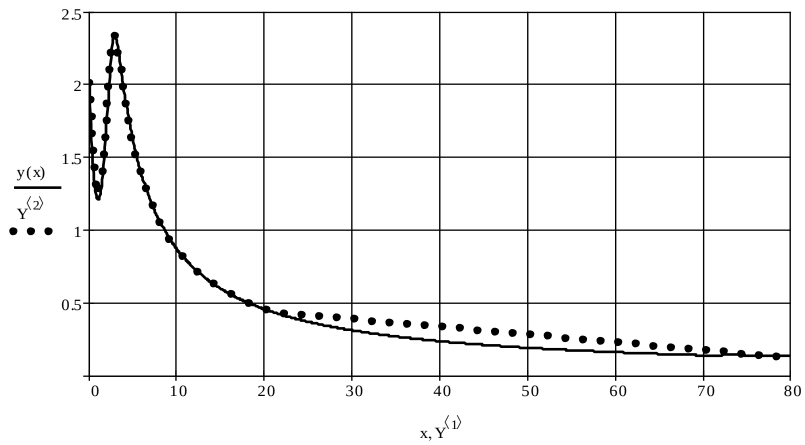
Given $y'(x)+y(x)-3\cdot\sin(x\cdot y(x)/3)=0$ $\quad y(0)=2$ $\quad y:=\mathrm{Odesolve}(x,80,2000)$

ORIGIN:=1

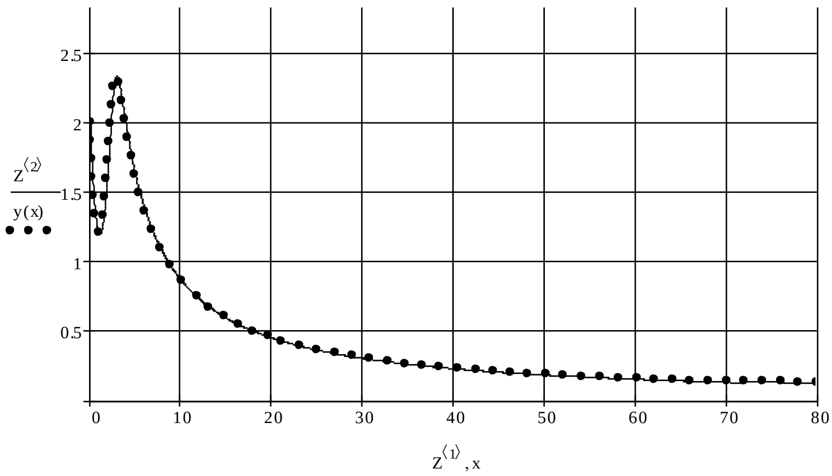
$D(x,z):=-z+3\cdot\sin(x\cdot z/3)$ $\quad Y:=\mathrm{rkadapt}(2,0,80,0.0001,D,80,0.01)$

$Z:=\mathrm{rkfixed}(2,0,80,2000,D)$

Дастур натижаси 6 ва 7 – расмларда келтирилган.



5-расм. Odesolve ва rkadapt функциялари ёрдамида олинган сонли ечимлар графиги.



6-расм. Odesolve ва rkfixed функциялари ёрдамида олинган сонли ечимлар графиги.

Дастурнинг график имкониятларидан фойдаланиб, олинган натижалар 5 ва 6-расмларда тасвирланган. Бу тасвирлардан кўриниб турибдики, ***rkadapt*** функцияси дифференциал тенгламанинг сонли ечимини берилган кесмада юқори аниқлик билан топсада, амалиётда ***rkadapt*** ва ***bulstoer*** функцияларидан дифференциал тенглама ечимини интеграллаш оралиғига тегишли фақат битта ёки бир нечта нуқталарда топиш заруряти туғилгандагина фойдаланиш тавсия этилади.

II боб бўйича хулосалар.

Ушбу бобда фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг амалий асослари ёритилган. Бунда фрактал графика ва унинг умумий тавсифи, фрактал графиканинг имкониятлари ва улардан фойдаланиш, фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикаси келтирилган.

III - БОБ. ФРАКТАЛ ГРАФИКА ИМКОНИЯТЛАРИДАН ФОЙДАЛАНИБ ЧИЗИҚЛИ ТЕНГЛАМАЛАР ВА УЛАРНИНГ СИСТЕМАЛАРИНИ ЕЧИШНИ ЎРГАТИШ САМАРАДОРЛИГИ.

3.1. Фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишни ўргатиш борасидаги тажриба-синов ишлари.

Тажриб-синов ишларини ўтказиш ва уни таҳлил қилиш қуйидаги босқичларда амалга оширилди.

1. Аниқлаш босқичи. 2017-2018 йиллар, Гулистон компютер ва ахборот технологиялари касб-ҳунар коллежи Информатика ва ахборот технологиялари фаннинг ҳолати, уни ўқитиш жараёнида тутган ўрнини аниқлаш мақсадида фаннинг мазмуни давлат таълим стандартларига талабларига мос равишда дастурлар, қўлланмалар ва дарсликларнинг таҳлили ва улардан фойдаланишдаги муаммоларни аниқлашдан иборат. Ушбу мақсадни амалга ошириш учун яратилган дастур ва дарсликлар, илмий-назарий, педагогик, методик, психологик адабиётлар ўрганилди. Танланган таълим йўналишларида “Информатика” фанини ўқитишнинг аҳволи кузатилди, дарс ўтиш бўйича мавжуд илғор тажрибалар ўрганилди, “Информатика” фани ўқитувчиларидан сўровномалар ўтказиш асосида университетнинг ўқитиш жараёнига татбиқ қилиш бўйича янги авлод ўқув-усубий материалларини яратиш ва уларни жорий қилиш кераклиги аниқланди. Талабаларнинг ўзлаштириш даражасини аниқлаш мақсадида иккита гуруҳ ажратиб олинди. Уларнинг информатика фани тушунчаларини қанчалик билиши ҳақида тест саволлари ўтказилди. Тест саволларинининг натижаларига кўра ҳар бир таълим йўналиши Информатика фани бўйича бошланғич билимлари деярли бир хил еканлиги аниқланди.

2. Изланиш ва тажриба ўтказиш босқичи 2018-2019 йиллар. Бу босқичда Информатика фани ўқув машғулотларини ташкил етиш ва

ўтказишда мавжуд дарслик ва ўқув дастури асосида яратилган методик ишланмалар орқали фан мазмунини талабаларга самарали етказиб бериш кераклиги мақсад қилиб қўйилди. Бу мақсадга эришиш йўлида ўқитишнинг замонавий педагогик ва ахборот технологияларига асосланган дарс ишланмалари ишлаб чиқилди. Ушбу дарс ишланмалари асосида ва ўқитувчиларга методик ёрдам бериш мақсадида талабалар ва ўқитувчилар учун ўқув методик-қўлланма тайёрланди.

Тажриба-синов ишларини ўтказиш босқичида Гулистон компютер ва ахборот технологиялари касб-ҳунар коллежи йўналишидан иккита гуруҳлари танланиб, уларнинг бири тажриба гуруҳи, иккинчиси назорат гуруҳига ажратилди.

Танлаб олинган тажриба гуруҳида илмий асосланган ҳолда ишлаб чиқилган, педагогик технологияларга асосланган методик ишланмалардан фойдаланган ҳолда ўқитиш ишлари олиб борилди.

Назорат гуруҳида эса, дарслик ва қўлланмалар асосида анъанавий ҳолда ўқитувчиларнинг тажрибасига асосланиб машғулотлар олиб борилди.

Ўқитиш тажрибасидаги кўзланган мақсад - изланиш тажрибасида келтирилган натижалар асосида ўқитишни ташкил етиш ва билимлар беришдан иборат.

Яратилган мазмун талабаларнинг компютер технологиялари ёрдамида амалий кўникма, билим даражаларини оширишга таъсирини тажриба ва назорат гуруҳларида ўтказилган машғулотлар, рейтинг балларига мос баҳолар назорат учун ўтказилган машғулотлар натижаларига кўра белгиланди.

Гуруҳлардаги талабаларнинг билим даражаси бир хиллиги ҳисобга олинди. Таклиф етилаётган методик тизимнинг самарадорлигини аниқлаш учун талабалардан олинган назорат машғулотлари ва умумлаштирувчи машғулотларнинг натижаларини сифат ва микдор бўйича таҳлил қилинди.

Тажриба гуруҳида 1 та гуруҳ – 25 нафар талаба, назорат гуруҳида ҳам 1 та гуруҳ - 24 нафар талаба иштирок етди. Ушбу гуруҳларда ўқув йилининг 1-

ярим йиллиги 2 та оралиқ назорат ва 1 та якуний назорат сифатида баҳолаш ишлари олиб борилди. Ушбу ўтказилган оралиқ назоратнинг биттаси назарий дарс учун, 1 таси еса амалий дарслар учун ўтказилди. Баҳолаш беш баллик тизим асосида олиб борилди.

Тажрибада ўқитиш жараёнининг самарадорлигини оширишни баҳолашнинг бир қатор усуллари мавжуд бўлиб, улардан [26], [33] каби манбаларни ўрганиб чиқилди ва тажриба синов натижаларига татбиқ қилинди.

3.2. Тажриба-синов ишларини ташкил қилиш ва унинг натижаларини асослаш.

Тажриба натижаларини қайта ишлашда математик статистика усулларидан фойдаланилди [26], [33].

Тажриба ва назорат гуруҳларининг ўзлаштиришларини таққослаш мақсадида гуруҳларда ўзлаштириш баҳосининг ўртача қиймати $X = \frac{\sum x_i m_j}{N}$ деб олинди. Бунда $х_и$ – ўзлаштириш кўрсаткичи (баҳо қиймати) бўлиб, улар 2, 3, 4, 5; қийматларни қабул қилади. $м_ж$ - баҳоларнинг такрорланишлар сони, Н - тажрибада иштирок етаётган талаба-ёшларнинг сони.

Биз қуйидаги математика статистик формулалардан фойдаланиб тажриба ишларини олиб бордик:

1. Ўртача қийматлар аниқлаш кўрсаткичлари

$$C_S^T = \frac{S_T}{\sqrt{N_T}\,\bar{x}} \cdot 100\%; \quad C_S^H = \frac{S_H}{\sqrt{N_H}\,\bar{x}} \cdot 100\%; \qquad (3.\ 1)$$

бунда N_T ва N_H лар орқали ҳар икки гуруҳдан талабалар сонини

$$S_T = \sqrt{S_T^2} \quad ва \quad S_H = \sqrt{S_H^2} \qquad (3.2)$$

лар орқали еса мос стандарт хатоликларни белгиладик.

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_i m_i\left(x_2 - \bar{x}\right)^2 \text{ танланма дисперция}$$

2. Ўқув жараёни самарадорлигини баҳоловчи ўртача қиймат тажриба ва назорат гуруҳлари баҳоларининг ўртача арифметик қийматлари нисбатидир, яъни самарадорлик коеффициенти

$$\eta = \frac{X_T^*}{X_H^*} \qquad (3.3)$$

бунда X^*_T - тажриба гуруҳи баҳоларининг ўртача арифметик қиймати. X^*_H - назорат гуруҳида ўзлаштириш бахоларининг ўртача арифметик қиймати.

3. Бош тўпламларнинг номаълум ўрта қийматлари a_T ва a_H лар учун ишонч оралиқлари:

$$a_T \in \left[\overline{x_T} - \frac{t}{\sqrt{N_T}} S_T ; \ \overline{x_T} + \frac{t}{\sqrt{N_T}} S_T \right]$$
$$a_H \in \left[\overline{x_H} - \frac{t}{\sqrt{N_H}} S_H ; \ \overline{x_H} + \frac{t}{\sqrt{N_H}} S_H \right] \qquad (3.4)$$

бунда т – нормаллашган четланиш ишонч еҳтимоли п асосида аниқланади. Масалан, пқ0,95 деб олсак, тқ1,96.

4.Ўрта қийматларнинг тенглиги ҳақидаги
$H_0 : a_T = a_H$ фаразни, унга муқобил (алтернатив) фараз сифатида $H_1 : a_T \neq a_H$ фараз олинди.

Ушбу фаразни текшириш мақсадида Стюдентнинг

$$T = \frac{\left| \overline{x_T} - x_H \right|}{\sqrt{\frac{S_T^2}{N_T} + \frac{S_H^2}{N_H}}} \qquad (3.5)$$

Т- статистикаси орқали текширилади.

Агар $T > T_{0,95}(k)$ бўлса, H_0 фараз рад етилиб, H_1 фараз қабул қилинишига асос бўлади. Бу ерда k Стюдент критерийси озодлик даражасидир:

$$K = \frac{\left(\frac{S_T^2}{N_T} + \frac{S_H^2}{N_H}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_T^2}{N_T}\right)^2}{N_t - 1} + \frac{\left(\frac{S_H^2}{N_H}\right)^2}{N_H - 1}} \qquad (3.6)$$

Ушбу статистик маълумотларга кўра тажриба синов ишларида амалга оширилган математик ҳисоблар ва статистик тахлил натижаларини қараб чиқамиз:

Информатика фани бўйича 1-оралиқ баҳолаш амалий машғулот дарсида ўтказилиб, талабаларнинг бажарган вазифаларига кўра олинган маълумотлар 1-жадвалда келтирилган.

1-жадвал.

Тажрибада қатнашган талабалар ва баҳоларнинг умумий сони

Гуруҳлар	Ўқувчилар сони	Баҳолаш мезонлари			
		5	4	3	2
Тажриба гуруҳи	25	5	8	10	2
Назорат гуруҳи	24	2	3	14	5

Ушбу натижаларига нисбатан статистик ҳисобларни қуйидаги жадвалга келтирамиз.

2-жадвал.

1-оралиқ баҳолаш натижалари

Гуруҳ \ мезонлар	1-оралиқ баҳолаш (Тест)	Тажриба гуруҳи ($Н_Т$ =25)				Назорат гуруҳи ($Н_Х$=24)			
Мос баҳоларнинг баллари		5	4	3	2	5	4	3	2

Баҳолар сони	5	8	10	2	2	3	14	5
Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати	**X_T^*** =3,85				$X_н^*$=3,44			
Самарадорлик коеффиценти	**η=1,12**							
Танланма дисперсия	C_T=0,69				$C_Ҳ$ =0,60			
Ўрта қийматлар стандарт хатолари	C_T=0,83				$C_Ҳ$=0,78			
X^* нинг ишончлилик оралиғи	3,64< X_T^*<4,07				3,24 $X_н^*$<3,65			
Стюдент статистикаси	T=2,68							
Статистика озодлик даражаси	K=108,99							
Критерий хулосаси	$Ҳ_1$ фараз қабул қилинади.							

Демак, юқоридаги ҳисоб китобларга кўра $T = 2{,}68 > T_{0{,}95}(108) = 1{,}98$ бўлгани учун H_0 фаразни кабул килишга асос йўқ, шунинг учун, H_1 фараз қабул қилинади. Бундан кўринадики биз олиб борган ўқитиш методика назорат гуруҳида олиб борилган ўқитиш методикасидан самарали еканлиги статистик усуллар орқали тасдиқланди.

Худди ана шундай ҳисобларни 2-оралиқ баҳолаш учун ҳам ўтказиш мумкин. Биз ушбу ҳисобларни қуйидаги жадвал асосида келтириб ўтамиз.

2-оралиқ баҳолаш назарий машғулотларда тест асосида олинган натижалар 3-жадвалда берилган.

3-жадвал

2-оралиқ баҳолаш натижалар.

Гуруҳ \ мезонлар	2-оралиқ баҳолаш (Тест)	Тажриба гуруҳи ($Н_Т$ =25)				Назорат гуруҳи ($Н_Х$=24)			
Мос баҳоларнинг баллари		5	4	3	2	5	4	3	2
Баҳолар сони		4	11	9	1	1	6	13	4
Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати		$\mathbf{X_T^*}$ =4,05				$Х_н^*$=3,46			
Самарадорлик коеффиценти		**η=1,17**							
Танланма дисперсия		$С_Т$=0,52				$С_Х$ =0,53			
Ўрта қийматлар стандарт хатолари		$С_Т$=0,72				$С_Х$=0,73			
$Х^*$ нинг ишончлилик оралиғи		3,86< $Х_Т^*$<4,25				3,27< $Х_н^*$<3,66			
Стюдент статистикаси		Т=4,27							
Статистика озодлик даражаси		К=108,99							
Критерий хулосаси		$Ҳ_1$ фараз қабул қилинади.							

Демак, олинган натижаларнинг математик ҳисоб китобига кўра тажриба гуруҳида олинган натижаларнинг ишончли еканлиги аниқланди яни Т= 4,27 > 1,98 демак, H_0 инкор етилиб, H_1 фараз қабул қилинди.Худи шунингдек якуний баҳолаш бўйича олинган натижалар 4-жадвалда берилган.

4-жадвал.

Якуний баҳолаш бўйича олинган натижалар

Гуруҳ \ мезонлар	Якуний баҳолаш (тест)	Тажриба гуруҳи ($Н_Т$=25)				Назорат гуруҳи ($Н_Ҳ$=24)			
Мос баҳоларнинг баллари		5	4	3	2	5	4	3	2
Баҳолар сони		6	9	10	0	2	7	13	2
Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати		$\mathbf{X_T^*}$ =4,02				$Х_н^*$=3,52			
Самарадорлик коеффиценти		**η=1,14**							
Танланма дисперсия		$С_Т$=0,49				$С_Ҳ$=0,50			
Ўрта қийматлар стандарт хатолари		$С_Т$=0,70				$С_Ҳ$=0,71			
$Х^*$ нинг ишончлилик оралиғи		3,83< $Х_Т^*$<4,20				3,33< $Х_н^*$<3,70			
Стюдент статистикаси		Т=3,75							
Статистика озодлик даражаси		К=108,99							
Критерий хулосаси		$Х_1$ фараз қабул қилинади.							

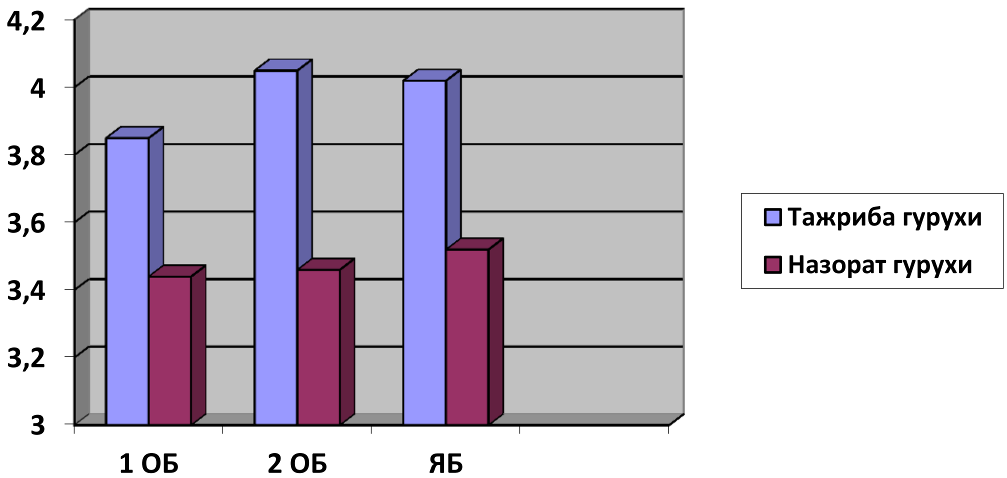
Демак олинган натижаларнинг математик ҳисоб китобига кўра тажриба гуруҳида олинган натижаларнинг ишончли еканлиги аниқланди яни Т= 3,75 > $Т_{0,95}$ қ1,98 . Бунда H_0 инкор етилиб, H_1 фараз қабул қилинди.

Қуйидаги 5-жадвалда баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати келтирилган.

5-жадвал.

Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати

Мезонлар	баҳолаш турлари	Тажриба гуруҳи ($Н_Т$қ25)	Назорат гуруҳи ($Н_Т$қ24)	Самарадорлик кўрсаткичи
Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати	1-ОБ	$\mathbf{X_T}^*$ =3,85	$X_н^*$=3,44	**η=1,12**
	2-ОБ	$\mathbf{X_T}^*$ =4,05	$X_н^*$=3,46	**η=1,17**
	ЯБ	$\mathbf{X_T}^*$ =4,02	$X_н^*$=3,52	**η=1,14**



Баҳоларнинг ўртача арифметик қиймати бўйича тажриба-синов ишлари натижаларининг диаграммаси

III боб бўйича хулосалар

Тадқиқот иши бўйича педагогик тажриба-синов ишлари икки босқичда амалга оширилди. Тажриба-синов ишларининг ташкил қилиниши ва уларнинг натижаси ўқув жараёнида самарадорликка еришишда муҳим манба еканлиги аниқланди.

“Информатика” фани бўйича ижодий тасаввурларни ривожлантиришга қаратилган ўқув-услубий материаллардан фойдаланиш натижасида дарс жараёни самарали ташкил қилиниши, талабаларнинг ўзлаштириш даражаси юқори бўлиши олинган математик-статистик таҳлиллар ёрдамида исботланди.

Математик-статистик таҳлиллар махсус мезонлар асосида баён етилди ва жадвал шаклида расмийлаштирилди. Математик-статистик ҳисоблашлар ҳар бир коллеж учун алоҳида биринчи ва иккинчи оралиқ баҳолаш, якуний баҳолаш натижалари асосида амалга оширилди.

ХУЛОСА

Ушбу тадқиқот ишида чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг назарий асослари ёритилган. Бунда чизиқли тенгламалар ва уларнинг системалари тушунчаси, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг анъанавий усуллари, чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикасининг таҳлили кабилар баён қилинган.

Шунингдек, фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечишнинг амалий асослари ёритилган. Бунда фрактал графика ва унинг умумий тавсифи, фрактал графиканинг имкониятлари ва улардан фойдаланиш, фрактал графика имкониятларидан фойдаланиб чизиқли тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш методикаси келтирилган.

Тадқиқот иши бўйича педагогик тажриба-синов ишлари икки босқичда амалга оширилди. Тажриба-синов ишларининг ташкил қилиниши ва уларнинг натижаси ўқув жараёнида самарадорликка еришишда муҳим манба еканлиги аниқланди.

“Информатика” фани бўйича ижодий тасаввурларни ривожлантиришга қаратилган ўқув-услубий материаллардан фойдаланиш натижасида дарс жараёни самарали ташкил қилиниши, талабаларнинг ўзлаштириш даражаси юқори бўлиши олинган математик-статистик таҳлиллар ёрдамида исботланди.

Математик-статистик таҳлиллар махсус мезонлар асосида баён етилди ва жадвал шаклида расмийлаштирилди. Математик-статистик ҳисоблашлар ҳар бир коллеж учун алоҳида биринчи ва иккинчи оралиқ баҳолаш, якуний баҳолаш натижалари асосида амалга оширилди.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. O’zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi. Toshkent. “O’zbekiston”, 2016. – 76 b.
2. O’zbekiston Respublikasining “Yoshlarga oid davlat siyosati” to’g’risidagi Qonuni, 14.09.2016 y.
3. O’zbekiston Respublikasining “Ta’lim to’g’risida”gi Qonuni. O’zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining Axborotnomasi, 1997 y., 9-son, 225-modda; 2013 y., 41-son, 543-modda.
4. O’zbekiston Respublikasining “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”. O’zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining Axborotnomasi, 1997 y., 11-12-son, 295-modda.
5. O’zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi “O’zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo’yicha Harakatlar strategiyasi to’g’risida”gi PF–4947-sonli Farmoni, O’zbekiston Respublikasi qonun hujjatlari to’plami, 2017 y., 6-son, 70-modda.
6. Mirziyoev Sh.M. Erkin va farovon, demokratik O’zbekiston davlatini mard va oliyjanob xalqimiz bilan quramiz. Sh.Mirziyoevning O’zbekiston Ruspublikasi Prezidenti lavozimiga kirishish tantanali marosimiga bag’ishlangan Oliy Majlis palatalarining qo’shma majlisidagi nutqi. Xalq so’zi, 2016 yil 15 dekabr.
7. Mirziyoev Sh.M. Ilm fan yutuqlari – taraqqiyotning muhim omili// “Xalq so’zi” gazetasi, 2016 yil 31 dekabr.
8. Mirziyoev Sh. M. O’zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 14 yanvar oyida bo’lib o’tgan “Mamlakatimizni 2016 yildagi ijtimoiy-iqtisodiy rivojlantirish yakunlarini har tomonlama tahlil qilish hamda respublika hukumatining 2017 yil uchun iqtisodiy va ijtimoiy dasturi eng muhim yo’nalishlari va ustuvor vazifalarini belgilashga bag’ishlangan majlisida so’zlagan nutqi. // “Xalq so’zi” gazetasi, 2017 yil 16 yanvar.
9. Mirziyoev Sh.M. Qonun ustuvorligi va inson manfaatlarini ta’minlash – yurt

taraqqiyoti va xalq farovonligining garovi. O’zbekiston Respublikasining saylangan Prezidenti Shavkat Mirziyoevning O’zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi qabul qilinganining 24 yilligiga bag’ishlangan tantanali marosimdagi ma’ruzasi. http://www.xs.uz/index.php/homepage/rasmij/item/8983.

10. Abduqodirov A.A., Pardaev A. Ta’lim jarayonini texnologiyalashtirish nazariyasi va metodologiyasi. – T. Fan va texnologiya. 2012. – 104 b.
11. Aripov M., Muhammadiev J. Informatika, informatsion texnologiyalar G’G’ Oliy o’quv yurtlari uchun darslik. – Toshkent: TDYuI. 2004. –275 B.
12. Aripov M.M., va b. Informatika, axborot texnologiyalari. O’quv qo’llanma, 1,2-qism. – Toshkent, «Universitet», 2007. – 264 b.
13. Aripov M.M., va b. Informatika, informatsion texnologiyalar. O’quv qo’llanma, 1-qism. - Toshkent : «TDTU», 2002. -230 b.
14. Aripov M.M., va b. Informatika, informatsion texnologiyalar. O’quv qo’llanma, 2-qism. - Toshkent : «TDTU», 2003. - 430 b.
15. Rasulov A.S., Raimova G.M., Sarimsakova X.K. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Darslik. - Toshkent: O’zbekiston faylasuflari milliy jamiyati, 2006. – 272 b.
16. Sayidaxmedov N. Yangi pedagogik texnologiyaning mohiyati. G’G’Xalq ta’limi. –Toshkent, 1999. -№1. –B. 97-102.
17. Tojiev M. va boshq. Ta’lim jarayonida zamonaviy axborot texnologiyalari. - T.: 2001. - 148 b.
18. Tolipov O’.Q., Usmonboeva M. Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. O’quv qo’llanma. - Toshkent: Fan, 2006. – 262 b.
19. Toshtemirov D.E. Informatika va axborot texnologiyalari. O’quv qo’llanma. – Toshkent, 2007. - 216 b.
20. Toshtemirov D.E. Kasb-hunar kollejlarida “informatika”ni o’qitish uchun ta’lim portali yaratish va undan foydalanish metodikasi: Ped. fanl. nom. ... dis. avtoreferati. - Toshkent: TDPU, 2012. - 24 b.
21. Ulug’murodov N.X. Matematik statistika kursi. O’quv qo’llanma. -

Toshkent: Turon-Iqbol, 2006. - 208 b.

22. Yuldashev U.Yu., Boqiev R.R., Zakirova F.M. Informatika o'qitish metodikasi. O'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalari uchun qo'llanma. – Toshkent: Talqin, 2005. - 160 b.
23. Qulmamatov S.I. Mustaqil ta'limni tashkil etishda kompyuter texnologiyalaridan foydalanish metodikasi ("Informatika va axborot texnologiyalari" fani misolida): Ped. fanl. nom. ... dis. avtoreferati. - Toshkent: TDPU, 2008. - 22 b.
24. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad. Изд. Питер. М. 2003г.
25. Плис А.И., Силвина Н.А. Mathcad 2000: Математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб.пособие. –М. Финансы и статистика, 2000г.
26. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс. СПб.: Питер, 2003.
27. http://www.mathcad.com
28. www.glossary.ru – Axborot texnologiyalari bo'yicha ma'lumotlar.
29. www.informika.ru – Informatika sohasiga oid ma'lumotlar bazasi.
30. www.istedod.uz – O'zbekiston Respublikasi Prezidentining "Iste'dod" jamg'armasi veb sayti.
31. www.pedagog.uz – Nizomiy nomidagi Toshkent davlat pedagogika universitetining pedagogika ta'lim portali.
32. www.ziyonet.uz – Axborot ta'lim tarmog'i.
33. www.intuit.ru – Rossiya axborot texnologiyalari ochiq universiteti ta'lim portali.