А.С. КАРИМОВ

НАЗАРИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(икки томли дарслик)

1 ТОМ

ŒЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ

ОЛИЙ ВА ŒРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

А.С. Каримов

Н А З А Р И Й Э Л Е К Т Р О Т Е Х Н И К А

(икки томли)

(1 кисм. Электромагнит майдон ќамда электр ва магнит
занжирларига оид асосий тушунча ва šоидалар.
II кисм. Чизиšли электр занжирлар назарияси)

I Т О М

¡збекистон Республикаси Олий ва œрта махсус таълим вазирлиги олий œšув юртлари талабалари учун дарслик сифатида тавсия этган.

«¡збекистон» – 2002

УДК 621.30(083)
Назарий электротехника: икки томли дарслик: 1 том. А.С.Каримов.
Тошкент Давлат техника университети. Тошкент, 2002. 422 бет.

Дарслик икки томдан иборат бœлиб, унинг биринчи томида чизиšли электр ва магнит занжирлари назарияси асослари ёритилган. У олий œšув юртларининг энергетика ва электромеханика мутахассислиги талабалари учун мœлжал-ланган ва энг замонавий œšув дастурига асосланган. Дарсликдан бакалавриат ва магистратурада œšийдиган талабалар, аспирантлар ва мухандислар ќам фойдаланиши мумкин.

____ та жадвал, _______ та расм. Адабиётлар 15 номда.

Абу Райхон Беруний номидаги Тошкент Давлат техника университети илмий-услубий кенгаши šарорига кœра чоп этилди.

Tašризчилар:
техника фанлари доктори, профессор Т.М. Šодиров,
техника фанлари доктори, профессор М.И. Ибодуллаев.

Автор ушбу китобнинг чиšишида ёрдам берган Тошкент Давлат техника университети «Назарий ва умумий электротехника» кафедраси доц. М.М.Мирќайдаровга ва ассистент А.Х.Икромовга,

ќамда шу кафедра аъзоларига œз миннатдорчилигини билдиради.

К $\frac{}{M351(04)2002}$ 2001

М У К А Д Д И М А

Ќар šандай мустаšил ва ривожланган давлатнинг иštисодий ва индустриал šудратига баќо беришда унинг энергетикаси ва энергоресурслари (кœмир, нефт, газ ва ќ.к.) ќисобга олинади. Бу маънода Œзбекистон Республикасининг саноати, šишлоš хœжалиги ва халš фаровонлиги табиат бойликларига асосланган бœлиб, тобора ривожланувчи энергетикаси билан таъминланиб бораётир. Айни шу кунларда республика миšёсида œрнатилган ва узлуксиз электр энергия берувчи электростанцияларнинг šуввати šарийб 12 млн. киловаттни ($12x10^6$ кВт) ташкил этади. Йил мобайнида улар ишлаб чиšадиган электр энергияси 70-75 млрд.киловатт-соатга тенгдир. Аммо республика аḱолисининг киши бошига тœђри келадиган, яъни ишлатиладиган йиллик энергияси 4000 киловатт-соатдан ошмайди, буни эса Европа мамлакатларидаги œртача кœрсаткичдан (10-12 минг кВт-соат) анча паст деб билиш керак. Бу республикамиз ресурсларини янада кœпроš ишга солиб, электр станцияларнинг сонини ва šувватини тобора кœпайтиришга мажбур этади. Шуни алоḱида таъкидлаш керакки, йирик иссиšлик ва гидравлик электростанциялар šаторида šуёш энергияси ва сув šувватидан фойдаланишга мœлжалланган кичик ва ḱатто майда электростанцияларни кенг масштабда šуриш лозим.

Электроэнергетиканинг бундай суръатда ривожланиб боришини унинг илмий - назарий асоси бœлмиш, назарий электротехникасиз тасаввур šилиб бœлмайди. Умуман олганда электротехника (шу жумладан, назарий электротехника) ḱамма замонавий электротехник илмий йœналишлар (электромеханика ва электродинамика, электроника ва яримœтказгич техникаси, автоматика, алоšа ва ḱисоблаш техникаси, радио ва телевидение ва ќ.к.) учун фундаментал фан тармоги ќисобланади. Шунинг учун ќам XX асрнинг 30-йилларида электротехника фанини чегаралаш маšсадида унга махсус физик ва математик сайšал берилиб, асосан электр ва электромагнетизм šонунларини œрганиш ва уларнинг назарияларини чуšурлаштириш топширилган. Натижада янги ва тез кунда тараššий топган н а з а р и й э л е к т р о т е х н и к а фани вужудга келди.

Электротехника назарий асосларини œзлаштирмаган инженер энергетика соќасида замонавий мутахассис бœлиб етишиши мумкин эмас. У ќозирги кунда яратилаётган электроэнергетик ва электроника асбоб-ускуналарини саводли равишда ишлатолмаслиги аниš. Бœлажак инженер œз онги билан электр занжирлар ва магнит майдонлардаги физик жараёнларни чуšур œрганган ќолдагина фаол ижодкор бœла олади.

Электротехника тарихи œз илдизлари билан šадим замонларга кириб кетган. У мусбат ва манфий зарядланган электр заррачалар ва оќанграбо темирлар (магнитлар) хусусиятларини œрганишдан бошланган. Аммо шунга šарамай, XIX асрнинг бошларига šадар, 300-400 йил мобайнида, ќеч ким электр ва магнит ќодисаларини бир-бири билан чамбарчас боғланганлигини айтиб беролмаган. Айнан электр ва магнит ҳодисалари ягона табиатли электромагнит майдонининг икки турли, икки томонли хусусияти эканлиги исботланганидан кейин электротехника қудратли техника соҳасига айлана бошлади.

Биринчи изланишлар - электр ва магнит ҳодисаларини ўрганишдаги дастлабки ютуқлар сабабчилари сифатида инглиз физиги У.Гилъберт (1544-1603 й.,), рус олимлари М.В. Ломоносов (1711-1765 й.) ва Ф. Энипус (1724-1802 й.), француз физиги Ш.Кулон (1736-1806 й.) ва бошқаларни кўрсатиш ўринлидир. Улар туфайли инсоният ҳаёти билан чамбарчас боғланган табиатнинг вужуди тўла-тўкис электромагнит ҳодисалардан иборатлиги исботланди. Қолаверса, бу олимлар очган қонун-қоидалар ҳозирги замонавий фундаментал фанларга ҳам асос бўлди.

1735 йилда Ш.Кулон ҳар қандай иккита q_1 ва q_2 электрланган заррачалар (зарядлар) ўртасида электр майдон кучлари ҳосил бўлишини исботлаб, улар ўртасидаги ўзаро тортишиш (ёки итарилиш) кучи шу зарядларнинг массаларига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционаллигини кўрсатиб берди. Ундан ташқари Кулон электр зарядларини ток ўтказгичларининг фаšат сиртидагина жойлашишини айтиб берди. Магнит моменти ва зарядларнинг šутбланиши тœђрисидаги маълумотларни ќам ушбу олим šолдирган.

1820 йилда Даниялик физик Х.Эрстед (1777-1851 й.) ќаракатдаги заряд (ёки электр токи) œз атрофида магнит майдони ќосил šилишини исботлади: бу ќодиса электр ва магнит майдонларининг œзаро бођланган ќолатда вужудга келишини тажрибада тасдиšлади.

Худди œша 1820 йилда француз олими А.Ампер (1775-1836 й.) думалоš ђалтак (соленоид) атрофида, œзгармас ток œтиши натижасида, ќосил бœлган магнит майдони табиий темир магнитларининг майдонидан фарš šилмаслигини кœрсатди. Демак œзгармас магнитлар майдони ќам улар таркибидаги молекуляр токлар оšими натижасида вужудга келади деб хулоса šилди олим. Шуниси šизиšарлики, ер магнетизми тœђрисидаги замонавий назариялар ќам ер атрофидаги магнит майдонини ер юзидаги токлар билан бођлайди.

Кейинги œта муќим кашфиёт - 1831 йилда топилган электромагнит индукция ќодисаси, яъни магнит майдонида ќаракат šилаётган œтказгич сим четкаларида электр юритувчи куч ќосил бœлиши ќисобланади. Бу физикавий фундаментал šонунни яратган инглиз олими М.Фарадей (1791-1867 й.) яна бир бор магнит ва электр ќодисалари бир-биридан ажралган ќолатда мавжуд бœла олмаслигини исботлади.

1833 йилда рус олими Э.Х.Ленц (1804-1865 й.) электр токи ќосил šилган магнит майдони компас милини ќаракатлантириши ва магнит майдонида ќаракатда бœлган œтказгичда э.ю.к. ќосил бœлиши šонуниятларига ягона электромагнит ва œзаро тескари жараёнлар деб бахо берди. Аммо шу билан бирга бу изланишлар Х.Эрстед ва М.Фарадей яратган šонунларнинг бир-бирига бођлиšлигини намойиш этган.

Электр манбалари яратишда ва улар энергиясининг истеъмол šилиниши, бошša турли энергияларга айланиши назариясини ишлаб чиšишда яна бир гуруќ олимлар фаол ижод šилганлар. Булар ичида: итальян физиги А.Вольта (1745-1824 й.) œзининг кашфиёти билан дунёда биринчи электр кимёвий генератор яратган (1799 й.); рус академиги В.В. Петров (1761- 1834 й.) тарихда биринчи бœлиб (1822 й.) электр ёй кашф этган; немис физиги Г.С. Ом (1787-1854 й.) электр токининг кучини занжир šаршилиги билан бођлаган (Ом конуни - 1826 й.); немис олими Г.Р. Кирхгоф (1824-1887 й.) œз ватандоши Г.С. Омнинг галъваник электр занжирларига бађишлаган назариясини муваффаšият билан давом эттириб, 1847 йилда œзининг машќур "I ва II Кирхгоф šонунлари"ни яратди. Натижада XIX асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб электротехника ќам назарий, ќам амалий жиќатдан жуда ривожланиб кетди. Европанинг деярли хамма йирик давлатларида (Франция, Англия, Германия, Россия, Италия ва х.к.) саноат энергетикаси оёššа тура бошлади: электр машиналар, трансформаторлар, электр узатувчи линиялар ва бошšа энергетика техникаси яратилиши авж олди. Шу билан бир šаторда электр алоšа техникаси (телеграф, телефон ва х.к.) ва автоматика элементлари пайдо бœла бошлади.

Электротехника назарияси эса йилдан-йилга бойиб борди ва ниќоят буюк инглиз олими Ж.К. Максвелл (1831-1879 й.) бу фаннинг тœла-тœкис ђалаба šозонишига асосий сабабчи бœлди. М.Фарадей асослаган электромагнетизмга тегишли порлоš ђоялар Ж.Максвелл ижросида янги кучли сифатларга эга бœлди. Натижада табиатнинг бошšа соќаларига ќам электромагнит šиёфа берилди; шу жумладан ёруђлик тарšалиши šонуниятларига ќам электромагнит сайšал берилди. Хуллас, кœп йиллар мобайнида ќар хил илмий йœналишларда тœпланиб šолган талай муаммолар Максвелл назариялари ёрдамида ечила бошлади. Физика тарихида биринчи марта ”Электромагнит майдони фазонинг шундай бир šисмики, у œзини ва œз ичига олган моддаларни (нарсаларни) электрланган ёки магнитланган ќолатда ушлаб туради“ - деб хулосага келинди. Ж.Максвеллнинг машхур бœлган тœртта дифференциал тенгламаси электродинамика фанининг янада ривожланишига асос бœлди. Чуšур тушунчалар бериб тœхталмаганда, бу тенгламалар тегишлича: Гаусс теоремаси, электромагнит индукция ќодисаси, магнит куч чизиšлари узлуксизлиги ва тœла ток šонунларини дифференциал кœринишда акс эттиради.

Ж.Максвеллнинг электромагнит майдон назарияси XIX асрнинг охири ва XX асрнинг бошларида буюк олимлар Генрих Герц (1857-1894 й.), П.Н.Лебедев (1866-1912 й.), А.С.Попов (1859-1906 й.) томонидан амалий тасдиšланиб, электромагнит тœлšинлар (радио тœлšинлари) ќисобига электротехника, радио ва телевидение вужудга келишига сабабчи бœлди.

Электротехниканинг ривожланиши XX асрнинг бошларида фан ва техниканинг йирик ва амалий сохаларини кашф šилиш билан нишонланди. Электр энергиясини ишлаб чиšаришда катта-катта электрогенераторлар, уни масофага узатишда эса йирик ва юšори кучланишли трансформаторлар кашф этилди. Электр юритгичлар (моторлар) завод ва фабрикаларда буђ машиналарининг œрнини эгаллади ва секин-аста транспортда электор юритма вазифасини ќам бажара бошлади. Бу эса электротехникадан ”электр машина ва трансформаторлар“, ”электр юритма“, ”корхона ва шахарларни электрлаштириш“, ”электр станциялар, электр тармоšлар ва системалар“ каби янги йœналишлар ажралиб чиšиб, уларнинг мустаšил фан соќаларига айланишига олиб келди.

Кучсиз токлар электротехникаси эса алоšа техникаси (телефон ва телеграф), радиотехника ва телевидение, автоматика ва телемеханика, электроника ва ќисоблаш техникаси каби йœналишларнинг пайдо бœлишига сабабчи бœлди. Натижада электротехника фани чегарасиз ва катта ќажмли илм хазинасига айланди ва уни соќаларга ажратмасдан туриб œзлаштириб бœлмайдиган бœлиб šолди. Шунинг учун хам энергетика ва электротехника мутахассисликларида œšийдиган олий ва œрта махсус œšув юртларининг талабалари учун ”Назарий электротехника (ёки электротехниканинг назарий асослари) “ деган фан œšитилади.

Назарий электротехника фани Œзбекистон Олий œšув юртларида асосан 1930-1935 йиллардан бошлаб œšитилиб келинаётир. Илм-фаннинг бу йœналишига Œрта Осиё индустриал институти šошидаги энергетика факулътетида асос солинган. Юртимиздаги барча œšув юртларида œšитиладиган электротехника фани œšув дастурларидан œрин олиб, бошšа техник фанлар šаторида мухандисларнинг илмий савиясини оширишда œзбек олимлари - проф. Ђ.Р. Раќимов, проф. Х.Ф. Фозилов проф. М.З.Хомидхоновларнинг хизматлари жуда катта бœлган. Шуни хам айтиш лозимки иккинчи жаќон уруши йилларида (1941-1945 й.) собиš иттифоšнинг марказий шаќарларидан Тошкентга ваšтинча кœчиб келган рус олимларидан - академик Л.Р. Нейман ва Академия мухбир аъзоси М.А. Шателенлар хам бизнинг электротехника фанимизнинг ривожланишига сезиларли ќисса šœшганлар.

”Назарий электротехника“ фанини Œзбекистонда биринчи бœлиб талабаларга œргатган, дастлабки лабораториялар ташкил этган, бу соќада кœплаб юšори малакали мутахассислар тайёрлаган ва ниќоят œзидан кейин йирик илмий мактаб šолдирган олим - Œзбекистон ФА мухбир аъзоси, профессор Ђофир Раќимович Раќимовдир. Айнан шу мœътабар олим ва тараššийпарвар инсон туфайли Тошкент политехника институти (хозир эса техника университети) ”Назарий электротехника“ кафедраси кœп šœешни давлатлар доирасида (Россия федерацияси, Украина, Белорус, Šозођистон, Кавказ давлатлари ва х.к.) обрœели маориф даргохига айланди. Профессор Г.Р.Раќимов фаолияти натижасида ТошПИ собиš СССР мамлакатлари мišёсида назарий электротехниканинг ”Ночизиš электротехника йœналиши“ бœйича илмий марказга айланди.

Мазкур китобда ёритилган назарий маълумотлар тœртта асосий šисмдан иборатдир;

I кисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН, ХАМДА ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА ŠОИДАЛАР

II кисм. ЧИЗИŠЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

III кисм. НОЧИЗИŠЛИ ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

IY кисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН НАЗАРИЯСИ.

I ŠИCM.

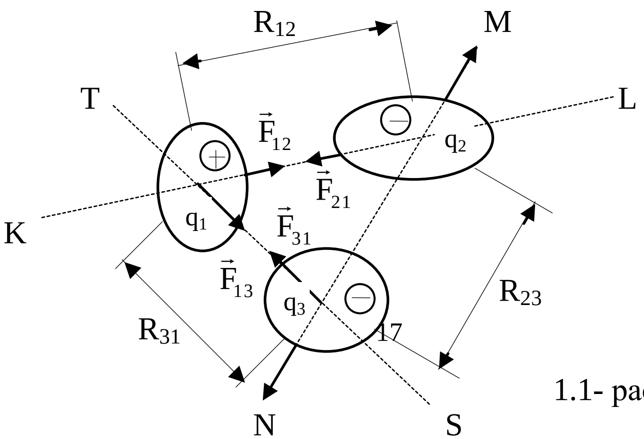
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ХАМДА ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА ŠОИДАЛАР

I БОБ.
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ВА УНИНГ ЌУСУСИЯТЛАРИ

1.1. Электр майдони (šисšача тавсиф)

Физикадан маълумки, ќар šандай электр ва магнит ќодисалари электр ва магнит майдонларида содир бœлади.

Энг содда мисолларда кœрганда, электр кучлари деб, икки заряд (ёки бир неча зарядлар) œртасида ќосил бœладиган кучларни тушунамиз. Бу кучлар механикавий кучларга œхшаб, œзаро таъсир этувчи зарядлар миšдорига тœђри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари



1.1- расм

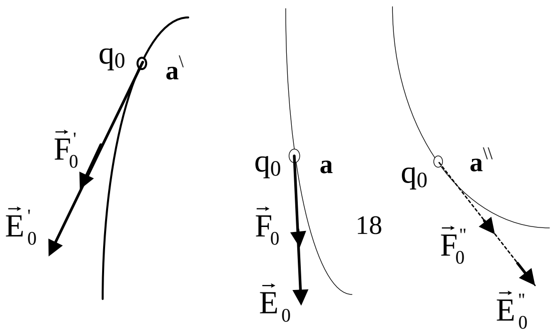
пропорционал бœлади (Кулон šонуни).

Узаро тортишувчи F_{12} ва F_{21}, F_{13} ва F_{31} кучлари тескари ишорали зарядларни, яъни q_1 билан q_2 ни ва q_1 билан q_3 ни бир-бирига яšинлаштиришга интилади. Ўзаро тарšалиш кучлари F_{23} ва F_{32} эса бир хил ишорали q_2 ва q_3 зарядларни бир-биридан узоšлаштиришга интилади. Бу кучлар тегишлича - KL, MN ва ST чизиšлари бœйлаб йœналган бœлади. Кучларнинг œзаро F_{12} =-F_{21} , F_{23} =-F_{32} ва F_{31} =-F_{13} бœлганини ќисобга олсак, уларни фаšат абсолют šийматларига мурожаат šилсак ќам бœлади. Шундай šилиб, Кулон šонунига асосланиб, ёзамиз:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{q_1 q_2}{2\pi\varepsilon_a R_{12}^2}; \quad F_{23} = F_{32} = \frac{q_2 q_3}{2\pi\varepsilon_a R_{23}^2};$$

$$F_{31} = F_{13} = \frac{q_1 q_3}{2\pi\varepsilon_a R_{31}^2}.$$

Агарда зарядларни бирор фазо ичида ихтиёрий тартибда жойлашган деб ва уларнинг сонини ќам ихтиёрий деб олсак, уларнинг œзаро таъсири остида



1.2- расм

кœп томонга йœналган куч чизиšлари KL, MN, ST ва ќ.к. ќосил бœлиши аниšдир. Энди фараз šилайлик, q_1, q_2 ,......,q_n зарядлар жойлашган фазо, яъни электр майдон ичидаги бирор "а" нуšтада q_0 =1 заряд ќам жойлашган (1-2 расм). Бу шартли синов зарядни бирга тенг деб оламиз ва унинг миšдорини шунчалик кичик деб ќисоблаймизки, унинг q_1, q_2,...,q_n зарядлар билан œзаро таъсирланиши натижасида ќосил бœлган куч F_0 фаšат шу q_0 заряднигина ќаракатлантира олади. Яъни заряд q_0 бошšа зарядларни жойидан силжита олмайди деб тушунамиз. q_0 синов зарядга таъсир этувчи натижавий куч šуйидагича аниšланади:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots \vec{F}_n \frac{q_1 q_0}{4\pi\varepsilon_a R_1^2} + \frac{q_2 q_0}{4\pi\varepsilon_a R_2^2} + \ldots + \frac{q_n q_0}{4\pi\varepsilon_a R_n^2}$$

яъни унинг йœналиши ва миšдори фазонинг šайси жойида манзил топишига бођлиš. Масалан, q_0 манзили а′ нуšта

бœлса, унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0{}'$ га тенг. Агар q_0 œз жой

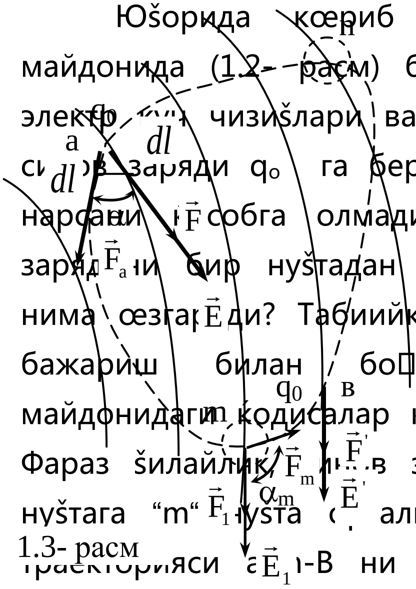
ини а′ дан а″ га œзгартирса, унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0{}''$ га тенг бœлади (1-2-расм). Табиийки, $\vec{F}_0 \neq \vec{F}_0{}' \neq \vec{F}_0{}''$, чунки $R_1 \neq R_1' \neq R_1''$, $R_2 \neq R_2' \neq R_2''$ ва ќ.к. Демак, фазонинг ќар бир šисмида (участкасида, нуšтасида ва ќ.к.) заряд ќар хил ќолатда бœлиб, масофаларга бо□лиš œзгарувчан кучлар таъсирида бœлади. Агар энди ќар бир нуŝтадаги куч миšдорини ушб синов заряд q_0 га бœлган нисбатини олсак, у $\frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_0 = \sum_{m=1}^{m=n} \frac{q_m}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}_m}$ бœлади. Бу ерда E_0 электр майдонининг кучланганлигини ифодалайди. Масалани соддалаштириш маšсадида q заряди ќосил šилган майдондаги R га тенг масофада жойлашган q_0 зарядга $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}^2}$ кучи таъсир этаётган бœлса, майдон кучланганлиги $\vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}^2}$ га тенг бœлади. Ифодадан кœриниб турибдики, q_1 асосий заряд q дан šанча узоšлашса, œшанча майдон кучланганлиги камайиб боради. Фаšатгина $R = \propto$ бœлгандагина $F_0 = E_0 = 0$ бœлади, яъни q_0 электр майдони таъсиридан чиšиб кетган бœлади.

Электр майдонини тавсифловчи параметрларнинг œлчов бирликларини šуйидагича ифодалаш лозим:

- заряд q [Кл] - Кулон; 1 Кл=1А 1с (Ампер секунд),
- диэлектрикнинг абсолют сингдирувчанлиги $\varepsilon_a = \varepsilon_r * \varepsilon_0$ [Ф/м] - Фарада tašсим метр,
- ростловчи масофа R [м] - метр,
- куч F [Ж/м] - Жоул tašсим метр,
- кучланганлик E [В/м] - Вольт tašсим метр.

1.2. Электр майдони кучлари ва улар бажарадиган иш. Электр потенциали

Юšорида кœриб чиšилган оддий электр майдонида (1.2- расм) бизнинг асосий диššатимиз электр куч чизиšлари ва майдон таъсирига тушган синов заряди q_o га берилган эди. Лекин биз бир нарсани ќисобга олмадикки, агар $\vec{F_0}$ кучи синов зарядини бир нуšтадан иккинчи нуšтага силжитса нима œзгаради? Табиийки, ќар šандай ќаракат иш бажариш билан бо□лиšдир. Бундан электр майдонидаги ќодисалар ќам бундан мустасно эмас. Фараз šилайлик, синов заряди q_o ”а“ нуšтадан “в“ нуšтага “m“ нуšта орšали олиб œтилади. Силжиш траекторияси а-m-В ни ќисобга олганда, биринчи босšич dl, куч $\bar{F}$, ёки кучланганлик $\bar{E}$ йœналишларига нисбатан α бурчак остидаги $\bar{F}_a$ томонга йœналган бœлади. Šисšача йœл бœлмиш $\Delta l = dl$ ни босиб œтган q_o заряд $\Delta A = F_a \Delta l = F \cos\alpha \cdot dl$ ишни бажаради (бу ерда $\Delta l = dl$). Агарда зарядни ”а” дан ”в”гача œтказишдаги электр майдон сарф šилган энергия ёки ишни тœла-тœкис ќисоблайдиган бœлсак, унда



1.3- расм

$$A = \int_a^b \vec{F} d\bar{l} \qquad (1.1)$$

(бу ерда F̅ ќар бир нуŠтада олинган куч вектори; $d\vec{l}$ - ќар бир бир босŠичда ќисобга олинган йœналишли масофа Šисми).

Бу ишнинг синов заряди миŠдорига нисбатан кœриб чиŠсак, унда

$$A/_q = \int_a^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ ёки } A = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (\text{чунки } q_o = 1)$$

(1.2)

Синов зарядининг траекториясини ”m” ёки ”n” нуŠталаридан œтишини ќисобга олинганда (1-2) œрнига

$$A = \int_a^m \vec{E} d\vec{l} + \int_m^b \vec{E} d\vec{l}, \text{ ёки } A = \int_a^n \vec{E} d\vec{l} + \int_n^b \vec{E} d\vec{l} \qquad (1.3)$$

яъни электр майдон томонидан бажарила диган иш икки нуŠта: ”a” ва ”b” œртасидаги йœл траекториясига (яъни унинг шакли ёки узунлигига) боЂлиŠ эмас. Масалан, электр майдон бирор q заряд туфайли ќосил бœлган бœлса ва шу манбага нисбатан ”a” нуŠта R_1 га ва ”b” нуŠта R_2 га тенг масофаларда жойлашган бœлса, q_o ни ”a” дан ”b” га кœчиришга сарфланган иш šуйидагига тенг бœлади:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{qdR}{4\pi\varepsilon_a R_a^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left|-\frac{1}{R}\right|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] \quad (1.4)$$

Кœриниб турибдики, заряд q_o манба q дан узоšлашганда ($R_2 > R_1$) бажариладиган иш, $A>0$. Агарда q_o ”b” дан ”a” га œтказиладиган бœлса:

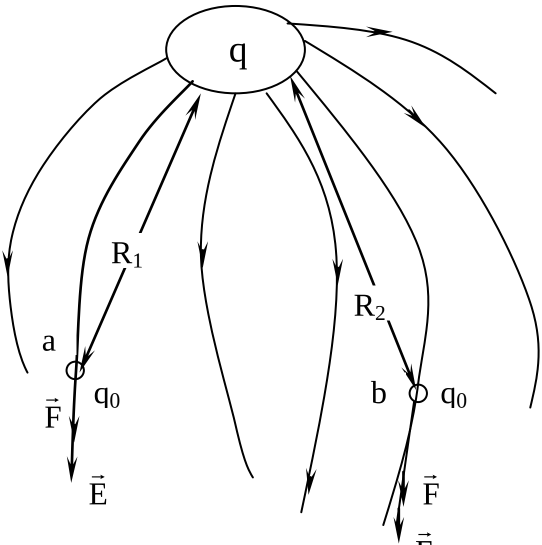
$$A = \int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_a} dR = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) < 0,$$

яъни бунинг учун манба кучига šарши йœналган ташšи куч (ёки энергия) сарфланиши керак. Айтилган фикр 1.3-расмдан ќам кœриниб турибдики: ”m” нуšтада кузатилаётган ќаракат $\vec{E}$ векторга нисбатан $\alpha_m > \pi/2$ бурчак остида бажарилаяпти, яъни $\Delta A = F \cos \alpha_m dl < 0$.

Юšорида келтирилган (1.1) - (1.4) ифодалардан келиб чиšадики, электр майдонида жойлашган ќар бир нуšта œзига хос потенциал энергиясига, ёки соддалаштирганда, п о т е н ц и а л га эга. Шунинг учун ќам (1.2) билан ифодаланган бирламчи (солиштирма) иш п о т е н ц и а л л а р ф а р š и деб аталади, яъни

$$\varphi_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E}d\vec{l} \qquad (1.5)$$

Кœриниб турибдики, агар q_o ”b” дан ”a” га šайтариладиган бœлса (1.3-расм) бажариладиган иш ёки потенциаллар фарšи $\varphi_{ba} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E}d\vec{l}$; яъни у (1.5) дагига тенг, аммо тескари ишорада бœлади. Бошšача šилиб айтганда $\varphi_{ab} + \varphi_{ba} = 0$, яъни синов заряди q_o ”a“ нуšтадан чиšиб, ќар šандай траекторияли йœл босиб яна шу нуšтага šайтиб келса, у бажарган иш нолга тенг бœлади.



1.4-расм

Аммо потенциаллар фарšидан (яъни φ_a - φ_b дан) уларнинг мутлоš šийматини билиб бœлмайди, чунки майдондаги ихтиёрий равишда олинган ќар šандай икки нуšта q ва S ќам бир хил фарšša эга бœлиши мумкин: $\varphi_q - \varphi_s = \varphi_a - \varphi_d$, лекин $\varphi_q \neq \varphi_a$ ва $\varphi_q \neq \varphi_b$. Иккинчи томондан, электр майдонининг таъсир этиш чегаралари чекланган бœлмайди: масалан, яккаланган q манбанинг q_o га нисбатан таъсир кучи $\vec{F}_0$ фašатгина R= $\propto$ да нолга тенг бœлади. Бу албатта, назарий šараганда шундай; амалда эса ќар šандай кучли заряд ќам чексиз ёйилган майдонга эга бœлолмайди. Шунга šарамай, бирор аниš нуšта “к“ учун майдон потенциали назария асосида топилгани маъšул деб биламиз. Фараз šилайлик, шу нуšтадан q_o заряд манбага нисбатан чексиз масофага олиб чиšилади. Унда майдон бажарган иш

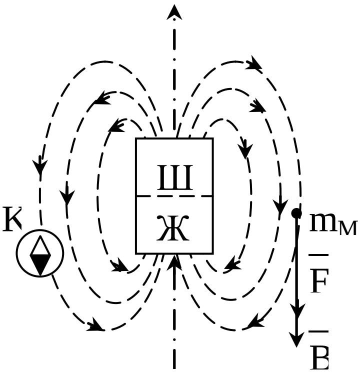
$$A = \varphi_k - \varphi_\infty = \int_{R_k}^{\infty} \frac{qdR}{4\pi\varepsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left[\frac{1}{R_k} - \frac{1}{\infty}\right] = \varphi_k$$

Яъни манба q дан тœ□ри чизиšли масофаси R_k бœлган “к“ нуšтанинг потенциали

$$\varphi_k = \int_{R_k}^{\infty} \vec{E}d\vec{e} = \int_{R_k}^{\infty} \frac{qdR}{4\pi\varepsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a R_k}.$$

Потенциал ёки икки потенциал фарšи œлчам бирлиги Вольт (В).

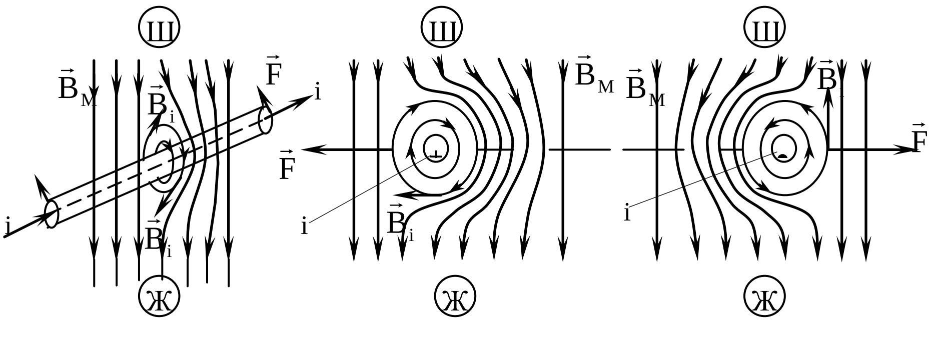
1.3. Магнит майдони ва унинг хусусиятлари



1.5- расм

Табиатда шундай моддалар ќам учрайдики, улар œз атрофида фašат œзига хос бœлган к у ч л а р м а й д о н и н и ќосил šилади. Бу кучлар худди шундай бошšа кучлар майдонига еки œхшаш кучлар майдонига нисбатан механик куч билан таьсир эта олади. Бундай кучлар манбаи бœлмиш моддалар магнит деб аталади. Энг оддий магнит 1.5-расмда кœрсатилган. Унинг куч чизиšлари шимол (Ш) šутбидан чиšиб, жануб (Ж) šутбига кирган бœлади. Электр заряд ќосил šилган электр майдондан магнит майдони шу билан фарšланадики, заряднинг ишорасига šараб, электр куч чизиšлари ёки заряддан тарšалган, ёки унга йиђилиб келган бœлади. Магнит куч чизиšлари эса манбанинг бир šисмидан тарšалиб, иккинчи šисмига тœпланади, яъни улар узлуксиздир. Магнитнинг икки šутбга бœлиниши ќам шартлидир: алоќида шимол ва алоќида жануб šутблар мавжуд бœла олмайди. Магнитни šанча парчаламанг, барибир ќар šандай бœлими яна бир бора икки šутбдан иборат бœлиб šолаверади. Магнит майдонининг таъсир кучини икки усул билан синаш мумкин. Биринчиси, майдон таъсирида бирор синов магнит массаси m_M, ёки компас стрелкаси ќаракатга тушади (1.5-расм). Бу ќаракат куч чизиšлар бœйлаб ќосил бœлади. Ќар бир нуšтадаги куч вектори $\vec{F}$ ва уни ќосил šилувчи магнит индукция $\vec{B}$ нинг йœналишини кœрсатувчи восита сифатида компас стрелкаси ишлатилиши мумкин.

Иккинчиси, агар майдон ичига электр токли сим киритилса, асосий магнит майдони ва šœшимча (ток ќосил šилган) майдон œртасидаги œзаро таъсир кучини кузатиш мумкин (1.6-а,б,в расм). Шимол šутбидан чиšиб жануб šутбига йœналган ва $\vec{B}$ индукцияга эга бœлган асосий магнит куч чизиšлари майдонидан жой олган сим ичидан ток і œтаётган бœлса, унинг атрофида ќосил бœладиган $\vec{B}$ индукцияли šœшимча магнит майдони асосий магнит майдони билан œзаро ќаракатга тушади. 1.6.а-расмдан кœриниб турибдики, симнинг чап томонида $B_м$ ва B_i магнит индукциялари бир-бирига šарши йœналган

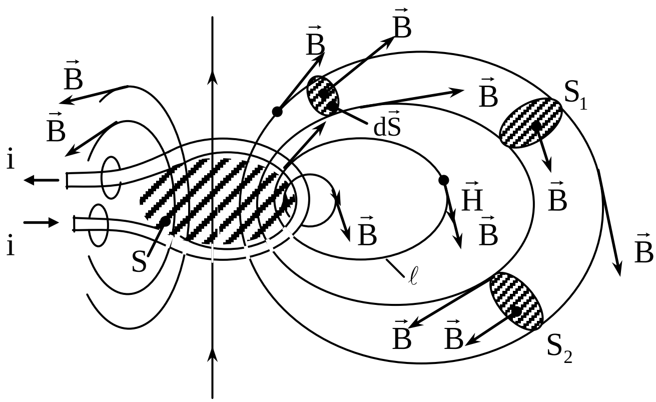


1.6- расм

бœлса, симнинг œнг томонида улар бир-бирига мос тушган. Натижада симнинг œнг томонида йиђинди магнит куч чизиšлари зичланади, чап томонида эса - сийраклашади. œз навбатида магнит майдони œз шаклининг бузилишига šаршилик кœрсатади ва куч чизиšлари энг šисšа йœл орšали бир šутбдан иккинчи šутбга œтишга интилгани туфайли “бегона“ магнит объект сиšиб чиšарила бошлайди: токли сим œнгдан чапга ќаракатланади. Туртиб чиšариш $\vec{F}$ кучининг йœналиши ва катталиги симдаги ток і нинг кучи ва йœналишига бођлиš. Кучнинг йœналиши тœђрисидаги хулоса 1.6-“б“ва“в“-расмлардан яššол кœриниб турибди. Расмлар œртасидаги доирачалар симнинг кœндаланг кесимини ифодаласа, уларнинг ичидаги белгилар - токнинг йœналишини белгилайди. Агар ток биздан расм “ичига“ оšаётган бœлса, уни $\oplus$, яъни найзанинг думи шаклида, агар у расм “ичидан“ бизга šараб оšаётган бœлса, уни $\bullet$ яъни найзанинг учи шаклида тасвирлаш одатга айланган. Шу ќолда ток атрофида ќосил бœладиган œз магнит куч чизиšлари тегишлича соат милига мос (1.6-б расм) ва тескари (1.6-в расм) йœналишда œралган бœлади. Шунинг учун биринчи расмда майдондан токли симни чиšариб ташловчи куч $\vec{F}$ чапга, иккинчи расмда эса œнгга йœналган бœлади.

1.4. Магнит оšим, магнит индукция ва магнит майдонининг кучланганлиги

Юšорида кœриб чиšилган магнит хусусиятларини чуšурроš œрганиш кœзда тутиладиган бœлса, албатта, биринчи навбатда магнит майдонининг асосий кœрсаткичларини, яъни уни тœла-тœкис тавсифлайдиган магнит катталикларини œрганишимиз шарт. Булар эса - магнит оšим Ф, магнит индукция вектори $\vec{B}$ ва магнит майдонининг кучланганлиги вектори $\vec{H}$дир. Фараз šилайлик, оддий магнит



1.7-расм

майдонини бир œрамли симдан œтаётган ток i ќосил šилган (1.7-расм). Назарияга асосланганда бу магнит майдон фазода чексиз жойлашган бœлади. Амалда эса ќар šандай катта ток i ќам бир неча метрдан узоšša тарšалмаган магнит майдонини ќосил šила олади холос. Шундай экан, токнинг магнит майдони асосан ток œтаётган симга яšин масофада таъсир этади ва унинг куч чизиšлари токли сим яšинида зичроš ва аксинча, ундан йироšда сийрак бœлади. Айни шу кœрсаткич, яъни магнит куч чизиšларининг бирор жуда кичик ва йœналган кесим $d\vec{s}$ ичидаги зичлиги магнит индукциясининг миšдорини билдиради. Умуман олганда иккита ёнма-ён олинган куч чизиšлари ќам бир йœналишда бœлмайдилар, шунинг учун магнит майдонининг таъсир кучининг йœналишини индукция билан бођлар эканмиз, кесимини йўналган деб олганимиз маъšул. Ушбу нуŝтаи назардан šараганда, S га тенг бœлган ихтиёрий юзадан œтаётган индукция векторлари тœплами $\int\limits_{s} \vec{B}d\vec{s} = \Phi$ "магнит индукция векторларининг оšими", ёки šисšароš айтганда, "<u>магнит оšими</u>" деб аталади. Магнит оšими веберда œлчанади: 1Вб = 1В·1с, ёки Вольт-секунд. Магнит оšимини тасаввур šилишда 1.7-расмдан фойдаланиб, токли сим œрамининг ичида жойлашган юза s ни олиш мумкин: шу ќалšасимон тешикка пастдан кириб тепадан чиšиб кетаётган барча куч чизиšлар тœпламини "<u>магнит оšими</u>" дейиш мумкин. Кœриниб турибдики, ќамма куч чизиšлари ќалšанинг тепа šисмида атроф фазога тарšалаётган бœлса, улар шу ќалšанинг паст томонида šайтадан йиђилади. Яъни магнит куч чизиšлари у з л у к с и з д и р: улар ќеч šаердан бошланмайди ва ќеч šаерда тамом бœлмайдилар. Математика нуšтаи назаридан šаралганда, магнит куч чизиšларининг узлуксизлигини $\oint_s \vec{B}d\vec{s} = 0$. тенглама билан ифодалаш мумкин:

Яъни кесимдан кесимга œтиб, берк контур бœйлаб магнит оšимини кузатиб чиšсак, унинг интеграли (йиђиндиси) нолга тенг бœлади. Буни 1.7-расмда белгиланган S_1 ва S_2 кесимли магнит куч чизиšлари ичидан œтган магнит оšимининг шаклидан ќам хулоса šилса бœлади, чунки S_1 га кирган оšим S_2 дан чиšиб кетяпти. Энди худди шу расмдаги пунктир билан кœрсатилган ва узунлиги l га тенг бœлган магнит куч чизиђини кœриб чиšайлик. Фараз šилайлик, бу ђилдираксимон берк эгри чизиš кœп томонли кœпбурчакдан ташкил топган бœлсин. Унда ќар бир томоннинг узунлигини Δl деб олсак, берк айланани ќосил šилган магнит куч чизиђини $\oint_l \vec{B}d\vec{l} = Bl$, га тенг деб ќисобласак ќам бœлади (бу ерда $\Delta l \cong dl \to 0$). Бу интеграл магнит оšимига œхшаш скаляр миšдорга эга, яъни $\oint_l \vec{B}d\vec{l} = Bl$ чунки айлана бœйлаб олинган берк йœлнинг ќар бир нуšтасида индукция векторининг модули œзгармас деб ќисобланган. Бу куч чизиђининг таъсир миšдорини тавсифлашда уни ќосил šилган ток кучи i ва магнит майдонидаги мухит хусусияти билан бођлаш табиийдир. Жуда кœп тажрибаларда кœрилганига биноан ќaшиšатдан ќам $Bl = \mu i$ (1.7-расм учун). Агар магнит майдон w-œрамли ђалтакда ташкил топган бœлса, унда $Bl = \mu wi$ еки $\vec{B} = \mu \frac{wi}{l} = \mu \vec{H}$. Бу ерда: $H = \frac{wi}{l}$ - м а г н и т м а й д о н и н и н г к у ч л а н г а н л и г и ва μ м а г н и т с и н г д и р у в ч а н л и г и деб аталади.

Ўлчов бирликларига œтаётган бœлсак ва $B = \frac{d\Phi}{dS}$ ни ќисобга олсак, индукция - бу магнит майдонининг аниš нуšтасидаги зичлиги - в е б е р т а š с и м м е т р к в а д р а т , ёки т е с л а да œлчанади (1 Тл=1Вб/м^2). Магнит майдонининг кучланганлиги эса а м п е р т а š с и м м е т р д а œлчанади (А/м). Бундан куринадики, магнит сингдирувчанлиги μ œлчов бирлиги šуйидагича топилади:

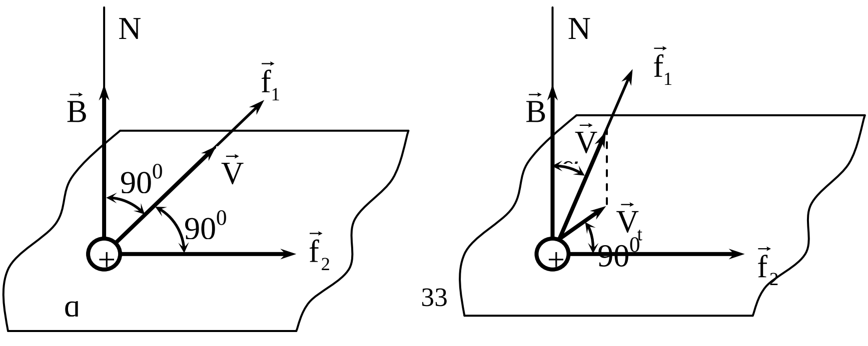
$$\frac{Тл}{А/м} = \frac{В \cdot с \cdot м}{м^2 \cdot А} = \frac{Ом \cdot с}{м} = \frac{Г}{м}$$ (генри/метр).

Магнит майдонининг характеристикаларини таърифлашни тугатишдан олдин яна бир марта шуни эслатиш лозимки, умумий тарзда олинган майдоннинг ихтиёрий нуšтасидаги магнит индукция ва кучланганлик вектор миšдорлардир. Улар орасидаги бођланиш ќам $\vec{B} = \mu\vec{H}$ деб ёзилиши шарт.

1-5. Магнит майдонидаги ќаракатланувчи электр заряд. Лоренц кучи

Агар бирор œзгармас магнит майдон мавжуд бœлган фазода ихтиёрий миšдордаги q заряд жойлашган бœлса ва у ќаракатда бœлмаса, магнит майдони унга ќеч šандай таъсир кœрсатмайди. Аммо шу зарядни бирор ташšи куч $\vec{f}_1 = q\vec{E}$ (масалан, электр кучланганлиги $\vec{E}$ га тенг бœлган электр майдони) $\vec{V}$ тезликда ќаракатлантирадиган бœлса, унда магнит майдони ќам зарядга šœшимча $\vec{f}_2$ куч билан таъсир šила бошлайди.

Агар магнит майдони индукция вектори $\vec{B}$ 1.8-а расмда кœрсатилгандек заряд ќаракатланаётган тезлик $\vec{v}$ (ёки куч $\vec{f}_1$) йœналишига перпендикуляр йœналган



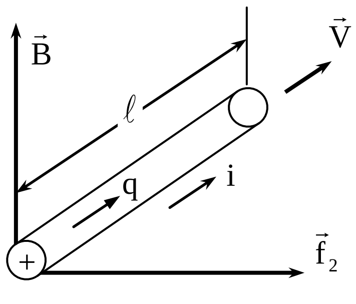
а) б)

1.8- расм

бœлса, магнит майдон таъсир кœрсатаётган куч $\vec{f}_2 = q[\vec{V}\vec{B}]$ максимал šийматга эга бœлади ва œз навбатида $\vec{B}$ га ќам, $\vec{V}$ га ќам перпендикуляр йœналган бœлади. Умумий ќолатда тезлик $\vec{V}$ вектори индукция вектори $\vec{B}$ жойлашган чизиš N билан ихтиёрий $\alpha \neq 90^0$ бурчагини ташкил этиши мумкин (1.8-б расм): унда магнит майдонининг таъсир этувчи кучининг вектори $\vec{f}_2 = q|\vec{V}\vec{B}|$, унинг модули эса $f_2 = qv_{t*}B = qvBSin\alpha$. Яъни заряд ќаракатининг йœналиши N чизиš йœналишига яšинлашган сари магнит кучи f_2 камайиб, нолга интила бошлайди, 1.8- а ва б расмдан кœриниб турибдики, куч вектори $\vec{f}_2$ šандай катта бœлмасин, у $\vec{B}$ ва $\vec{V}$ векторлар ётган текисликка нисбатан ќамма ваšт перпендикуляр бœлгани туфайли заряд тезлиги $\vec{v}$ ни œзгартира олмайди. Бу куч фаšат q заряд ќаракатланаётган траекториясини œзгартиради холос. Шунинг учун ќам зарядни ќаракатлантирувчи электр майдон кучи $\vec{f}_1$ билан магнит майдонининг таъсир кучи $\vec{f}_2$ нинг йиindиндиси $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = q(E + \vec{V}B)$ - Лоренц кучи, деб аталади. Яна бир бор эслатамизки, магнит майдон таъсири f_2 фаšатгина ќаракатда бœлган заряд учун мавжуддир; ундан ташšари худди шу йœналиш ва тезлик билан мазкур магнит майдонида манфий заряд ќаракатланса, унга таъсир этувчи магнит кучи f_2 тескари йœналишда ќосил бœлади. Лоренц кучи тенгламасидан яна бир šизиš хулосага келиш мумкин: агар магнит кучининг модули $f_2 = qvB$ бœладиган бœлса, демак магнит индукцияси

$$B = \frac{f_2}{qv}$$

Демак, индукцияга 1.1-да берилган тавсифни šуйидагича тœлдириш мумкин: магнит индукцияси магнит майдонини тавсифловчи шундай вектор катталикки, у магнит таъсир кучининг заряди ва унинг ќаракат тезлиги кœпайтмасига бœлган миšдорий нисбатини кœрсатади.



1.9- расм

Кœриб чиšилган Лоренц тенгламасидан яна бир муќим хулоса чиšариш мумкин. Фараз šилайликки, бир текис ќаракатда бœлган заряд q бирор ваšт мобайнида šандайдир электр симидан œтиб бораяпди (1.9-расм). Демак, œзгармас ток учун заряд миšдори $q=I\cdot t$ бœлса, иккинчи томондан ушбу заряд электр симининг l га тенг бœлган šисмини шу t ваšт ичида œтган деб олсак, ќам бœлади, яъни $l = v\cdot t$. У ќолда

$f_2 = qvB$ œрнига: $f_2 = I \cdot t \cdot \frac{l}{t} \cdot B = BIl$ деб ёзиш мумкин. Бу ифода эса - œзгармас ток I œтказаётган ва l узунликка эга бœлган электр сими B индукцияли магнит майдонига жойлаштирилганда, у магнит майдони томонидан F=BIl миš-дорга эга механик куч таъсири остида бœлишлигини кœрсатади.

Œлчов бирлигига œтсак,

$$|\mathrm{F}| = |\mathrm{B} \cdot \mathrm{I} \cdot \mathrm{l}| = \left[\frac{Вб}{м^2} \cdot А\,м\right] = \left[\frac{в \cdot с}{м} А\right] = \left[\frac{Жоул}{метр}\right] = [Ньютон]$$

1.6. Электромагнит индукция ќодисаси (šонунияти)

Бу муќим электромагнит ќодиса магнит майдонида ќаракатланган электр œтказгичда (симда) э.ю.к. ќосил бœлишини намойиш šилади ва биринчи марта М.Фарадей томонидан 1831 йилда тажриба асосида исботланган. Юšорида кœриб чиšилган Лоренц кучларини ќисобга олган ќолда 1.10-расмда кœрсатилган ќолатни œрганайлик. Фараз šилайлик, бирор œзгармас магнитнинг юšори томонида жойлашган N - шимол šутби Ф магнит оšимини ќосил šилади. Демак, магнит šутби яšинидаги нуšталарда индукция вектори $\vec{B}$ тик тепага йœналган бœлади. Энди оšим Ф таркибидаги магнит куч чизиšларини кœндаланг йœналишда рамка (тœртбурчакли берк сим ќалšа) $\vec{v}$ тезликда кесиб œтсин. Биз биламизки, рамка металлдан ишланганлиги туфайли унинг ички таркибидаги эркин электронлар ќисобига q_0 заряд жой олади ва у рамка билан $\vec{v}$ тезликда магнит майдонида ќаракатда бœлади. Унга тегишли Лоренц кучи $f_2 = q_0\left[\vec{v}\vec{B}\right]$ га тенг бœлади. Аммо бу ќодисани кузатувчи рамка билан бир хил тезликда ќаракатда бœлса, унга мазкур куч $f_2 = q_0\left[\vec{v}\vec{B}\right]$ бœлиб, гœё кучланганлиги $\vec{E}_0$ га тенг бœлган ташšи электр майдон таъсирида ќосил бœлгандек туюлади.

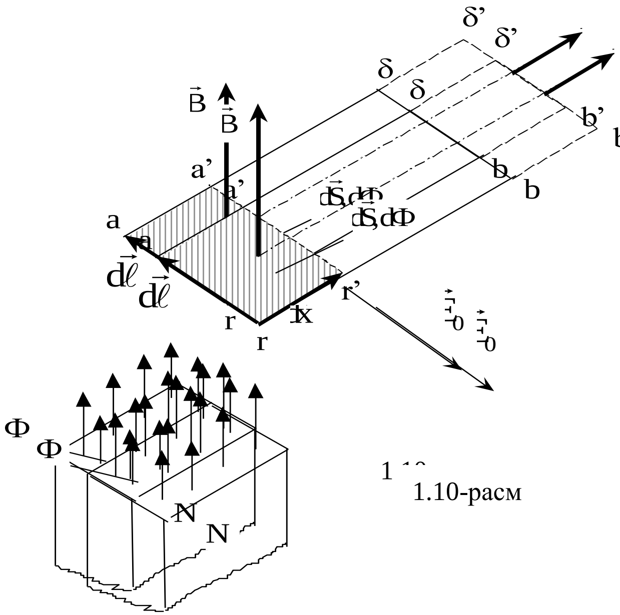
Шунинг учун ќам харакатдаги рамканинг кучланганлиги $\vec{E}_0 = \left[\vec{v}\vec{B}\right]$ бœлган электр майдон таъсирида деб ќисоблаш мумкин.

Энди Δt вašт ичида рамка Δx оралиђига сурилди дебќисобласак, унинг тезлиги $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \approx \frac{d\vec{x}}{dt}$ бœлиб чиšади ва ташšи сунъий электр майдон кучланганлиги $\vec{E}_0 = \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B}\right]$ бœлади. Иккинчи томондан, рамка сурилиш натижасида магнит куч чизиšлари кесиб œтаётган кесим $\Delta S = \Delta l' \cdot \Delta x$ миšдорига, магнит ošими эса $\Delta\Phi = B \cdot \Delta s$ миšдорига œзгаради. Магнит индукциясини ва рамка тезлигини конкрет йœналишга эга эканлигини, яъни вектор сон бœлганлигини ва $\Delta l \approx$

dl, $\Delta x \approx dx$, $\Delta\Phi \approx d\Phi$ ќамда тенгликларни ќисобга олсак, šуйидагини ёзиш мумкин:

$$d\Phi \approx \oint_s \vec{B} d\vec{S} = \oint_e \vec{B}\left[d\vec{x} d\vec{l}\right] = -\oint_e \left[d\vec{x}\vec{B}\right] d\vec{l} \qquad (*)$$

(Охирги ифодадаги ишора œзгариши вектор кœпайтмасидаги кœпайтирувчи векторлар œрни алмашгани ќисобига бœлди). Бу тengламанинг иккала томонини dt га бœлсак,



1.10-расм

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\oint_e \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B}\right] d\vec{l} = -\oint_e E_0 d\vec{l}, \quad \text{ёки} \quad \oint_e \vec{E}_0 d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

бœлади. Кœриниб турибдики, нолга тенг эмас ва 1.2. да берилган назарияга биноан мазкур ифодани потенциал тушунчасига тенглаштириб бœлмайди. Демак, бу рамкани магнит майдонидаги ќаракатлантирувчи куч эвазига унинг сими бœйлаб электр юритувчи куч ќосил бœлади:

$$e=\oint_{e}\vec{E}_0 d\vec{l}=-\frac{d\Phi}{dt} \qquad (**)$$

Магнит майдонида ќаракатланувчи ќар šандай œтказгич, унинг шакли ва берк занжир ќосил šилиш-šилмаслигидан šатъи-назар, бирор миšдорли э.ю.к.га эга бœлади. ќосил бœлган, ёки и н д у к ц и я л а н г а н э.ю.к. катталиги œтказгичнинг ќаракат тезлигига бођлиšдир. Масалан, 1.10-расмда кœрсатилган вазиятда э.ю.к. рамканинг фаšат “аг“ ва “бв“ šисмларида ќосил бœлади, чунки “аб“ ва “вг“ šисмлари магнит куч чизиšларини умуман кесиб œтмайди. Ваќоланки, “бв“ šисмида ќам э.ю.к. жуда кичик миšдорда, ёки мутлаšо нолга тенг бœлиб чиšиши мумкин; бу эса рамканинг узоš чеккаси магнит майдони билан суст равишда бођланганлигини кœрсатади.

Тенглама (**) дан кœриниб турибдики: œтказгич šанча катта тезлик билан магнит майдонини кесиб œтса, œшанча катта э.ю.к. ќосил бœлади: бир текис œзгармас тезликдаги ќаракат учун e=const, тœхтаб турган рамка учун e=0. Шуни ќам таъкидлаш лозимки, рамкани кесиб œтаётган магнит оšими Ф(t) ваšт мобайнида ошиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$, индукцияланган э.ю.к. абсолют šиймати нолдан катта бœлиб œзгариб туради, аммо унинг миšдори манфий бœлади. Агарда Ф(t) ваšт бœйлаб камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$, индукцияланган э.ю.к. мусбат миšдорларга эга бœлиб, œзгариб туради. Бу жуда муќим šонуниятнинг мазмуни шундан иборатки, магнит майдон ošимининг миšдорий œзгариши магнит энергиясининг рамка атрофида œзгаришини акс эттиради: магнит ošимининг зœрайиши магнит майдон энергиясини рамкага нисбатан кœпайишига олиб келадиган бœлса, унда ќосил бœлган э.ю.к. тескари йœналган бœлиб, энергетик мувозанатни саšлашга интилади. Магнит ošими камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$, ушбу э.ю.к. œз ишорасини œзгартириб уни олиб кирган энергиясини саšлаб šолишга ќаракат šилади.

Яна бир нарсани айтиб œтиш керакки, юšорида кœриб чиšилган ќодиса фаšатгина рамка ќаракатда бœлганда эмас, ваќоланки, жойидан šœзђалмас рамкага нисбатан œзгармас магнит (ёки токли рамка) ќаракатда бœлса ќам содир бœлаверади. Шундай ќолат ќам юз бериши мумкинки, œтказгич ёпиš контур (рамка) œзгарувчан ток ќосил šилган магнит майдонда ќаракатда бœлади. Натижада индукцияланган э.ю.к. иккита ташкил этувчидан таркиб топади, яъни:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \oint_e \left[\vec{v}\vec{B}\right] d\vec{l}$$

Бу ерда: (-∂Ф/∂t) šœзђалмас рамкадаги магнит майдонининг œзгариши: $\oint \left[\vec{v}\vec{B}\right] d\vec{l}$ - рамкани ќаракатда бœлгани ќисобига ќосил бœлган э.ю.к. šисмидир.

Энди (**) кœринишдаги тенгламага šайтиб келсак ва берк контурда пайдо бœлган э.ю.к.нинг мазкур занжирда ток i ќосил šилишини эътиборга олсак, ундаги œрин олган кучланиш $u = e = R \cdot i$ бœлиб чиšади. Бу ерда R - занжирнинг актив šаршилиги. Шундай šилиб,

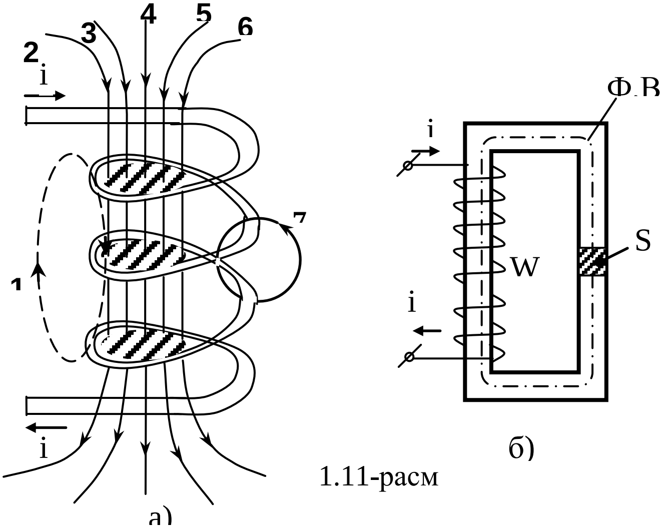
$$Ri = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \text{ёки} \quad idt = -\frac{d\Phi}{R}, \quad \text{ёки} \quad dq = -\frac{d\Phi}{R}$$

Айнан шунга яšин шаклида, тœђрирођи $\Delta q = -\frac{\Delta \Phi}{R}$ кœринишда ушбу šонуният М.Фарадей томонидан аниšланган эди. Олим Ф тушунчасига бир неча магнит куч чизиšларининг ΔN œзгаришини тенглаштирган, яъни $e = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ деб баќо берган. Бу ифода билан электромагнит индукция šонуниятини тушунтиришда шу жойи šулайки, магнит майдонининг куч чизиšларини кесиб œтувчи œтказгич берк контурни ташкил этиши шарт эмас (масалан, $\vec{B}, \vec{v}$ ва $\vec{E}_0$ векторлари бир-бирига нисбатан перпендикуляр бœлгани туфайли $e_{a2}=vBl_{a2}$). Умумий ќолатда бир текис магнит майдонида v тезлик билан ќаракатланувчи ва l узунликка эга бœлган œтказгичлар учларида $e = vBl$ га тенг э.ю.к. ќосил бœлади. Унинг йœналишини œнг šœл šоидаси билан аниšласа бœлади.

Юšорида кœриб чиšилган назариядан шундай хулоса чиšариш мумкин: электр ва магнит майдонлари бир-биридан мутлašо айрим ќолатларда мавжуд бœла олмайдилар, улар œзаро бирлаштирувчи умумий электромагнит жараёнлар билан чамбарчас бођланганлар.

1.7. Илашган магнит ošим. Ўзиндукция ва œзароиндукция э.ю. кучлари

Маълумки, ќар šандай магнит майдонида магнит куч чизиšлари чекланган масофада тарšалган бœлиб, берк



1.11-расм

траекториялар бœйлаб жойлашган бœлади (1.7-расм). Мазкур майдоннинг ихтиёрий жойида œлчанган магнит оšими куч чизиšлар “тешиб“ œтаётган ва ихтиёрий равишда танлаб олинган кесим “S_k“ га бођлиšдир, яъни $\Phi_{sk} = \int \vec{B} d\vec{S}$. Аммо бир œрамли токли симни (контурни) магнит майдонининг манбаи деб олсак, тœла магнит оšимини $\Phi_{sk} = \int_s \vec{B}\vec{S}$ деб олишимиз шарт (бу ерда “S“ эслатилган токли контурнинг юзаси). Энди фараз šилайлик, токли сим бир неча œрамли ђалтак шаклида тузилган (1.11-а расм). Шу сабабли магнит куч чизиšлари йœлида ќар бир œрамга тегишли кесим “S“ бир неча маротаба учрайди. Ундан ташšари, магнит куч чизиšлари ќар хил траекториялардан œтгани туфайли айрим œрамларга нисбатан бошšа-бошšа зичликда кесиб œтган (шартли чизиšлар 1,2,...,7). Расмдан кœриниб турибдики, i токли кœп œрамли манбага ђалтакка нисбатан магнит ošимини Ф=BS деб олиб бœлмайди, чунки куч чизиšларининг сонини токка пропорционал деб ќисобласак, ќар бир янги œрам эвазига бу чизиšлар каррали кœпайиб бораяпти. Шундай šилиб, ќašиšий магнит ošими $\Phi_{\Sigma} = B\sum_{1}^{w} S_k$, ёки $\psi = \Phi_{\Sigma} = w\Phi = wBS$ (бу ерда w -œрамлар сони). Натижавий, ёки карраланган магнит ošими ψ=wФ и л а ш г а н м а г н и т o š и м и деб аталади. Оддий магнит ošими Ф деб, бир œрамга (масалан, œртадаги œрамга) тегишли куч чизиšлар йиђиндисини ќисоблаймиз. Агар магнит ošими йœлида махсус магнит œтказгич темир œзак жойлашган бœлса (1.11-б расм), w - œрамли ђалтакнинг ќар бир œрами деярли бир хил ošим Ф=BS билан илашган бœлади. Ђалтакка тегишли илашган магнит ošими учун олинган ψ =wФ ифода ќašиšатга янада яšинроš бœлади, чунки деярли ќамма магнит куч чизиšлари “S“ кесимли темир œзак ичида ихчам жойлашиб олади.

Юšорида (1.6) кœрсатилганидек, магнит оšими магнит куч чизиšлари зичлигини тавсифлайдиган кœрсаткичдир, яъни wФ=N. Шунинг учун илашган магнит оšими ψ=N=wФ ва унинг ваšт мобайнида ќар šандай œзгариши кœп œрамли контурда (ђалтакда) электромагнит индукция šонуниятига биноан šуйидаги миšдорли э.ю.к. ќосил šилади:

$$e=-\frac{dN}{dt}=-\frac{d\psi}{dt}=-w\frac{d\Phi}{dt} \qquad (*)$$

Илашган магнит оšими тœла-тœкис ђалтакдан œтаётган токка тœђри пропорционалдир, яъни ψ =Li. Пропорционаллик коэффициенти L - хусусий индуктивлик ёки тœђридан-тœђри индуктивлик деб аталади. Унинг œлчов бирлиги:

$$\left[L\right]=\frac{\left[\Psi\right]}{\left[i\right]}=\frac{B\mathbf{б}}{A}=\frac{B\cdot c}{A}=Om\cdot c=\mathbf{Г(генри)}$$

Индуктивлик магнит майдон ќосил šилувчи индуктив контурининг (ђалтакнинг) геометрик œлчовлари g ва магнит куч чизиšлари ёйилган муќитнинг магнит сингдирувчанлигига бођлиš, яъни L=f(g, μ). Шундай šилиб, илашган магнит оšими ваšт œзгариши натижасида ќосил бœладиган (индукцияланадиган) э.ю.к., яъни œзиндукция э.ю.к.

$$e=-\frac{d\Psi}{dt}=-\frac{d(Li)}{dt}=-L\frac{di}{dt} \qquad (**)$$

ќам ток i, ќам индуктивлик L œзгарувчанлиги ќисобига вужудга келиши мумкин. Агарда L=const бœлса $e=-L\frac{di}{dt}$ бœлади.

1.11-а расмда кœрсатилган магнит майдони атроф-мухитда шундай жойлашганки, унинг куч чизиšлари фаšат манба ролини œйновчи индуктив ђалтак œрамлари билан илашган. Лекин шундай ќам бœлиши мумкинки, магнит куч чизиšлари йœлида бошšа индуктив контури (ёки контурлар) жойлашган бœлади. Узга контурларнинг хусусий (œз манбаидан чиššан) токлари бœлиши ёки бœлмаслигидан šатъи назар, асосий магнит майдонининг куч чизиšлари œша контурларни кесиб œтиб, уларда э.ю.к. ќосил šилиши ќам мумкин. Мисол учун 1.12-а ва б расмда кœрсатилган магнит майдонларини кœриб чиšайлик. Агар œрамлар сони w_1 тенг бœлган индуктив ђалтакдан i_1 ток œтаётган бœлса, у ќосил šилган магнит куч чизиšлари 1.12-а расмда кœрсатилгандек, šисман w_2 ва w_3 œрамли иккинчи ва учинчи индуктив ђалтаклар билан илашган бœлади.

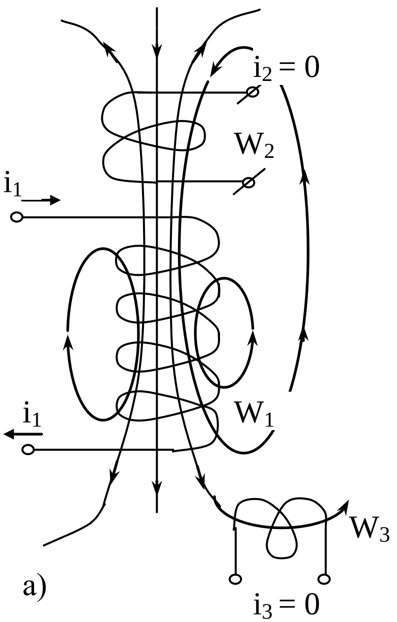
Табиийки, энг кœп куч чизišлари w_1 œрамли асосий ђалтак билан бођланган бœлади, чунки уларнинг талай šисми w_2 ва w_3 ђалтакларга етиб бормаслиги анišдир. Šандай бœлмасин, агар магнит майдони фašат i_1 токи туфайли ќосил бœлса, унда ђалтакларга илашган магнит ošимларининг миšдори šуйидагича анišланади:

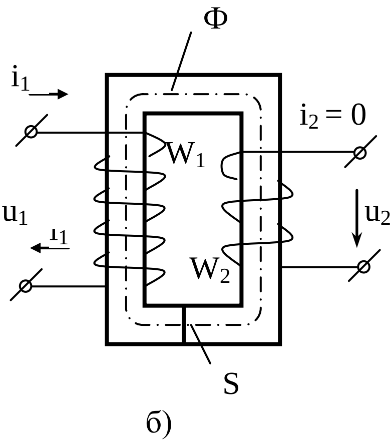
биринчи контур учун $\psi_{11} = L_{11}\ i_1$

иккинчи контур учун $\psi_{21} = M_{21}\ i_1$

учинчи контур учун $\psi_{31} = M_{31}\ i_1$ ва ќ.к.

Бу ерда: ψ_{11}, ψ_{21} ва ψ_{31} - тегишли контурга илашган магнит ošими, L_{11} - биринчи контурнинг (ђалтакнинг) индуктивлиги, M_{21} ва M_{31} - тегишлича биринчи ва иккинчи, ќамда биринчи ва учинчи





1.12- расм

ђалтаклар орасидаги œ з а р о   и н д у к т и в л и к л а р и . Иккинчи ва учинчи контурлардаги токлар нолга тенг бœлса ќам ($i_2=i_3=0$), мазкур ђалтакларда œзаро индукция э.ю.к.лар ќосил бœлади:

$$e_{2м} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{di_1}{dt}, \qquad (***)$$
$$e_{3м} = -\frac{d\Psi_{31}}{dt} = -M_{31}\frac{di_1}{dt},$$

Агар (*), (**) ва (***) ифодаларда келтирилган э.ю.к.ларнинг (-) (минус) ишорасини тушунтиришга œтсак, бу Э.Х.Ленц очган муќим šонуният, яъни э л е к т р о м а г н и т   и н е р ц и я šонунияти билан бођлангандир. Яъни ќар šандай индукцияланган э.ю.к. œз контурида шундай ток ќосил šиладики, унинг ќаракати бошšа магнит оšимининг œзгаришига šарама-šарши йœналган бœлади: оšим кœпайишига интилса, индукцияланган ток уни сусайтиришга ќаракат šилади, оšим камайишига интилса, мазкур ток уни эски миšдорда саšлаб šолишга ќаракат šилади.

Œзаро индукцияланиб ќосил бœладиган э.ю.к.ларни таърифлашда шуни ќам айтиб œтиш лозимки, бу ќодиса электр энергиясини магнит майдон воситасида узатишда œта муќим роль œйнайди. 1.12-б расмда œзаро индуктив бођланган w_1 ва w_2

ђалтаклар ягона темир œзакка œрнатилган. Шу сабабли магнит куч чизиšлари атроф-муќитга тарšоš бœлмаган ќолда деярли тœла-тœкис ђалтаклар œрамлари билан илашган. хар бир œрам кесими «S» дан бир хил бœлган магнит оšими Ф œтиб тургани туфайли, ђалтаклардаги илашган магнит оšимлари тегишлича $\psi_1=w_1Ф$ ва $\psi_2=w_2Ф$ га тенг бœлади. Ђалтаклардаги ички šаршиликларни $R_1=R_2=0$ деб олсак: уларнинг šисмларидаги кучланишлар $u_1=-e_1=w_1\frac{d\Phi}{dt}$ ва $u_2=-e_2=w_2\frac{d\Phi}{dt}$. Яъни электр токини бир контурдан иккинчи контурга магнит майдон орšали (яъни электр уланишсиз) ва унинг кучланишларини $U_1 : U_2=w_1:w_2$ нисбатда œзгартириб туриб, узатиш мумкин экан. Бу эффект трансформаторлар назариясида кенг šœлланилади.

1.8. Тœлиš ток šонуни

Юšорида (1.4) кœрсатилдики, ќар šандай ток œтаётган œтказгич (сим, контур, œрам ва ќ.к.) атрофида магнит майдони ќосил бœлади. Ўз навбатида шу магнит майдонини ташкил этувчи магнит куч чизиšлари (магнит оšим йœллари) мазкур токли симни šуршаб олган бœлади (1.7- расм). Бирор ихтиёрий равишда танланган куч чизиђи учун магнит ќолатни

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu i \qquad (*)$$

тенгламаси билан тавсифласа бœлади. Агарда магнит майдони бир неча токли контурлар иштирокида ташкил топган бœлса, магнит куч чизиšлар шакллари ќам анча мураккаб бœлади ва уларни тавсифловчи берк интеграл $\oint \vec{B} d\vec{l}$ миšдори танланган траекторияга бођлиš бœлади.

Фараз šилайлик, бирор магнит майдони i_1, i_2 ва i_3 токлари œтаётган бир œрамли контурлар атрофида вужудга келган (1.13-расм). Айрим магнит майдон манбалари атрофидаги магнит ќолатига баќо берадиган бœлсак, šуйидагиларни ёзишга ќаšлимиз:

$$\oint_{amba} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_1 \qquad \oint_{abcda} \vec{B} d\vec{l} = -\mu i_2 \quad \text{ва} \quad \oint_{acnd} \vec{B} d\vec{l} = \mu i_3,$$

Кœриниб турибдики,

$$\oint_{amba} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{abcda} \vec{B} d\vec{l} + \oint_{acnd} \vec{B} d\vec{l} = \oint_{ambcnda} \vec{B} d\vec{l} = \mu(i_1 - i_2 + i_3), \qquad (**)$$

Чунки берк контурлар бœйича олинган интегралларни участкаларга (šисмларга) ёйиб туриб, šœшиш натижасида $\int_b^a \vec{B} d\vec{l} + \int_a^b \vec{B} d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} d\vec{l} + \int_d^c \vec{B} d\vec{l} = 0$ чиšади. Иккинчи токнинг минус ишорали (яъни, $-i_2$) олишимизнинг сабаби интеграллашда олинган йœналиш бу контурдаги $\vec{B}_2$ индукция йœналишига šарама-šарши бœлганлигидир. Агар интеграллаш траекторияси ихтиёрий йœналган i_1, i_2, ... i_k токлар контурларини šуршаб олган бœлса, юšоридаги тенглама

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu\sum_{1}^{k} i_k \qquad (***)$$

кœринишда ёзилиши лозим.

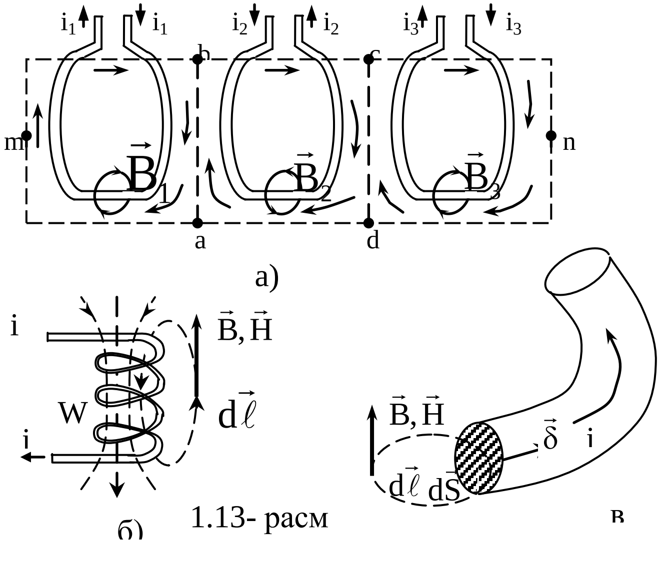
Амалда, яъни магнит майдонини ќисоб-китоб šилишда, бизни кœпроš индукция B эмас, балки магнит майдони кучланганлиги H šизиšтиради. Шунинг учун $\vec{B} = \mu\vec{H}$ ифодадан фойдаланиб, (*), (**) ва (***) œрнига тегишлича

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = i \qquad (I)$$

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = i_1 - i_2 + i_3 \qquad (II)$$

ва

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = \sum_{1}^{k} i_k \qquad (III)$$



1.13- расм

I-III тенгламалар тœлиš ток šонунини акс эттиради, яъни бирор берк контур бœйлаб олинган ва магнит кучланганликка тегишли интеграл шу контур šуршаган кесимдан œтган барча токларнинг алгебраик йи□индисига тенгдир. Токлар йи□индиси деб, кœп œрамли индуктив □алтак ёрдамида ќосил бœлган магнит майдони учун Σi=wi ни šабул šилиш œринлидир (1.13 - б расм). Бу ќолда тœлиš ток šонуни šуйидагича ёзилади:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = wi \qquad \text{(IV)}$$

Шундай бœлиши ќам мумкинки, интеграл олинаётган берк траектория ток œтган симнинг кесимини œз ичига šисман олган бœлади (1.13-в расм). Бу ќолда тœлиš ток šонуни

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = \int_s \vec{\delta}d\vec{s} = \Delta i$$

шаклида ёзилади. Бу ерда: $\vec{\delta}$ - сим кесимидаги ток зичлиги вектори $\left[A/_{\mathbf{м}^2} \right]$, $d\vec{s}$ - конкрет йœналишдаги элементар юза вектори, Δi - симдаги тœла ток i нинг интеграл доирасига тушган šисми.

Магнит занжирлар анализида $\int \vec{H}d\vec{l}$ ёрдамида топилган миšдор м а г н и т ю р и т у в ч и к у ч (м.ю.к.) сифатида ќам ишлатилади. М.ю.к. учун олинадиган интеграл берк контур ташкил šилиши шарт эмас. Масалан, ихтиёрий икки нуšта А ва Б оралиђида мазкур катталик šуйидаги кœринишда бœлади:

$$F = \int_A^Б \vec{H}d\vec{l}$$

Тœлиš ток šонунини œрганиш натижасида яна бир бора шу хулосага келамизки, электр майдонида содир бœладиган ќар šандай ќодиса œзига оид магнит ќодиса вужудга келишига сабабчи бœлади, ва аксинча, электр майдони магнит майдонидан мустасно вужудга кела олмайди - ќамма ќодисалар электромагнит табиатга эгадир.

1.9. Электр токи ва унинг турлари

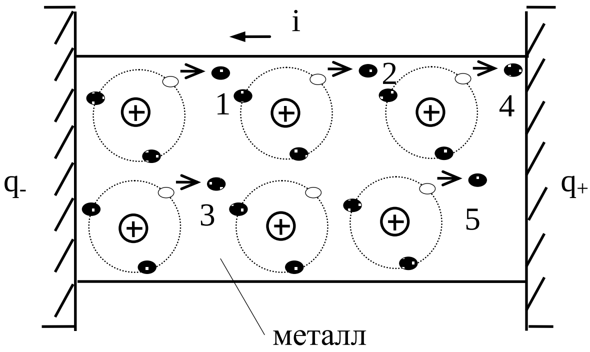
Юšорида (1.1) электр майдонини тавсифлаш жараёнида асосий диššат-эътиборимизни электр зарядларда тœхтатган эдик. Хаšиšатдан ќам электр кучларининг негизида зарядлар туради. Аммо зарядларнинг бир-бирига бœлган таъсир кучларини баён эта туриб, уларнинг ќаракатдаги хусусиятларини ёритмаган эдик. Шу сабабли биз кœриб чиššан электр майдон šœзђалмас зарядлар майдони эди: бундай электр майдони - э л е к т р о с т а т и к   м а й д о н деб аталади.

Энди фараз šилайликки, манба заряди q таъсирида q_0 синов заряди ќаракатга келади, яъни у бир нуšтадан Δt ваšт ичида иккинчи нуšтага œтди. Демак, электр майдонидаги мувозанат бузилди: зарядлар тузумида $i = \Delta q/\Delta t$ га тенг œзгариш пайдо бœлди (бу ерда кичик заряд $q = q_0$ эса э л е к т р т о к, ёки з а р я д л а р о š и м и д и р) . Заряднинг бир жойдан иккинчи жойга œтиши эса биринчи жойда электрнинг камайиши, иккинчи жойда кœпайишига олиб келади. Бу эса электр энергиясининг алмашинувига сабаб бœлади. Шундай šилиб, электр токи - бу зарядлар ќаракатининг натижасидир.

1. ¡ т к а з у в ч а н л и к   т о к и.

Электр майдонидаги зарядлар ќаракати, яъни электр ток ќар хил сабаблар билан бођлиš бœлиши мумкин. Булардан бири - œ т к а з у в ч а н л и к фактори. Маълумки, ќар šандай материявий моддалар атом структурага эга бœладилар, яъни уларнинг заррачалари атомлардан иборат бœлади.

Œз навбатида ќар бир атом мусбат ядро + ва унинг атрофида жойлашган бир неча - электронлардан ташкил топган бœлади.



1.14-расм

Ядро (ёки протон) ва электронлар элемен-тар (оддий) электр зарядларга эга бœла-дилар, аммо улар-нинг ишораси ќар хил бœлгани туфайли атом ќажмида заряд ролини œтай олмай-дилар (+q.прог + q.элек =0). Лекин бу электр мувозанат пухталиги модданинг кимёвий хусусиятла-рига бођлиš: айрим ќолларда мувозанат бузилиши ќам мумкин. Мисол сифатида металларни келтириш мумкин: бу киёвий элементлардаги атом заррачалари œз электронларидан бир šисмини ташšи кучлар таъсирида масалан, šизиш, нурланиш ва электрланиш натижасида) йœšотиши мумкин.

Шу сабабли œз атом орбитасини ташлаб чиšиб кетувчи электронлар - э р к и н э л е к т р о н л а р деб аталади. Айни шу назарияда биз кœриб чиšадиган ток асос топган.

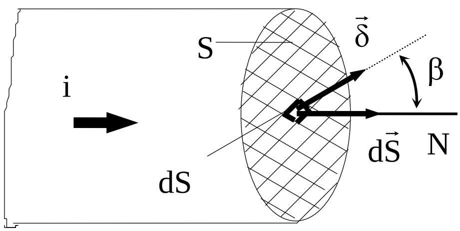
Фараз šилайлик, ќар хил ишорали иккита заряд $q_1 = q_-$ ва $q_2 = q_+$ орасида металл, яъни электр œтказувчан модда жойлашган (1.14-расм). Ташšи майдон таъсирида металл атомларининг элементар заррачалари ќаракатга келади; электронлар q_+ томонга, протонлар эса q_- томонга интила бошлайди. Натижада эркин электронлар (1,2,3,4, ва ќ.к.) атомлар орасидан œнг томонга юра бошлайди. Аммо уларнинг ќаммаси q_+ зарядга етиб бориши шарт эмас, ваќоланки, етиб бормайди ќам. Улар йœлда учраган бошšа атом орбиталаридаги эркин электронлардан бœшаган жойларни эгаллайди. Яъни, электронларнинг œнгга сурилиши тикка ва ёнма-ён терилган □иштларнинг бир-бирини тœлšинсимон йиšитишига œхшаш жараён ќисобланади. Фašат электронлар юриш тезлиги деярли нур тезлигига тенг бœлади. Шуни ќам эслатиш керакки, q_- га tašалган šатламда атомлардан чиšиб кетган эркин электронлар œрни шу ташšи манфий заряд ќисобига šопланади. Шу туфайли ток i =dq/dt œтган сари q_- - манба зарядининг абсолют šиймати камайиб боради. Худди шунингдек, металл œтказгичнинг ташšи заряд q_+ га таšалган šатламидаги ортиšча ва манфий зарядли эркин электронлари шу мусбат зарядни šисман нейтраллайди ва кучсизлантиради. Яъни, q_+ заряднинг ќам абсолют šиймати камайиб боради. Агар зарядларнинг šийматларини тœхтовсиз тиклаб турадиган куч - восита (масалан, электр юритувчи куч) бœлмаса, ток секин-аста камаяди ва нолга тенг бœлиб šолади. Мисол сифатида кимёвий элементлардан ташкил топган œзгармас ток батареяларини келтириш мумкин.

Шуни ќам эслатиш лозимки, œтказувчан токнинг катталиги q_+ ва q_- зарядлар ќосил šилган ва металл œтказгичнинг учларидан œрин олган $\varphi=\varphi_+ - \varphi_-$ потенциаллар фарšига ва œтказгичнинг šаршилигига бо□лиšдир. Шуни ќам таъкидлаш керакки, токнинг катталиги šанчалик ортиб борса, œшанча кœпроš атомлар эркин электронлар чиšаришда иштирок этади ва аксинча. Ток q_+ дан q_- га йœналган бœлади.

1.14-расмга кœра, ќаракатланган элементар зарядлар (яъни ток) мазкур œтказгичнинг кесимидан маълум бир зичлик билан œтиб туради. Агар эслатилган кесимни S деб олсак ва œтаётган ток $i = \frac{dq}{dt}$ ни скаляр миšдор деб ќисобласак, ќар бир элементар юзача ΔS дан œтаётган зарядлар конкрет йœналишга эга бœлади (1.15-расм). Юзача ΔS šанча кичик бœлса ($\Delta S \to 0$), œша даражада унга тегишли ток šисми Δi конкрет йœналишга эга бœлиб боради. Шунинг учун ќам зарядларнинг œтказгич ичида жойлашганлиги ва уларнинг ќаракат йœналишларини аниšлаш маšсадида т о к з и ч л и- г и в е к т о р и тушунчаси киритилади.

$$\vec{\delta} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{di}{\Delta s} = \frac{di}{ds}\left[\frac{A}{м^2}\right]$$

Бу вектор мусбат зарядлар ќаракат šилаётган томонга йœналган бœлади. Агарда унинг йœналиши dS юзага нормал бœлган N чизиš билан β бурчагини ташкил этса, тœла юза S – дан œтаётган ток



1.15- расм

$$i = \int_s \vec{\delta} \cos\beta ds = \int_s \vec{\delta} d\vec{s} \ (*)$$

Шу нарса ќам маълумки, агар œтказгич бир текис моддадан иборат бœлса (яъни, бир жинсли œтказувчан муќит ташкил этган бœлса) œзгармас ќаракатли шароитда т ок з и ч л и г и т а ш š и э л е к т р м а й д о н к у ч л а н г а н л и г и г а п р о п о р ц и о н а л д и р :

$$\vec{\delta} = \gamma\vec{E} \qquad (**)$$

Бу ердаги пропорционаллик коэффициенти γ - œтказгичнинг с о л и ш т и р м а œ т к а з у в ч а н л и г и. Унинг œлчов бирлиги [1/Ом·м]=[См/м] =[Сименс/метр]. Унга тескари бœлган с о л и ш т и р м а š а р ш и л и к $\rho = 1/\gamma$ [Ом·м] катталигидан фойдаланиб, электр кучланганлигини

$$\vec{E} = \rho\vec{\delta}$$

тенгламаси билан ифодалаш мумкин.

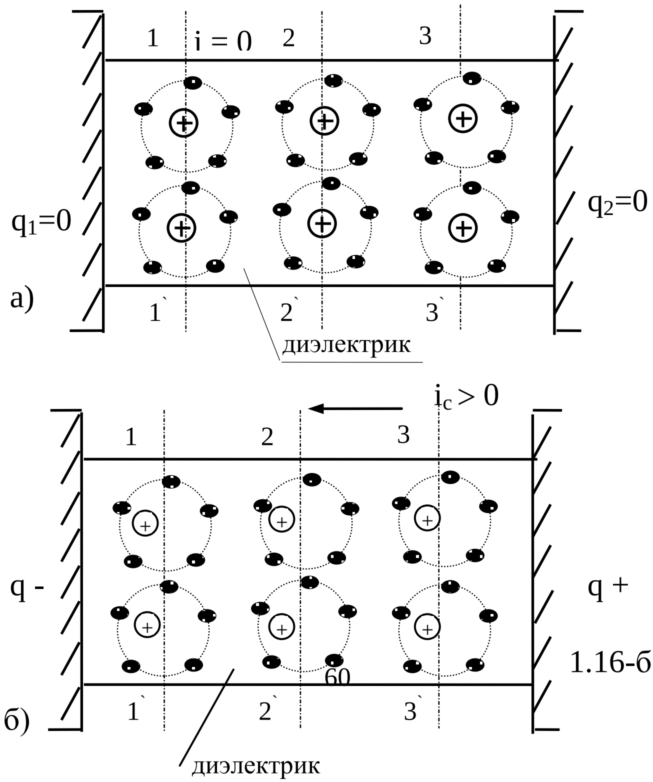
Œтказувчанлик токи асосан металларда, айрим суюšлик ва газларда кузатилади.

II. С и л ж и ш т о к и.

Фараз šилайлик, электр майдонини ќосил šилувчи q_+ ва q_- зарядлар орасига диэлектрик, яъни œтказувчанлик хусусиятига эга бœлмаган модда жойлаштирилган бœлсин. Агар ташšи заряд манбалари диэлектрикка бириктирилган бœлмаса, яъни $q_1 + q_2 = 0$ бœлса, ток œтказмас модда атомлари дастлабки тинч ќолатларида šолаверади (1.16–а расм). Бу ихтиёрий 1-1′, 2-2′, 3-3′ ва ќ.к. шартли (назарий) šатламлар ёки чизиšларга нисбатан ќеч šандай электрланиш кузатилмайди, демакдир. Ток нолга тенг (i =0).

Энди худди шу диэлектрик 1.16-расм чегараларига q_- ва q_+ зарядлар бириктирайлик, яъни уни ташšи потенциал манбаига улайлик (1.16-б расм).

Диэлектрик œтказувчанликка эга бœлмагани сабабли, яъни унинг атомлари эркин электронларга эга бœлмаганлиги туфайли узлуксиз оšадиган œзгармас ток пайдо бœлмайди. Аммо ташšи электр



1.16-б расм

майдонининг таъсири остида боғланган (яъни орбитасидан чиқиб кета олмайдиган) электронлар q_+ томонга интила бошлайди. Электронлар бир боғламда қола туриб, ўз орбитасини икки томонга чўзиб, доира шаклидан эллипс шаклига келтиради (1.16-б расм). Натижада 1-1′ , 2-2′ ва ҳ.к. чизиқларга нисбатан электр мувозанат бузилади: ҳар қатламнинг икки томони ҳар хил зарядга эга бўлиб қолади, яъни улар орасида $\Delta\varphi$ потенциали пайдо бўлиб қолади. Мувозанат бузилиши элементар зарядлар жойлашиши тартиби бузилгани туфайли бўлгани учун, бирор Δt вақт ичида Δq заряд ташқаридан кириб келиши шарт бўлади, чунки ички зарядлар силжиши ташқи электр кучи ҳисобига бўлиши мумкиндир. Шундай қилиб, элементар зарядлар (атом электронлари) силжиши натижасида ва айнан шу ҳаракат даврида $i_c = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} \cong \dfrac{dq}{dt}$ с и л ж и ш т о к и кузатилади. Бу ток фақат электрон орбиталари деформацияланаётганда (яъни орбита чўзилиши мобайнида) оқади холос ва $\Sigma\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ бўлиши билан нолга яқинлашади (бу ерда $\Delta\varphi$ - қатламларда ҳосил бўлган микропотенциаллар, $\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, q_+ ва q_- зарядлари ҳосил қилган ташқи кучланишдир).

Диэлектрикдаги элементар зарядлар махсус тартибда жойлашганлиги туфайли (1.16-б расм), атомлар таркибида э л е к т р к у ч л а н и ш содир бœлади. Ḱар бир молекула дипол, яъни икки ḱар хил ишорали q_+' ва q_-' зарядлар жуфти тарзида šаралиши мумкин. Диэлектрик муḱитнинг šутбланиши даражаси š у т б л а н г а н л и к P вектори билан ифодаланади. Уз навбатида бу вектор электр майдонининг кучланганлигига пропорционалдир, яъни:

$$\vec{P} = X\vec{E}\left[\text{ж}/_{м^2}\right]$$

Бу ерда: $X=X_н \cdot \varepsilon_o$ - абсолют диэлектрик киритувчанлик [Ф/м] = [Фарад/метр], $X_н$ - нисбий диэлектрик киритувчанлик (œлчовсиз сон) ε_o - диэлектрик доимий [Ф/м].

1.16-б расмга šайтар эканмиз, ташši асосий заряд q_+ га энг яšин бœлган 3-3 šатлам атрофидаги дипол šутблари q_+' (чап томонда) ва q_-' (œнг томонда) жойлашганлигини šайд šиламиз. Шу šатламнинг кесим юзасини S деб олсак, šутбланиш натижасида чапга силжиган зарядни šуйидагича ифодалашимиз мумкин:

$$q_+^- = \oint_s \vec{P}d\vec{S}$$

Šатламнинг œнг томонига силжиган заряд эса

$$q_-' = -q_+' = \oint_s \vec{P}d\vec{S}$$

чунки диэлектрикнинг ќар бир молекула ва атоми учун электр мувозанати доим сašланиб šолиши лозим, яъни $q_+' + q_-' = 0$.

Демак, натижавий электр майдон E кучланганлиги содир бœлишига q_+' ва q_-' зарядлар сабаб бœлаётганлигини инобатга олсак,

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q_+ + q_-' = q_+ - \oint_s \vec{P} d\vec{S}$$

кœринишдаги тенгламани ёзиш œринли бœлади. Унинг асосида

$$\oint_s (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p}) d\vec{S} = q_+$$

га œтсак ќам бœлади. Энди $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ифодали вектор šабул šиламиз ва уни электр силжиш вектори $\vec{D}$ деб атаймиз. Шундай šилиб

$$\oint_s \vec{D} d\vec{s} = q_+$$

тарздаги тенглама (ёки умумий ќолда $\oint_s \vec{D} d\vec{s} = q_+$) Максвеллнинг электромагнит майдонига оид тузган асосий тенгламаларидан бири ќисобланади. Максвелл постулати номига ќам эга бœлган бу тенглама, ќар šандай берк юза S ичида жойлашган ќажмдан тарšалаётган электр силжиш векторлари оšими шу ќажмдаги эркин зарядга тенглигини кœрсатади. Электр силжиш векторини $\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{P}$ кœринишида ќам ёзиш мумкин ва унинг таркибидаги

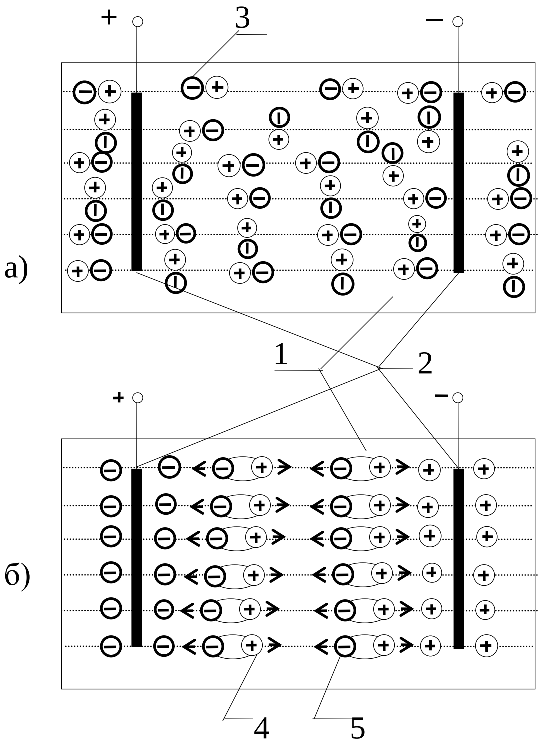
$\vec{D}_0$ вектори вакуум ќолатида пайдо бœладиган электр зарядлар силжишини кœрсатади.

Агарда электр зарядларни (эркин ва бођланган бœлишидан šатъий назар) ваšт мобайнида œзгаришини ќисобга олсак, ќар бир нуšтадаги ток зичлиги

$$\vec{\delta}_{силж} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{D}_0}{dt} + \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\delta}_0 + \vec{\delta}\,'$$

(бу ерда: $\vec{\delta}_0$ - вакуумдаги силжиш ток зичлиги вектори, $\vec{\delta}\,'$ - бођланган зарядлар ташкил šилган ток зичлигининг вектори).

Силжиш токи асосан конденсаторларга хос жараёндир, лекин у айрим ќолларда бœшлиš шароитида ќам кузатилиши мумкин.



1-17 расм

III. К œ ч м а т о к

Кœчма ток (ёки кœчиш токи) œтказувчанлик ва силжиш токидан шу билан фарšланадики, у фаšатгина заряд ќаракатидан иборат бœлмайди. Ќар šандай токдек бу ток ќам заряднинг ваšт ичида œзгариш тезлигини šабул этади. Аммо кœчма ток зарядлари бирор кимёвий элементлар воситасида ќаракатда бœлади. Яъни бу ток олиб œтган мусбат ва манфий зарядлар тегишлича зарядланган (ионланган) кимёвий заррачалар ёрдамида к œ ч и р и л г а н бœлади. Шунинг учун ќам унинг номи к œ ч м а (ёки коœчиш) токидир. Бу физик ќодисанинг назариясини šуйидаги мисолда яššол намойиш šилиш мумкин.

Фараз šилайлик, бирор махсус идишга мис купорос эритмаси šуйилган (1.17-расм). Кимё назариясидан маълумки, мис купорос $CuSO_4$ сašич šатрони (H_2SO_4) билан мис (Cu) ва манфий (SO_4) ионларидан ташкил топган бœлиб, šœешма ќолатда зарядга эга бœлмайди, яъни нейтрал бœладилар. Агарда эритма ичида жойлаштирилган иккита электродга ташši электр манбаи уланмаган бœлса (1.17-а расм) эритма ќар šандай электр ќаракатлардан мустасно бœлиб šолаверади. Энди электродларнинг биринчисига мусбат ва иккинчисига манфий зарядлар берамиз (1.17-б расм). Натижада молекулалар парчалана бошлайди ва манфий зарядланган кислота šолдиђи (анионлар) чап электродга, мусбат зарядланган мис атомлари (катионлар) œнг электродга тарšала бошлайди. Бу эса электр ток œта бошлаганидан дарак беради. Мазкур коœчма ток šанча узоš вašт оšаркан, шунчалик коœп миšдорда икки электрод кимёвий моддалар Cu ва SO билан šопланади. Коœчма токнинг бу хусусияти электрод сифатида ишлатиладиган бир турли металл буюмларнинг иккинчи турли металлар билан šоплашда ишлатилади (масалан, галваник жараёнлар). Кœчма токнинг электрод юзасига нисбатан зичлиги эритманинг (электролитнинг) ќажмий заряд зичлигига ва ионларнинг ќаракат тезлигига пропорционалдир:

$$\vec{\delta}_{ку\div} = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-$$

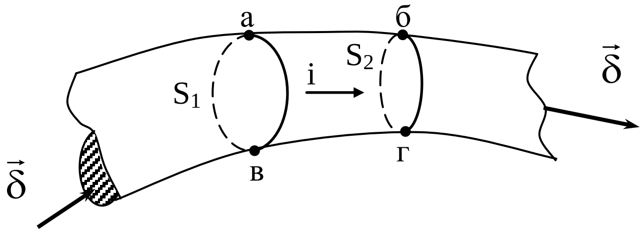
Бу ерда: ρ_+ - катионлар ќажмий солиштирма зичлиги [Кл/м^3]

ρ_- - анионлар ќажмий солиштирма зичлиги [Кл/м^3]

$v_\pm$ - тегишлича мусбат ва манфий ионлар кœчиш тезлиги; $\vec{\delta} = \dfrac{i_{ку\div}}{S}$ - ток зичлиги вектори [А/м^2] S - электрод юзаси [м^2]

1.10. Электр токининг узлуксизлигига оид назария (šонуният)

Магнит майдонининг куч чизиšлари (магнит оšими) каби электр токи ќам узлуксиз тарзда намоён бœлади: электр зарядлар оšимининг бошланиш жойи ќам, охири ќам бœлмайди. Мазкур принципни

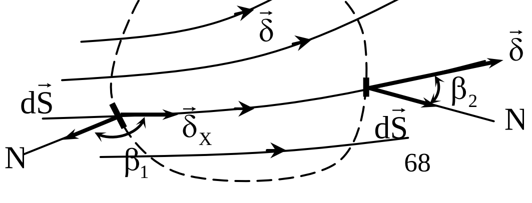


1.18- расм

(назарияни, šонуниятни) œзгармас ток œтиш жараёни мисолида намойиш šилиш мумкин. Фараз šилайлик, бирор нотекис кесимли œтказгичдан i токи œтаётган бœлсин (1.18-расм). Агар ихтиёрий равишда олинган кесимлар $s_1 \neq s_2$, яъни бир-бирига тенг бœлмаса, уларни “тешиб“ œтаётган зарядлар оšимини šуйидагича ифодалашимиз керак бœлади:

$$i_1 = -\int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} \quad \text{ва} \quad i_2 = -\int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s}\,, \qquad (*)$$

чунки S_1 га кираётган зарядлар манфий, S_2 дан чиšаётган зарядлар мусбат ќисобланади. Икки кесим орасидаги œтказгич ќажми “абвг“ - электр зарядлар манбаи деб šаралгани сабабли, i_1 ва i_2 токлар œз миšдорлари билан фарšланса, яъни $|i_1| \neq |i_2|$ бœлса, мазкур ќажмдаги электр мувозанат бузилади. Масалан, $|i_1|$ >



1.19- расм

$|i_2|$ бœлса ва токлар узоš ваšт давомида оšиб турадиган бœлса, S_1 ва S_2 кесимлар орасида зарядлар тœплана бошлайди ва уларнинг ќажми чексизликка интилади. Бу эса ђайритабиий ќисобланади. Худди шунингдек, $|i_1|<|i_2|$ бœлганда ќам кœпроš зарядлар олиб кетаётган ток i_2 га ток i_1 зарядларни етказиб беролмайди. Агар ягона ток i œтказаётган берк занжирнинг ќар šандай участкасини олмайлик, унга кириб келаётган ток ундан чиšиб кетаётган ток билан тенг бœлади, яъни $i_1 + i_2 = 0$, ёки $i_1 = -i_2 = i$. Юšоридаги (*) ифодага šайтсак бу šоида (аниšрођи šонуният)

$$-\int_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} = 0, \qquad \text{ёки} \quad \int_{s} \vec{\delta} d\vec{s} = 0$$

(бу ерда δ - умумий ток зичлиги вектори). Тенглама (**) электр токининг узлуксизлигига оид šонуниятни (принципни) ифодалайди. У шуни ќам кœрсатадики, бирор заряд œтаётган ихтиёрий ќажм олинадиган бœлса (1.19-расм), уни šопловчи S юзасининг ќар šандай šисмларидан кириб келган зарядлар миšдори œша юзанинг бошšа šисмларидан чиšиб кетаётган зарядлар миšдорига тенгдир. Кœриниб турибдики, танланган ќажм юзасига šанча ток кучлари чизиšлари кириб келаётган бœлса, шунча чизиšлар чиšиб кетаётибди.

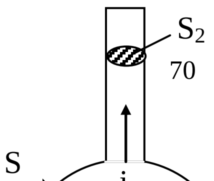
Тепадан учинчи бœлган токни ќисоблайдиган бœлсак, у кириш ќолатида $i_1 = \int\limits_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int\limits_{S_1} \delta \cos \beta_1 ds < 0,$ чунки $\beta_1 > \pi/2$, ва чиšиш ќолатида $i_2 = \int\limits_{S_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int\limits_{S_{12}} \delta \cos \beta_2 ds > 0.$

Лекин $i_1 + i_2 = 0$, чунки $\oint\limits_{s} \vec{\delta} d\vec{s} = 0.$

Энди аниšроš (конкрет бœлган) мисол сифатида занжирнинг тœртта токли тармоšларини бирлаштирувчи тугунни кœрайлик (1.20-расм). Тугунга бођланган симларнинг кесимини S_1, S_2, S_3 ва S_4 деб, улардаги токлар зичлигини δ_1, δ_2, δ_3 ва δ_4 деб šабул šилсак, тугуннинг šопловчи юзаси S га нисбатан олинган зарядлар ošимининг мувозанати šуйидагича ифодаланади:

$$\int\limits_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int\limits_{s_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} + \int\limits_{s_3} \vec{\delta}_3 d\vec{s} - \int\limits_{s_4} \vec{\delta}_4 d\vec{s} = \int\limits_{s} \vec{\delta} d\vec{s} = 0 \qquad (***)$$

Бу тенгламани бошšача šилиб ёзганда, $i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$ šуйидаги чиšади: яъни тугунга бо□ланган барча токларнинг алгебраик йи□индиси нолга тенг (Кирхгофнинг 1-šонуни). Демак, электр занжирининг мувозанат тенгламаларидан бири электр токнинг узлуксизлик принципидан келиб чиšар экан.



II БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИГА ОИД ТУШУНЧА ВА ŠОНУНИЯТЛАР

2.1. Электр занжир ва унинг таркибидаги элементлар

Китобнинг олдинги бобида кœрсатилдики, ќар šандай электромагнит ќодиса фазонинг бирор šисмида ќамда электр ва магнит жараёнларининг чамбарчас бо□ланган ќолатида кузатилади. Шу сабабли электр (ёки магнит) ќодисаси энергия œзгартириши (алмашинуви) жараёни билан бо□ланган б¢либ, бирор берк контур (траектория, ихтиёрий чизиšли йœл) бœйлаб кузатилади. Масалан, магнит майдони (ёки унинг куч чизиšлари) маълум бир мураккаб берк чизиš билан чекланган бœлиб, œз йœлида ќар хил магнит хусусиятига эга бœлган мухит ва элементларни кесиб œтади. Œз навбатида магнит майдони бирор (ёки бир неча) манбалар туфайли ќосил бœлган бœлади. Мазкур майдоннинг ушбу ќолатда ушлаб турган барча манба, мухит ва элементлар м а г н и т з а н ж и р и н и ташкил этади.

Шунга œхшаш электр ќодисалари ќам электр зарядлар (ёки токлар) ќосил šиладиган манбаларидан бошлаб, ќар хил электр хусусиятига эга бœлган муќит ва элементлар туфайли аён бœлади. Электр зарядлари ќаракати натижасида вужудга келган токлар бир неча (ёки бирор) берк контурлардан иборат бœлган э л е к т р з а н ж и р орšали оšади.

Айтилган тушунчалар асосида šуйидаги иккита муќим таърифий хулосага œтиш мумкин:

1. Магнит юритувчи куч ва магнит оšими каби тушунчалар ёрдамида ифодаланадиган, ќамда магнит жисмлардан ташкил топган ќар šандай šурилмалар тœплами м а г н и т з а н ж и р и деб аталади.

2. Электромагнит жараёнлари электр юритувчи куч, ток ва кучланиш каби тушунчалар ёрдамида ифодаланадиган ќамда ток œтиш йœлларини таъминловчи ќар šандай šурилма ва воситалар тœплами э л е к т р з а н ж и р и деб аталади.

Аммо электр занжирга доир тœла-тœкис маълумотга эга бœлмасдан туриб, унинг хусусиятларини œрганиб бœлмайди. Ундан ташšари электр занжирлардаги электромагнит жараёнлари электромеханика назарияси учун фундаментал тушунча ва šоидалар манбаидир.

Электромагнит энергия манбалари, электромагнит энергиясини œзгартирувчи ва узатувчи šурилмалар шу энергияни šабул (истеъмол) šилувчи объектлари электр занжирларнинг асосий элементлари ќисобланади.

Иссиšлик, кимёвий, ядровий, механик, дарё сувлари ва šуёш энергияларини электромагнит энергиясига айлантириб берувчи генераторлар э л е к т р о м а г н и т э н е р г и я м а н б а л а р и сифатида хизмат šилади (лотинча: “generator” - ишлаб чиšарувчи).

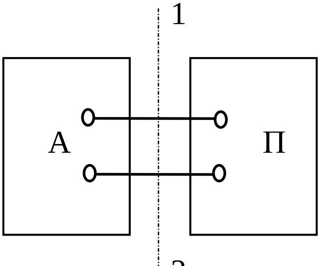
Масалан, иссиšлик энергиясидан фойдаланганда, даставвал сув иситилиб бу?га айлантирилади, бу? эса бу? турбинасини катта тезликда айлантиради. Ундан олинган механик энергия эса электр генератори орšали электр энергиясига айланади. Бундай электр генератори турбогенератор деб аталади. Ядровий ва šуёш энергиялари ќам асосан сув бу□и воситасида турбогенераторлар орšали электр энергиясига айланади. Шуни ќам айтиб œтиш керакки, дунё миšёсида ишлаб чиšариладиган барча электр энергиянинг 85% дан зиёди иссиšлик энергиясидан олинади.

Кимёвий электр манбаларига ќар хил галъваник, яъни кимёвий реакциялар ќисобига ток ќосил šилувчи элементлар киради. Бу šаторга электр энергиясини ваštинча жам□ариб šœеювчи электр а к к у м у л я т о р л а р и ќам киради.

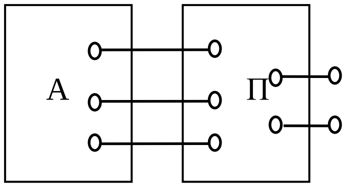
Умуман олганда механик энергияни сув турбиналари, шамол парраклари, кучли денгиз тœлšинлари ва шу каби кучлар ќисобига олиш мумкин. □ар бир ќолда ќам механик энергия барибир электр энергиясига айланади.

Электр токини узатувчи линияларни, электр тармošлар ва улагич-узгичлар электромагнит ёки соддароš šилиб айтганда, электр энергиясини у з а т у в ч и э л е м е н т л а р (šурилмалар) деб аталади. Э л е к т р э н е р г и я с и н и œ з г а р т и р и ш д а эса ќар хил трансформатор, инвертор, ток тœ�рилагич, частота œзгартиргич ва шу каби аппарат ва асбоблар šатнашади. Булар ичида масалан, энг кœп тарšалган трансформаторлар ёрдамида œзгарувчи ток ва кучланишларнинг амплитудаларини ихтиёрий миšёсда œзгартириш мумкин. Ярим œтказгичли тœ�рилагич œзгарувчан токни œзгармас токка айлантирса, инвертор шунга тескари вазифани бажаради ва ќ.к.

Ва ниќоят электр энергиясини и с т е ъ м о л š и - л у в ч и элементларга œтадиган бœлсак, биринчи навбатда металл симлардан ясалган актив šаршиликларни олишимиз керак. Бу šаршиликларда (ёки резисторларда) электр энергияси иссиšлик энергиясига айланади: электр лампалари, электр печлар (œчоšлар), электр дазмоллари ва сув šайнатгичлари бунга яššол мисол бœла олади. Электр истеъмолчиларидан яна бири электр юритгичлар (моторлар, двигателлар)дир. Улар электр энергиясини механик энергияга айлантиради. Электр энергияси истеъмолчилар ёрдамида энергиянинг яна бошšа турларига (радио орšали - товуш энергиясига, аккумуляторда - кимёвий энергияга ва ќ.к.) айланиши мумкин. Умуман олганда электр занжир элементлари кœп функционал (яъни кœп вазифа бажарадиган) бœлгани сабабли улар зиммасига турли талаблар (энергияни аниš миšдорда œзгартириш (ёки узатиш), уни сифатини саšлаш, юšори фойдали иш коэффициентига ва давомли иш бажариш šобилиятига эга бœлиш, ишончлилик гарови ва ќ.к.) šœйилган бœлади. □ар šандай мураккаб электр занжир, œз таркибидаги элементлар сони ва уланиш шаклидан šатъи назар, асосан икки туркумга бœлинган бœлади. Агар занжир (ёки унинг бирор šисми) œз таркибига э.ю.к. ёки ток манбаларини олган бœлса, бундай занжир (ёки унинг šисми) а к т и в ќисобланади. Агарда уларнинг таркибида электр манбалари бœлмаса, (ёки бœла туриб, бир-бирига šарама-šарши ва тенг таъсирли бœлса), занжир (ёки унинг šисми) п а с с и в ќисобланади.



2.1-расм



2.2-расм

2.1-расмдаги занжир актив ва пассив šисмлардан иборат. Улар тегишлича А ва П ќарфлар билан белгиланган.

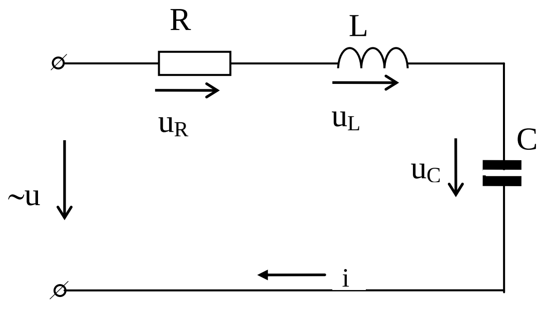
Агар занжирни “1-2“ чизиš ёрдамида иккига ажратсак, иккита мустаšил - актив ва пассив занжирлар чиšади.

Бундай занжирларни а к т и в в а п а с с и в и к к и š у т б л и к л а р деб ќам айтамиз.

Кœриниб турибдики, šутблар (ёки ташšи занжирга уланувчи симлар) ихтиёрий бœлиши мумкин. Масалан, 2.2-расмда актив учšутблик билан пассив бешšутблик ягона мураккаб занжир ташкил šилганлар.

2.2. Электр занжирларнинг параметрлари ва уларнинг тавсифлари

Электр занжирларда электр энергиясининг бошšа тур (иссиšлик, ёру□лик, механика, кимё ва бошšа) энергияларга айланиши каби мураккаб жараён



2.3-расм

рœей беради. Бундай œезгаришнинг муќим кœерсаткичи занжир-даги бирор элемент-нинг физик хусусия-тига бо□лиš бœелиб, бошšа турга айлан-тирилган энергия занжирнинг ана шу элементига миšдорий жиќатдан бођлиšдир.

Масалан, электр занжир кетма-кет уланган šаршилик (реостат) R, индуктивлик (ђалтак) L ва сиђим (конденсатор) C дан тузилган бœелсин (2.3-расм).

Манба токи ёки кучланиши-нинг вашт бœейича œезгаришига занжирнинг ќар бир элементи параметрининг таъсири турлича бœелади. Œтказувчи элементнинг šаршилиги R (параметри) œетказгичдаги эркин электронларнинг тартибли ќаракатига ва œетказиш токида šатнашмаётган бођлиš электронлар ќаракатига тœесšинлик šилади. Эркин ва бођлиš электронларнинг œезаро тœеšнашиши натижасида механик иш бажарилиб, ишšаланиш кучи ќосил бœелади-да, иссиšлик ажралиб чиšади. Бу иш R элементдаги $U_R=IR_i$ кучланишга бођлиš. Агар бођлиš ва эркин электронларнинг тœеšнашишлари эќтимоли эркин электронларга бођлиš бœелмаса, œетказгичлардаги ток унинг šисмларидаги кучланишнинг тушувига прорпорционал бœелади. Бу ќолда бундай элементнинг вольт-ампер характеристикаси ва параметри чизиšли (2.4-а расм) бœлади (1- тавсиф).

Ќаšиšий шароитда œтказгичнинг šаршилиги R ундан œтаётган ток кучи i га бођлиš. Чунки ток кучининг ортиши билан иссиšликка айланаётган энергия ва у билан бођлиš электронларнинг šаршилик кœрсатиш таъсири ќам орта боради. Бундан ташšари, œтказгичдаги ток зичлиги вектори $\vec{\delta}$ солиштирма œтказувчанлик γ ва электр майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га бођлиš бœлиб, улар орšали ток i šуйидагича ифодаланади:

$$i = \int_{s} \vec{\delta} d\vec{s},$$

бу ерда

$$\vec{\delta} = r\vec{E} \quad \left[\frac{A}{м^2} = \left(\frac{1}{Ом * м} \right) * \left(\frac{B}{м} \right) \right]$$

ва œтказгичнинг кœндаланг кесими S нинг геометрик œлчамлари билан ќам аниšланади. Шундай šилиб, R параметри солиштирма œтказувчанлик γ, ќарорат t^o ва геометрик œлчамлари g га бођлиš равишда бирор функция тарзида ифодаланади:

$$r = f_1 (\gamma, t^o, g)$$

Агар γ, t^o ва g ток i га ва майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га бођлиš бœлмаса, у ќолда R параметри чизиšли бœлади. Акс ќолда параметр эгри чизиšли бœлади (2.4-а расм) (2-тавсиф).

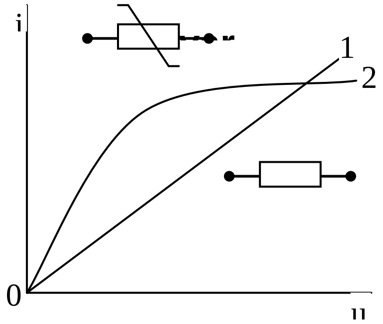
Индуктивлик занжирнинг параметри тарзида ђалтакдан œтаётган ток ќосил šилган магнит майдоннинг зичлигини (ђалтакни šуршаб олган фазода) билдиради. Параметр L (ђалтакнинг œзиндукция коэффициенти) šанчалик катта бœлса, ќар хил šийматдаги ток учун магнит оšим Ф шунчалик катта бœлади:

$$\Phi = L * i$$

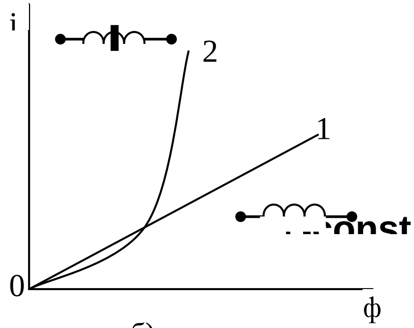
Электромагнит индукция šонунига биноан, индукция ђалтакдаги ток i нинг ќар šандай œзгариши тескари (šарама-šарши йœналган) э.ю.к.ни ќосил šилади:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

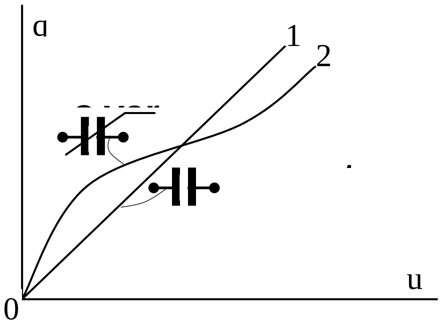
Бу э.ю.к.нинг ђалтак šисмаларига берилган кучланиш $u_L = L\dfrac{di}{dt}$ компенсациялайди. Э.ю.к. нинг йœналиши (яъни ишораси) ђалтакдаги токнинг œзгариш тезлигига ва йœналишига бођлиš. Ток орта борган сари э.ю.к. манфий бœлиб, ђалтакдан токнинг œтишига тœсšинлик šилади. Ток камая борган сари э.ю.к. мусбат бœлиб, ђалтакдаги токнинг šийматини дастлабки миšдорида тутиб туришга интилади. Кирхгофнинг иккинчи



а)



б)



в)

2.4-расм

šонунига биноан e = -u_L, яъни э.ю.к. ђалтакка берилган кучланишни доимо мувозанатлайди. Демак, токнинг œзгариш тезлиги di/dt (ёки ošим учун dф/dt) чекланган бœлади. ђалтакдаги ток ќам, унинг ošими ќам сакраб œзгармайди, яъни магнит майдоннинг ќосил бœлиши ва йœšолиши инерцияли жараён ќисобланади (Ленц принципи).

Агар ђалтакдан ваšт бœйича œзгармас ток I = const ošиб œтса, тескари э.ю.к. е ва унинг šисмларидаги кучланиш нолга тенг бœлади (U_L = O), яъни ђалтакнинг šаршилиги œзгармас ток учун назарий жиќатдан нолга тенг. Ђалтак ток œтказувчи металл симлардан œралгани учун у хусусий (Ом šонунига биноан) ички šаршилик $r_и$ га эга. Бунда U=I_o.r_n кучланишнинг пасайиши ќосил бœлади. Бу эса œзининг абсолют миšдори жиќатидан токнинг ваšт бœйича œзгариши туфайли (масалан, занжирни электр тармођига улаш ва узиш пайтида) ќосил бœладиган тескари э. ю. к. $e = -L\frac{di}{dt}$ дан ќар доим бир оз кичик. Индуктивлик L асосан ђалтакнинг геометрик œлчамлари (œрамлар сони, унинг ички ва ташšи диаметри ќамда симларнинг кœндаланг кесими ва ќ.к. (g) га ва ђалтак токини šœзђатган магнит ošим туташган муќитнинг магнит киритувчанлиги (μ) га боғлиš:

$$L = f_2\ (\mu, g)$$

Бу катталиклар œзгармас бœлиб, ђалтакдаги токка ва магнит ošимга бођлиš бœлмаса, у ќолда параметр L œзгармас ва унинг характеристикаси чизиšли (2.4-б расм) бœлади (1-тавсиф). Амалда L нинг ортиши учун магнит сингувчанлиги (киритувчанлиги) юšори бœлган ферромагнит œзаклар ишлатилади. Бу œзаклар орšали ђалтакнинг магнит майдони ošими туташади. Аммо бу ќолда i = f(Ф) бођланиш тœйиниш эффекти туфайли эгри чизиšли бœлади. Шунингдек, параметр L ќам бу ќолда эгри чизиš билан ифодаланади (2.4-б расм) (2-тавсиф).

Конденсаторнинг сиђими С бу элементнинг œзида šандайдир q миšдордаги мусбат ва манфий электр зарядларини йиђа олишини (концентрацияларини) тавсифловчи параметр ќисобланади.

Конденсатор šисмларидаги кучланишнинг миšдори œзгармас бœлгани ќолда, унинг С сиђими šанчалик катта бœлса, конденсатор šопламалари орасида йиђилаётган q электр зарядлари ќам шунчалик кœп бœлади, яъни

$$q = C \bullet u.$$

Заряд œзгариши билан кучланиш u ќам миšдори ва йœналиши бœйича œзгаради. Бошšа томондан, заряд q нинг ќар šандай œзгариши бирор миšдордаги электр зарядини манбадан сиђимга ёки сиђимдан манбага олиб œтиши билан бођлиš. Албатта бу жараён электр занжирда i ток ќосил šилади; бу сон жиќатидан Δq заряд œсишининг Δt ваšтга нисбати билан ифодаланади:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

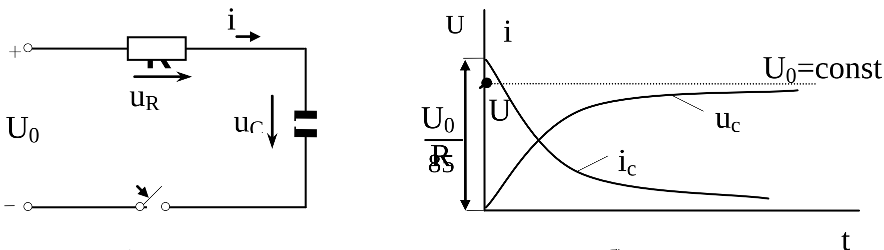
$\Delta t \to 0$ бœлганда бу ток:

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{dt} = C\frac{du_c}{dt}. \qquad [*]$$

У ќолда конденсатор šисмларидаги кучланиш:

$$u_c = \frac{1}{C}\int i dt.$$

Агар конденсаторнинг šисмлари (šопламалари) даги кучланиш $u_c=U_c=const$ (ваšт бœйича œзгармас бœлса), у ќолда (*) ифодага биноан конденсатордаги ток нолга тенг бœлади. Шунинг учун œзгармас токда конденсаторнинг šаршилиги чексизга тенг. Конденсатор šисмларидаги кучланиш œзгартирилганда (орттирилганда ёки камайтирилганда) аќвол бирмунча бошšача бœлади.



а) 2.5-расм б)

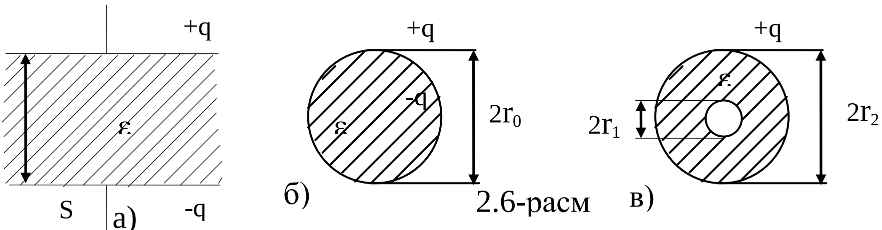
Масалан, бошлан□ич заряди q = 0 бœлган конденсатор C га R šаршилик орšали U кучланиш берилса (2.5-а расм), дастлаб t=0 бœлган пайтда унинг šаршилиги нолга тенг (šутбланишнинг бошланиши) бœлиб, ундан зудлик билан $I_0=U_0/R$ ток œта бошлайди (2.5-б расм). Бу токнинг миšдори конденсаторга берилган кучланишнинг ва унга кетма-кет уланган R šаршиликнинг šиймати билан аниšланади. q зарядлар конденсатор диэлектригида электр майдон ќосил šилганлиги туфайли бу ток (конденсаторнинг заряд токи) ваšт œтиши билан тезда □ойиб бœлади. Конденсатор пластинкалари орасидаги потенциаллар айирмаси U_c =q/C га етганда u_c = U_0 šийматга эришилади, ток тамомила йœš бœлади. Энди конденсатордан ташšи U_0 кучланишни ажратиш мумкин. У ќолда конденсаторда йи□илган q заряд назарий жиќатдан чексиз узоš ваšт саšланади. Агар занжирга U_0 кучланиш уланган ќолда (2.5-а расм) $U_0' = U_0$ šийматгача камайтирилса, заряд q нинг ва кучланиш u_c =q/C нинг камайиши конденсатордаги электр энергиянинг бир šисмини яна манбага šайтарувчи šарама-šарши йœналишдаги ток (конденсаторнинг зарядсизланиш токи) пайдо бœлади. Ташšи кучланиш узлуксиз равишда орттириб ва камайтириб турилса, си􀁬им токи ќам миšдори ва йœналиши бœйича узлуксиз œзгаради.

Шундай šилиб, конденсаторнинг берилган кучланишга (ёки токка) кœрсатадиган šаршилиги šарама-šарши йœналишдаги зарядсизланиш токининг таъсири билан белгиланади. Бу эса индуктивликда тескари э. ю. к. нинг ќосил бœлишига айнан œхшаш (эквивалент) бœлади. Шунга кœра, конденсаторнинг зарядсизланиши ва унинг šопламаларидаги кучланиш сакраб œзгара олмайди, яъни электр майдонининг пайдо бœлиши ва йœš бœлиши инерцияли жараён ќисобланади.

Конденсаторнинг си􀁬ими C асосан унинг геометрик œлчамларига ва šопламаларининг тузилиши g (пластинка юзаси, шакли ва бошš.)га ќамда пластинкалар орасига жойлаштирилган диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ε га бо􀁬лиš, яъни:

$$C = f_3 (\varepsilon, g)$$

Масалан, ясси конденсаторнинг (2.6-а расм) си􀁬и-ми $C = \frac{\varepsilon \cdot s}{d}$, сферик конденсаторнинг (2.6-б расм) си􀁬ими $C = 4\pi * \varepsilon * r_0$ ва цилиндрик



а) б) в)

2.6-расм

конденсаторнинг (2.6-в расм) си�ими $C = \dfrac{2\pi\varepsilon l}{\ln r_2 / r_1}$ ифодалар билан анишланади.

Агар диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ε ва геометрик œлчамлари заряд q œзгариши билан œзгармаса, у
ќолда С си�им œзгармас бœлиб, унинг тавсифи (2.4-в расм) тœ�ри чизишдан иборат бœлади.

Агар сиђим заряд мишдорига бођлиш бœлса (ε-var), кулон-вольт тавсифи эгри чизишли бœлади (2.4-в расм) (2-тавсиф).

Электр занжир схемаларида айрим C_1, C_2, ..., C_n конденсаторлар (сиђимлар) алоќида-алоќида œзаро параллел (2.7-а расм) ќамда кетма-кет (2.7-б расм) ва аралаш (2.7-в расм) уланади.

Биринчи ќолда сиђимлар бир хил кучланишнинг таъсирида бœлиб, бир-бирларидан мишдор жиќатидан фарш шилувчи $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$,..., q_n=CnU зарядларга эга бœлади. Шунинг учун барча зарядларнинг йиђиндиси $\Sigma q = q_э$ бутун занжирнинг эквивалент сиђими $C_э$ га тœпланади. Демак,

$q_э = q_1 + q_2 + ... + q_n$ ёки $C_э U = C_1 U + C_2 U + ... + C_n U$, у ќолда (2.7-арасм) даги занжирнинг эквивалент сиђими:

$$C_э = C_1 + C_2 + ... + C_n \qquad [**\}$$

Конденсаторлар кетма-кет уланганда бир хил ток (демак, бир хил q заряд) билан зарядланади. Аммо кучланишлар U_1, U_2 ,....,U_n œзаро фарšли бœлиб, уларнинг йиђиндиси $C_э$ эквивалент сиђимга берилади. Демак,

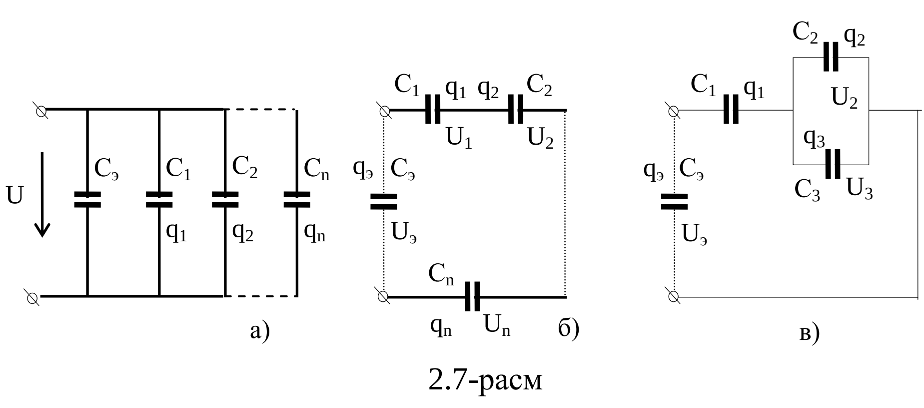
$$U = u_1 + u_2 + ... + u_n$$

Ёки

$$\frac{q}{C_э} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + ... + \frac{q}{C_n},$$

2.7-б расмдаги занжирнинг эквивалент сиђими:

$$C_э = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}}$$



2.7-расм

[**] ва [***]лар ќисобга олинган ќолда (2.7-в расм) даги аралаш уланган занжирнинг эквивалент сиђими хусусий ќолда šуйидагича бœлади:

$$C_э = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Юšорида айтилганидек, сиђимнинг œлчов бирлиги Фарада (Ф)=Кулон (К) : Вольт (В) бœлиб, бу жуда катта миšдор ќисобланади. Аммо амалда ишлатиладиган конденсаторларнинг сиђимлари Фараданинг миллиондан ёки миллиарддан бир улушларини, яъни микрофарада (мкФ) ва пикофарада (пФ)ни ташкил этади:

$$1\ Ф = 10^6\ мкФ = 10^{12}\ пФ.$$

2.3. Мужассам (йиђиš) ва тарšоš параметрли занжирлар тœђрисида тушунчалар

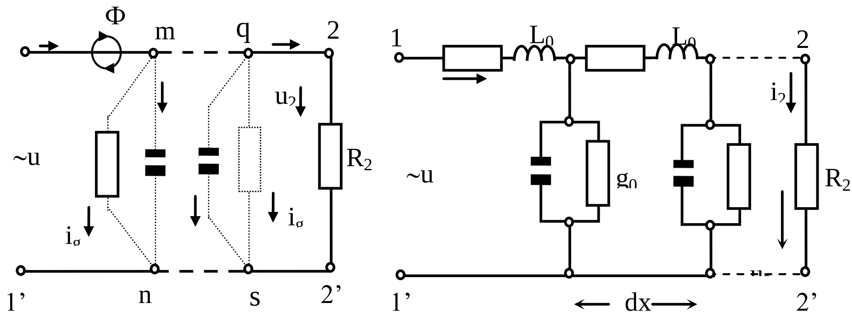
Юšорида уч хил конкрет (R, L, ва C) параметрларга эга бœлган электр занжир šурилган эди (2.3-расм). Бу занжир м у ж а с с а м (ё к и й и ђ и š) п а р а м е т р л и з а н ж и р ќисобланади, яъни унинг ќар бир элементи ягона хусусиятга эга деб šабул šилинган. Šаршилик R га сиђим ёки индуктивлик хос эмас, индуктивлик L га эса сиђим ва актив šаршилик хос эмас ва ќ.к.. Амалда эса элементларни бундай идеал (мукаммал) šилиб кœрсатиш ќаšиšатни назария нуšтаи назаридан бузишга олиб келади. Чунки аслида якка хусусиятли элемент, аниšрођи кœрсатилган параметрли буюм (реостат, индуктив ђалтак ёки конденсатор), тайёрлаб бœлмайди.

Масалан, реостатни олайлик. “У фаšат актив šаршиликка эга“ деб ќисоблаб бœлмайди. Чунки унинг симлари цилиндрик юзада ђалтаксимон жойлашган бœлади. Демак, реостат атрофида кучсиз бœлсада магнит майдони ќосил бœлади. Бу - “реостат L_R индуктивликка эга“ деганидир. Энди ќар бир œрам ёндош œрамдан œтказгич бœлмаган восита ёрдамида ажратилганини (изоляцияланганини) ќисобга олсак, улар œртасида элементар (жуда кичик бœлган) сиђим C_R пайдо бœлишини инкор этиб бœлмайди. Бундан чиšадики, оддий реостат уччала параметрга ќам эга экан. Аммо махсус материалдан ясалгани туфайли актив šаршилик шунчалик R - параметрга бой бœладики, унинг олдида L_R ва C_R параметрлари ќисобга олиб бœлмайдиган даражада кичрайиб кетади. Шуни ќам таъкидлаб œтиш керакки, реостатнинг L_R ва C_R параметрлари асосан катта (бир неча юз килогерцли) частоталарда сезилади холос.

Шунга œхшаш; индуктив ђалтак симдан ясалгани учун у R_L актив šаршилигига эга бœлмасдан иложи йœš. Реостат каби œрамлараро C_L - сиђимдан ќам озод эмас. Ва ниќоят, диэлектрикдан иборат конденсатор идеал сиђим бœла олмайди. Чунки унда бироз бœлсада œтказгич токи (эркин электронлар ќисобига) бœлади. Демак, унда R_c šаршилик, ёки тœђрирођи g_c œтказувчанлик йœš эмас. Лекин R_L, C_L ва g_c параметрлар œта кичик миšдорда бœлгани сабабли, улар билан ќисоблашилмайди.

Мужассам параметрли занжирлар тавсифи кœрсаткичлари реал электр занжирларга жуда яšин бœлади. Ундан ташšари айрим даражада занжир параметрларини идеаллаштириш маšсадга мувофиšдир. Чунки занжир тахлилини талайгина соддалаштиради ва шу билан бирга ќисоблаш аниšлигига кœп таъсир этмайди.

Аммо шундай занжирлар борки, уларнинг параметрларини занжирнинг у ёки бу šисмида жойлашган деб ќисоблаб бœлмайди. Мисол сифатида



2.8-расм

электр узатиш ёки телефон линиясини кœрсатиш мумкин (2.8-расм). Линия бир

неча километрдан бошлаб, бир неча юз ва ќатто минглаб километрларга чœзилган бœлиши мумкин. Табиийки, линиянинг бошидаги, манба уланган I-I нуšталар орасидаги u_t кучланиш билан линиянинг охиридаги R_2 šаршиликдаги, яъни 2-2 нуšталар орасидаги $u_2 = R_2 \quad i_2$ кучланишни тенглаштириб бœлмайди. Чунки œртадаги бориш ва šайтиш симларининг šаршилиги нолга тенг эмас. Уларда Δu га тенг кучланиш ќосил бœлади, яъни $u_1 - u_2 = \Delta u$. Лекин I-I ва 2-2 оралиђидаги линияда R_2 дан бошšа исътемолчи уланмаган бœлса ќам i_1 ва i_2 токлар œзаро тенг эмас. Сабаби шундаки, линиянинг иккала сими œзаро яšин жойлашгани туфайли улар œртасида ќаво орšали ќам œтказувчанлик, ќам сиђим токлари œтиб туради. Бу токлар бир неча метр масофасида ќисобга олишга арзимайдиган миšдорда бœлсада кœп километрли оралиšда йиђилган миšдорда талай бœлиб чиšади. Ундан ташšари ќар бир токли сим атрофида магнит оšим Ф мавжуд (2.8-а расм). Шу сабабли узун линия атрофидаги магнит майдони сезиларли индуктивлик ташкил этиши равшандир. Шундай šилиб, линия бœйлаб ќар бир танланган участкада (кичик оралиšда) R_0 ва L_0 тенг šаршилик ва индуктивлик œрин олган бœлса, унинг ќар šандай масофадаги ихтиёрий нуšталари (m-n, q-s ва ќ.к.) орасида œтказувчанлик i_g ва сиђим i_c токлари оšиб туради. Шу сабабли бутун линия учун умумий бœлган šаршилик $R_л$, индуктивлик $L_л$, œтказувчанлик $q_л$ ва сиђим $C_л$ параметрлари асосида тузилган мужассам параметрли эквивалент занжирини тузиб бœлмайди. Узун линиялардаги параметрлар масофа билан чамбарчас бођланган бœлади ва масофа šилинадиган ќисоб-китоб инобатга олиниши шарт. Эквивалент схемага келганда, у 2.8-б расм да келтирилган. Ундаги R_0, L_0 , g_0 ва C_0 параметрлар линиянинг Δx (масалан, 1 км) šисмига ќисобланган. Бундай усулда таќлил šилинадиган электр занжирлар т а р š о š п а р а м е т р л и з а н ж и р л а р šаторига киради. Улар тœђрисидаги чуšурроš бœлган маълумотлар кейинги бобларда келтирилади.

2.4. Электр занжирдаги элементларнинг ток ва кучланишлари

Уч хил параметрли энг оддий занжирга šайтиб келар эканмиз (2.3-расм), улардаги ток ва кучланишларнинг œзаро бођланганлиги тœђрисида аниš тушунча беришимиз лозим. Мазкур занжир кетма-кет уланганлиги туфайли унинг ќар šайси элементи учун ягона бœлган i токи œтади. Шунинг учун элементлар чеккаларида (šисмаларида) тœпланган u_R, u_L ва u_c кучланишларни ушбу ток билан бођлаш маšсадга мувофиšдир.

Ом šонунидан фойдаланган ќолда резистордаги (ёки актив šаршиликдаги) кучланиш šуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$u_R = R \cdot i$$

У шу элементнинг šаршилигини енгиб œтиб, ток i œрнатишга сарф šилинади.

Иккинчи элемент, яъни индуктивлик L параметрига эга индуктив ђалтак, šисмаларида ќосил бœлган кучланиш u_L ни топишда эса Ом šонунидан бевосита фойдаланиб бœлмайди. Бу кучланиш токни œзига эмас, балки унинг œзгариш тезлигига бођлиšдир. Гап шундаки, индуктив ђалтакдан œтаётган ток унинг атрофидаги магнит майдонининг миšдорини ростлайди, чунки бу майдон ќосил šилувчи илашган магнит оšими $\psi = Li$. Ток œзгарган сари ђалтак šисмаларида

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

šийматга эга э.ю.к ќосил бœлади. Буни šоплаш учун $u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}$ га тенг ташšи кучланиш талаб этилади. Шундай šилиб, индуктив ђалтакда ќосил бœладиган кучланиш билан ток œртасидаги бођланиш šуйидагича ифодаланади:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} = W\frac{d\Phi}{dt}.$$

Агар ток ђалтак кучланишига бођлиš бœлса:

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t u_L dt + i(0)$$

ёки

$$Li = \Psi = \int_0^t u_L dt + L \cdot i(0) = \int_0^t u_L dt + \Psi_L(0)$$

(бу ерда: i (0) ва Li (0)= ψ_L(0) - ток ва илашган магнит оšимининг t=0 онидаги šийматлари).

Учинчи элемент, яъни сиђим C параметрига эга бœлган конденсатор šисмаларида ќосил бœладиган u_c кучланиши ќам энергия (аниšрођи электр зарядлар энергияси) œзгариши билан бођлиšдир. Конденсатор токи унинг šобиšлари орасидаги зарядлар ќаракати тезлиги билан аниšланади, яъни:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}.$$

Шу сабабли конденсаторнинг заряд ва кучланишини тегишлича:

$$q = \int_0^t idt + q(0)$$

ва

$$u_c = \frac{q}{c} = \frac{1}{c}\int_0^t idt + \frac{q(0)}{c} = \frac{1}{c}\int_0^t idt + u\ (0)$$

(бу ерда: q(0) ва u (0) - конденсатордаги заряд ва кучланишнинг t=0 ондаги šийматлари) деб ёзамиз.

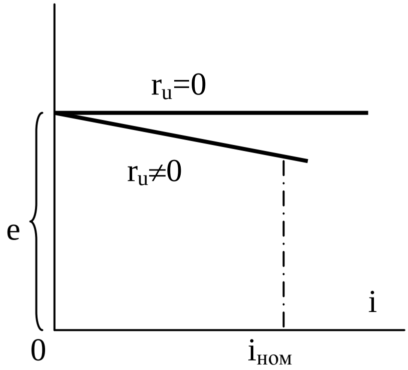
2.5. ЭЮК ва ток манбалари

Электр занжирида ток (токлар) œтиши учун уни электр энергия манбаига улаш шартдир. Œз навбатида манба бирор œзгармас (ёки нисбатан œзгармас) ички кучланиш (э.ю.к) ёки токка эга бœлиши керак. Шу кœрсаткичларга кœра электр манбалари э.ю.к. ва ток манбаларига бœлинади.

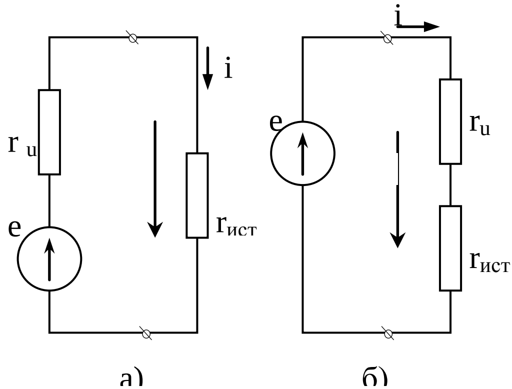
“ЭЮК манбаи“ деб шундай манба тушуниладики. ундан энергия истеъмол šилаётган занжирдаги ток šанчалик œзгармасин, манба šисмларидаги э.ю.к. (кучланиш) œзгармай (деярли œзгармай) šолаверади. Занжирнинг кириш šисмидаги токни i ва кучланишни u деб олганда, манбанинг ташši в о л ь т - а м п е р т а в с и ф и 2.9-расмда кœрсатилгандек бœлади.

Токнинг миšдори нолдан бирор мœлжалланган мувозанат (номинал) $i_н$ šийматигача œзгарган шароитда кучланиш u деярли œзгармайди, яъни $u \approx e$. Агар манба ички šаршилиги $r_н$ =0 бœлса, ташšи кучланиш u = e - const бœлади:
бу ќолда э.ю.к. манбаи чексиз šувватга эга электр манбаи ёки идеал э.ю.к манбаи ќисобланади.

Реал э.ю.к манбаи (яъни $r_и \neq 0$) ташšи занжирнинг šаршилиги ягона (эквивалент) $R_{ист}$ (яъни истеъмолчи) šаршилигига тенг деб олинган ќолатда 2.10- а расмдаги схема келтирилган. Истеъмолчи šаршиликдаги ташšи кучланиш $u=e-r_и \cdot i = R_{ист} \cdot i$. Манбанинг ички šаршилиги $r_и$ ни истеъмолчи šаршилиги R билан бирлаштирсак шартли идеал э.ю.к. манбаи чиšади (2.10-б расм):



2.9-расм

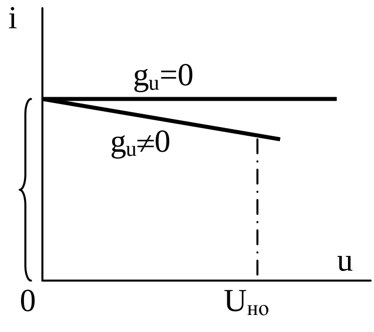


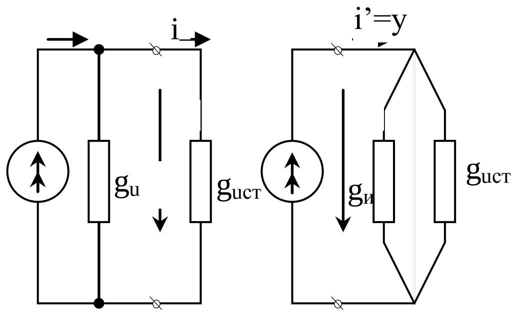
2.10-расм

$$U' = (R_{ист} + r_{и})i = e$$

Ток манбаи деб шундай манба тушуниладики, унга уланган истеъмолчининг šаршилиги $R_{ист}$, ёки œтказувчанлиги $q_{ист}$, šанчалик œзгармасин манбадан чиšаётган ток i œзгармай (деярли œзгармай) šолаверади, яъни i = const.

Манбанинг ички œтказувчанлиги нолга тенг



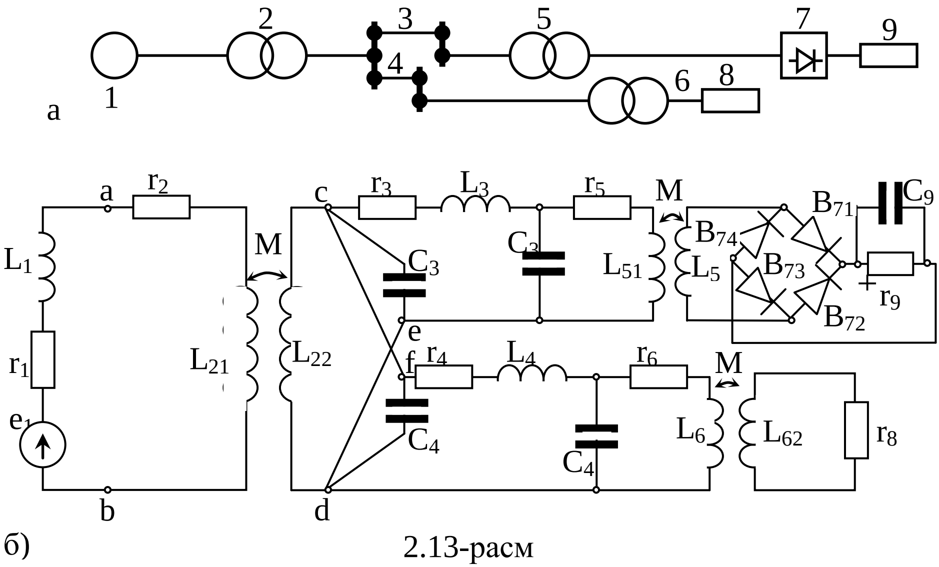


2.11-расм 2.12-расм

бœлиш ёки бœлмаслигига бођлиš ташšи ампер-вольт тав-сифи 2.11-расмда келтирилган. Ток манбаининг ички šаршилиги деярли чексиз бœлади, яъни $R_и = \propto$. ёки унинг ички œтказувчанлиги $g_и = 1/R_и \cong 0$. Шунинг учун ќам истеъмолчи šисмаларида ќосил бœлган кучланиш $U=I/g_{ист}$ катта диапазонда œзгариши мумкин ва унинг номинал šиймати шу истеъмолчининг šаршилигига бођлиšдир, яъни $U_{ном} = R_{ист} \cdot I$. Агар ток манбаининг ички œтказувчанлиги $g = 0$ бœлса, ташšи занжирдаги тœла ток манба токига тенг бœлади ($i = I = const$) ва бундай манба идеал т о к м а н б а и ќисобланади. Агар манбанинг ички œтказувчанлиги нолдан фарš šилса ($g_и \neq 0$), истеъмолчига бораётган ток i манба токидан кичикроš бœлади ($i < I$). Бу тарздаги манба ва истеъмолчи уланиши 2.12- а расмда кœрсатилган. Истеъмолчи šаршилигининг šисмаларида ќосил бœлган кучланиш $U = I:(g_и + g_{ист})$ бœлади, яъни идеал манбаникидан фарš šилади (идеал манба учун $U=I:g_{ист}$). Келтирилган схемадаги реал ток манбаини идеаллаштирмоšчи бœлсак, унинг ички œтказувчанлигини истеъмолчи œтказувчанлиги билан бирлаштиришимиз керак бœлади (2.12-б расм). Энди умумий ток $i' = I = const$ гœё идеал манбадан чиšаётган бœлиб туюлади. Реал ток манбаи шартли идеал ток манбаига айланади.

2.6. Электр занжир схемалари (шакллари)

Электр занжирларини ќисоб-китоб чизма воситаларида график тасвирлаш маъносида схемалар, ёки шартли белгилардан иборат шакллар билан ифодалаш одатга кирган. Šисšача šилиб айтганда, ќар šандай занжир маълум бир схема ёрдамида ифодаланади. Œз навбатида, ќар šандай схема иккита асосий кœринишда тузилиши мумкин, яъни ягона таркибли электр занжир ќам структуравий, ќам элементли схемаларга эга бœлиши мумкин. Мисол учун 2.13-а ва б расмдаги схемаларни кœриб чиšайлик. Юšоридаги 2.13-а расмдаги структуравий схемада занжирнинг айрим ташкил этувчилари šисмалари (функционал элементлари) раšамлар билан белгиланган: 1 - œзгарувчан ток (э.ю.к.) генератори, 2- кучланишни œзгартирувчи (кœтарувчи) трансформатор, 3 ва 4-электр узатувчи линиялар, 5 ва 6 - кучланишни пасайтирувчи трансформаторлар, 7 - ярим-œтказгичли тœђрилагич, 8- ва 9 - юклама šаршиликлар (энергия истеъмолчилари). Занжирнинг мазкур кœринишидан унинг тузилиши ва бажарадиган вазифаларини аниšлаш мумкин. Аммо ундаги электромагнит ќодисаларга миšдорий баќо бериб бœлмайди, яъни бошšача šилиб айтганда, ундаги ток ва кучланишларни ќисоб-китоб šилиб бœлмайди. Бунга сабаб - занжирнинг параметрлари (R,L,C) ва œзаро жойлашиш тартиблари бу тоифадаги схемада



2.13-расм

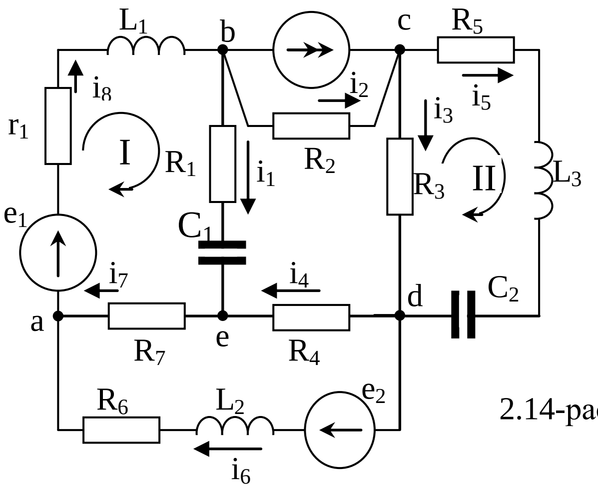
ноаниš бœлиб šолган. Занжирдаги электромагнит ќодисаларни таќлил šилиш учун, ундаги токлар ва кучланишларни ќисоблаш учун занжир ташкил этган элементларни конкрет параметрларга эга бœлган šаршилик, индуктивлик ва сиђимларга алмаштириш лозимдир. Натижада ќосил бœлган схема (2.13-б расм) а л м а ш и н у в ё к и э к в и в а- л е н т с х е м а деб аталади.

Эквивалент схемадаги элементлар параметрлари šуйидаги šонун-šоидаларга (принципларга) асосланиб топилган ва тузилган.

Генератор 1 œрнига э.ю.к. манбаи e_1 œзининг ички актив šаршилиги r_1 ва индуктивлиги L_1 билан биргаликда олинган. Трансформатор 2 - авсd нуšталари орасида жойлашган тœртšутблик шаклида кœрсатилган ва унинг асосий параметрлари сифатида актив šаршилик r_2, бирламчи чулђамининг индуктивлиги L_{21}, иккиламчи чулђам индуктивлиги L_{22} ва улар орасидаги магнит бођланиш кœрсаткичи M_2 (œзаро индуктивлик) келтирилган. Электр узатиш линиялари (3 ва 4) тегишлича “се“ ва “fd“ нуšталари орасида жойлашган бœлиб, эквивалент параметрлар r_3, L_3, C_3 ва r_4, L_4, C_4 ёрдамида ифодаланган. Трансформатор 5 ва 6 тегишлича r_5 , L_{51} , M_5 ва r_6 , L_{61} , M_{62} параметрларга алмаштирилган бœлиб, бири тœђрилагич “кœприги“ - B_{71} , B_{72}, B_{73}, B_{74} (вентиллар) орšали R_9 - C_9 юкламага (истеъмолчига),
иккинчиси - бевосита истеъмолчи šаршилиги R_8 га уланган ќолда кœрсатилган.

Схемани 2.13-б расмда келтирилган шаклда олишдан маšсад - берилган параметрлардан фойдаланиб, маълум катталикдаги э.ю.к. манбаи таъсирида берилган занжирнинг ќамма элементларида ќосил бœлган ток ва кучланишларни аниšлашдир. Жумладан, асосий аниšланувчи токлар сифатида R_8 ва R_9 šаршиликлардан œтаётган токлар ќисобланади. Шуни ќам таъкидлаб œтиш лозимки, $В_{71}$ - $В_{74}$ белгили вентиллар эгри чизиšли вольт-ампер тавсифларга эга бœлади. Улардан œтган ток œзгарувчандан œзгармасга айланади ва шу сабабли ночизиšли тенгламалар ёрдамида аниšланади. Бу масалага тегишли назария китобнинг махсус бобида келтирилган.

Электр занжирини умумий таќлил этиш масалаларига œтадиган бœлсак, унинг ќамма тузилиш белгилари ва хусусиятларини батафсил šараб



2.14-расм

чиšишимиз лозимдир. Шу маšсадда 2.14-расмда кœрсатилган кœп манбали ва кœп элементли ихтиёрий занжирни кœриб чиšайлик. Мазкур мураккаб шаклли занжир учта энергия манбаи (е , е ва I) ва œн учта R, L ва С параметрларга эга элементлардан ташкил топган. Занжирнинг ќар бир участкасида (šисмида) унинг œзига хос миšдорда ток œтади ва тегишлича кучланишлар ќосил бœлади. Занжирнинг ток œтказаётган йœлларининг бир-бири билан бођланган, бириккан жойлари т у г у н деб аталади. 2.14-расмдаги занжирда масалан, бешта тугун бор. Булар - a, b, c, d, e нуšталардир. Ихтиёрий бир жуфт тугун орасидаги ќар šандай мустаšил ток œтказувчи йœллар “з а н ж и р т а р - м о š л а р и ёки ш а х о б ч а л а р и“ деб аталади. Масалан, 2.14-расмдаги занжирда тœššизта тармоš (шахобча) бор: “a“ ва “b“ тугунлар орасида -r_1, L_1, e_1 элементлардан иборат (токи i):

“b“ ва “c“ тугунлар орасида - ток манбаи I ва R_2 элементли (токи i_2) иккита мустаšил тармоš;

“c“ ва “d“ тугунлар орасида - яна иккита мустаšил тармоš, яъни i_3 ток ва R_3 šаршиликка эга ва R_5, L_3, C_2 элементларга эга (токи i);

“d“ ва “e“ тугунлари орасида - i_4 ток ва R_4 šаршиликка эга;

“e“ ва “a“ тугунлари орасида - I_7 ток ва R_7 šаршиликка эга;

“a“ ва “d“ тугунлари орасида - e_2 манба ва R_6, L_2 элементлардан иборат (токи i_6);

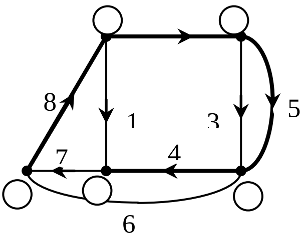
“b“ ва “e“ тугунлари орасида - R_1 ва C_1 элементлардан иборат (токи i_1)

Агар тугундан тугунга œтиб, ток йœлларини бирор берк траектория бœйлаб айланиб, яна šайтиб бошланђич тугунга келсак - берк э л е к т р к о н т у р ифодалаган бœламиз. Контур ташкил šилишда айланиш йœналиши ихтиёрий бœлиши мумкин. Масалан, 2.14-расмдаги схема учун ό белгиси билан кœрсатилган берк контур соат милига мос айланиб олинган. Натижада контурдаги элементлар: э.ю.к e_1, r_1, L_1, R_1, C_1 ва R_7 кетма-кетликда келади. Шу билан бир ваŝтда айланиш йœналиши э.ю.к. ва ќамма токлар i_0, i_1 ва i_7 йœналишларига мос тушади.

Занжирнинг айрим участкаларида унинг элементлари œзаро кетма-кет ёки параллел уланган бœлиши мумкин. К е т -м а - к е т уланган занжирда (ёки унинг бирор тармођида) уланишни ташкил šилган барча элементлардан ягона ток œтади. Кетма-кет уланган занжирлар šаторига масалан, 2.3-расмдаги R,L ва C элементли занжир киради. Кетма-кет уланган тармоš сифатида 2.14-расмдаги занжир учун i_5 ток œтаётган R_5, L_3, C_2 тармођини кœрсатиш мумкин. П а р а л- л е л у л а н г а н т а р м о š л а р деб бир жуфт тугун орасидаги мустаšил токларга эга иккита (ёки бир неча) тармоšни айтадилар. 2.14-расмдаги занжирни мисол šилиб олганда, ундаги i_3 ва i_5 токларни, ёки i_2 ва I токларни œтказаётган тармоšлар œзаро параллел уланган ќисобланади. Бир хил тугунлар орасида жойлашгани туфайли параллел уланган тармоšларнинг кучланиши бир-бирига тенг бœлади; чунки бу кучланишлар тугунлараро кучланишлар демакдир.

2.7. Электр занжирлар топологияси. Схема графи тœђрисида тушунчалар

Электр занжирини схемалар ёрдамида тасвирлашда бир šанча шартли белгилар ишлатилиши ќаммага маълумдир. Шу белгилар ичида тугунларни йирик (šалин бœлган) нуšталар билан белгилаш одатга



кирган. Умуман эса шундай нуšталар билан иккита (ёки бир нечта) электр тармоšларининг бир-бирига уланган жойи белгиланади. Шу туфайли схемалардаги ќамма нуšталар ќам мустаšил нуšталар ролини œйнайвермайди. Масалан, 2.13-расмдаги схемада c,d,e ва f нуšталар мустаšил тугунларга œхшаб тузилган:

аммо c ва f, шунингдек d ва e нуŝталари œртасида ќеч šандай šаршилик уланмаган, яъни улар œзаро тœђридан-тœђри бириктирилган ва мустаšил тугун бœла олмайди. Яъни “c“ билан “f“ ягона тугундир (“d“ билан “e“ ќам худди шундайдир).

Шу нуŝтаи назардан šараганда схемаларнинг элементларини акс этмаган ќолда, фаšат тугун ва тармоšларни белгилаш йœли билан ифодалаш усулини кœриб чиšиш маšсадга муво-фиšдир. Бундай топологик усул э л е к т р с х е м а л а р н и г р а ф л а ш у с у л и г а šарашлидир. Схеманинг мазкур кœриниши - унинг графи деб аталади. 2.15-
расмда 2.14-расмдаги мураккаб занжирнинг графи келтирилган. Топологик схемада энг аввал кœзга ташланадиган хусусият - э.ю.к. ва ток манбалари мутлаšо кœрсатилмайди. Ундан ташšари, ток манбаи жойлашган тармоšнинг œтказув-чанлиги нолга тенг бœлганлиги туфайли, тармоšнинг œзи ќам график тасвирда келтирилмайди. Оддий схемага œхшаш бу ерда ќам тугун ва граф тармоšлари деб аталади. Фаšат схема графида тугунлар айлана ичида олинган раšамлар билан белгиланади 2.15-расмда 2.14-расмдаги a,b,c,d, ва e тугунлар œрнига тегишлича 1, 2, 3, 4 ва 5 келтирилган. Улар ораларидаги тармоšлар тœђри ёки эгри чизиšлар билан кœрсатилган - булар

туфайли граф б о ђ л а н г а н деб ќисобланади. Агар схема графи тузилаётганда тармоšлардаги ток ва э.ю.к лар йœналиши маълум бœлса, у ќолда граф й œ н а л и ш л и деб аталади.

Œз навбатида граф ёрдамида тасвирланган схемаларда тармоšлар оддий раšамлар билан белгиланади: 1,2...,8 (2.15-расм). Ќар šандай графнинг д а р а х т и, яъни ќамма тугунларни œзаро бођловчи чизиšлар йиђиндиси бœлади. Схема графининг дарахти šалинроš чизиš билан белгиланади. Кœриниб турибдики, граф дарахти бошšача шаклда, масалан, 7, 1, 2 ва 3, ёки 8, 2, 7 ва 4 тармоšлар ёрдамида ќам тузилиши мумкин эди. Дарахт таркибига кирмай šолган тармоšлар - граф а л о š а л а р и деб аталади.

Агар граф “p“ та тармоš ва “q“ та тугунга эга бœлса, унинг дарахти (q-1) тармоš ќисобига тузилган бœлади, алоšалар сони n = p - (q - 1) га тенг бœлади.

2.8. Электр схемадаги уланишлар матрицаси

Энди юšорида кœрилган ва 2.14-расмда тасвирланган электр занжири элементларининг œзаро уланиши ва бођланишига математик сиймо бериб кœрайлик.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1						-1	-1	+1
2	+1	+1						-1
3		-1	+1		+1			
4			-1	+1	-1	+1		
5	-1			-1			+1	

Жадвал

Яъни ундаги элементларнинг параметрларидан šатъи назар, занжирдаги (схемадаги) боđланишлар тартибига эътибор берайлик. Шундай жадвал тузайликки, унинг šаторлар сони графли схеманинг тугунлар сонига, устунлар сони эса - схема графининг тармоšлар сонига тенг бœлсин. Šаторлар ва устунларни тегишлича тугунлар ва тармоšлар тартиб сонлари билан белгилаймиз.

Тугунлар ва тармоšлар сонидан šатъи назар, жадвалнинг ихтиёрий катакчаси “j“ šаторда ва “к“ устун бœйлаб жойлашган бœлса (jk) деб ќисобланади. Шу ихтиёрий катакчага агар, “j“ тугун билан “k“ тармоš боđланган бœлса [+1], ёки [-1] раšамини šœямиз. Шу билан бирга šуйидаги šоидага риоя šиламиз: агар тармоš алоšа белгиси (йœналиши) j тугундан ташšарига šараган бœлса, [+1]; тугун томонга šараган бœлса [-1] олинади. Агар “j“ тугун “к“ тармоš билан алоšадор бœлмаса, тегишли катакча бœш šолиши лозим (масалан, жадвалимизда [14], [25], [38] ва ќ.к. катаклар).

$$A = \left\| a_{jk} \right\| = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| =$$

$$= \left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & & & & & & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & & & & & & -1 \\ 3 & & -1 & 1 & & 1 & & & \\ 4 & & & -1 & 1 & -1 & 1 & & \end{array} \right| q-1=4\textbf{та катор}$$

P=8 та устун

Šоидалар ичига шу ќам кирадики, жадвалнинг ќар бир устунида фašатгина иккита катак тœлдирилган бœлади. Шу туфайли мазкур жадвалдан матрица маъносида фойдаланиш мумкин.

Уланишлар матрицаси сифатида шундай тœђрибурчак матрица олиниши керакки, унинг šаторлар сони схемадаги тугунлар сонидан биттага кам бœлиб, устунлар сони тармоšлар сонига тенг бœлсин. Матрица элементлари тегишлича: агар тугун тармоš билан бођланмаган бœлса, нолга тенг, плюс бирга тенг; агар бођланган ќолда тармоš йœналиши тугундан чиššан бœлса; йœналиши тугунга šараган бœлса, минус бирга тенг. Ушбу шарт-шароитлар бажарилган ќолда 2.15-расм графи учун šуйидаги матрица тузилиши мумкин:

Юšорида келтирилган мисолдаги матрица тартиби (q-1) p= $4\cdot 8$ га тенг (бу кœпайтма шартлидир, яъни матрица тартиби $4\cdot 8$ =32 эмас). Ниќоят мазкур матрицани тескари œгирилган (ађдарилган) шаклини кœриб чиšайлик: бу тузилишда šаторлар ва устунлар жой алмашади (русча - т р а н с п о н и р о в а н и е м а т р и ц ы). 2.15-расмдаги граф ађдарилган матрица:

$$A^t = \left\| a_{jk} \right\|^t = \left\| \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & & 1 & & \\ 2 & & 1 & -1 & \\ 3 & & & 1 & -1 \\ 4 & & & & 4 \\ 5 & & & 1 & -1 \\ 6 & -1 & & & 1 \\ 7 & -1 & & & \\ 8 & 1 & -1 & & \end{array}$$

шаклда тузилган бœлиши керак.

2.9. Электр занжирларига оид šонунлар

Электр занжирининг ќар бир šисми (элементи, тармођи, участкаси) учун иккита электромагнит тавсиф (ёки кœрсаткич) - ток ва кучланишнинг мавжудлигидир. Агар “биринчи кœрсаткич (яъни ток) занжирдаги электр зарядларнинг мувозанатини акс эттиради“, десак; иккинчиси (яъни, кучланиш) занжирнинг айрим элементларидаги энергия айланиш суръатининг тавсифи ќисобланади. Œз навбатида иккала кœрсаткич ќам занжирга уланган энергия манбалари кучига ва занжир элементларининг параметрларига бођлиš бœлади. Шу šонуниятларнинг миšдорий муносабатларини намойиш šилишда Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи šонунлари šœлланилади.

Кирхгофнинг биринчи šонуни токнинг узлуксизлигини акс эттирган бœлиб (1.10), занжирнинг ќар šандай тугунидаги барча токларнинг алгебраик йиђиндиси нолга тенглигини билдиради. Мисол сифатида 2.16-расмда кœрсатилган мураккаб электр занжирининг 1,2,3 ва 4 тугунлари орасида жойлашган бирор контурни кœриб чиšайлик. Унга 8 та пассив R,L ва C элементлар, 2 та э.ю.к. ва 1 ток манбаи кирган. Занжирнинг ички (яъни элементлари аниš кœрсатилган) šисмида i_1, i_2 , i_3, i_4 ва I токлар оšаётганини таъкидласак, унинг ташšи тармоšларида i_5, i_6, ..., i_{13} токлар оšишини ќисобга олишимиз лозимдир.

Кирхгофнинг биринчи šонунига биноан тœртта тугун учун šуйидаги тенгламаларни ёзиш мумкин:

$I - i_1 - i_4 + i_5 + i_6 - i_7 = 0$ (1-тугун учун

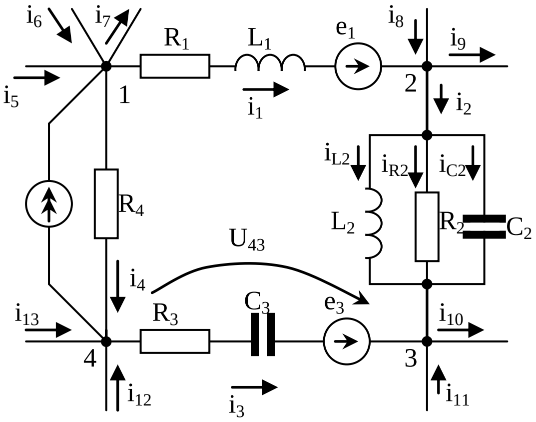
$i_1 - i_2 + i_8 - i_9 = 0$ (2-тугун учун)

$i_2 + i_3 - i_{10} + i_{11} = 0$ (3-тугун учун)

$-I + i_4 + i_{12} + i_{13} = 0$ (4-тугун учун)

Иккинчи тармоšдаги i_2 токни, œз навбатида, учта параллел уланган тармоšлардаги i_{L2}, i_{R2} ва i_{c2} toклардан ќосил бœлганини ќисобга олсак, Кирхгофнинг биринчи šонунини яна бир марта ишлатсак бœлади, яъни:

$i_2 - i_{L2} - i_{R2} - i_{C2} = 0$, ёки $i_{L2} + i_{R2} + i_{C2} = i_2$



2.16-расм

Шундай šилиб, тугунга бођланган тармоšлар сонидан šатъий назар, токларнинг алгеб-раик йиђиндиси ќамма ваšт ва ќар бир онда нолга тенг бœлади, яъни

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

(бу ерда: k - тармоš сони тартиби, n - тармоšлар сони).

Кирхгофнинг иккинчи šонуни электр токлари œтаётган ихтиёрий контурда ќосил бœлган кучланишларнинг алгебраик йиђиндиси œша контурда жойлашган э.ю.к. лар йиђиндисига те нглигини кœрсатади. 2.16-расмдаги мураккаб занжирнинг 1,2,3 ва 4 тугунлари орасида жойлашган контур учун Кирхгофнинг бу šонунига оид šуйидаги мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_{L2}}{dt} - R_3 i_3 - \frac{1}{C_3}\int_0^t i_3 dt - R_4 i_4 = e_1 - e_3 \qquad (*)$$

(Тенгламани тузишда контурни соат милига мос айланишига нисбатан олинган кучланишлар келтирилган).

Асосий тенглама (*) га šœшимча 2 ва 3- тугунлар орасидаги параллел уланган R_2 , L_2 ва C_2 элементлар учун ягона бœлган кучланиш U учун šуйидагини келтириш мумкин:

$$u_{23} = R_2 i_{R2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_{c2} dt \qquad (**)$$

Аммо шуни ќам айтиб œтиш зарурки, Кирхгофнинг иккинчи šонунига оид тенглама тузиш учун танланган контур фašатгина ток œтган йœллар орşали беркитилган бœлиши шарт эмас. Масалан, 2-16-расмдаги 3 ва 4-тугунлар орасидаги кучланишни

$$u_{43} = \widetilde{u}_3 = u_3 - e_3 = R_3 i_3 + \frac{1}{C_3}\int_0^t i_3 dt - e_3$$

шаклда кœрсатсак ва уни 4- тугундан 3- тугунга йœналган деб олсак, мазкур контурнинг ташšи šисми занжирнинг šайси элементларини айланиб œтганинининг ќеч šандай аќамияти йœš. Ундан ташšари тармоšнинг йиђинди кучланишини $\widetilde{u}_3 = u_3 - e_3$ тарзда, яъни ундаги э.ю.к. ни ичига олиб, ёзилиши граф усулини ишлатишда жуда šœл келади.

Шундай šилиб, ќар šандай мураккаб занжирнинг ихтиёрий танланган контури учун Кирхгофнинг иккинчи šонуни

$$\sum_{k=1}^{k=n} u_k = \sum_{k=1}^{k=n} e_k$$

тарзда ёзилиши лозим бœлса, шу ифодани œзини граф усулига мослаганда,

$$\sum_{k=1}^{p} \widetilde{u}_k = 0$$

(бу ерда р - тармоšлар сони) шаклда келтириш мумкин, чунки ќар šандай тартибга эга “к“- тармоšни U_k кучланишда уни таркибидаги э.ю.к. лар ќисобга олинган бœлади.

Худди шунга œхшаш, танланган тармоš ток манбаи I_k билан параллел уланган бœлса, граф усулида таќлил олиб борилаётганда тармоšдаги ток

$i_4 = i_k + I_k$ бœлади ва унга нисбатан Кирхгофнинг биринчи šонуни šуйидагича тузилади:

$$\sum_{k=1}^{p} i_k = 0$$

Масалан, 2.16-расмдаги занжирнинг 4- тармођи учун граф токи $\tilde{i}_4 = (i_4 - I)$ га тенг бœлади.

2.10. Занжир токларининг тугун тенгламалари (граф-схемалари асосида).

Энди юšорида келтирилган ва граф-схемалар учун мосланган Кирхгофнинг биринчи šонуни асосида 2.14-расмдаги занжир токларининг матрицасини тузайлик.

Занжирда q=5 та тугун бор. Аммо улар учун q - 1=4 та мустаšил тенглама тузиш мумкин. Чунки ќар šандай бешинчи тенглама олдинги тœрттадан келиб чиššан бœлади. Ундан ташšари, ќар šандай "к"-тармоšдаги i_k ток, "к"- тугунлар орасида жойлашган бœлса, у тугунларнинг биридан чиšиб, иккинчисига кириб кетаётган бœлади. Умумий ќолатда ихтиёрий тармоš токи $a_{jk}\tilde{i}_k = \pm\tilde{i}_k$ тарзда ёзилиши лозим бœлади (бу ерда: α_{jk} = ±1, ёки 0; агар танланган тугунга тасодифий олинган тармоš токи алоšадор бœлмаса).

Мазкур шартлар бажарилган ќолда Кирхгофнинг биринчи šонуни šуйидагича таърифланади:

$$\sum_{k=1}^{p} a_{jk}\widetilde{i_k} = 0 \qquad \text{(бу ерда j=1,2...., (q=1)}$$

Яна бир марта эслатамизки, “к“- тармоšдаги ток i тегишлича “j“- тугундан чиšаётган бœлса a_{jk} =1, унга кираётган бœлса -а =-1, ва ниќоят мазкур тугунга алоšадор бœлмаса - а =0 бœлади. Мисол учун 2-14-расмдаги занжир учун ёки унинг 2-15-расмдаги граф схемаси учун šуйидагилар мансубдир:

1-тугун учун $-\widetilde{i_6} - \widetilde{i_7} + \widetilde{i_8} = 0$ $a_{10} = -1,$ $a_{17} = -1, a_{18} = 1$

2-тугун учун $\widetilde{i_1} + \widetilde{i_2} + \widetilde{i_8} = 0$

$a_{21} = 1, \quad a_{22} = -1, a_{28} = 1$

3-тугун учун $-\widetilde{i_2} + \widetilde{i_3} + \widetilde{i_5} = 0$ $a_{32} = -1,$ $a_{33} = -1, a_{35} = 1$

4-тугун учун $-\widetilde{i_6} - \widetilde{i_3} - \widetilde{i_5} + \widetilde{i_6} = 0$ $a_{43} = -1,$ $a_{46} = 1, a_{45} = -1 \quad a_{46} = 1$

Мазкур šоидалар 2-8 да келтирилган матрица тузиш šоидаларига мос бœлгани туфайли граф-схема учун ќам токларни бир устунли матрица шаклида “Р“ šаторга ёйиб кœрсатишимиз мумкин:

$$\widetilde{i} = \left\|\widetilde{i_k}\right\| = \begin{vmatrix} \widetilde{i_1} \\ — \quad \widetilde{i_2} \\ \widetilde{i_p} \end{vmatrix}, \qquad \text{(k=1,2,...p)}$$

Бундай устунсимон матрицанинг тартиби (Px1) деб ќисобланса, у р - œ л ч а м л и в е к т о р деб ќам аталади. Ушбу матрицанинг ќар бир šатори учун номери тегишли тугун номерига тœ□ри келган ва Кирхгофнинг биринчи šонунига оид тузилган тенглама коэффициентларидан тузилгандир.

Бошšача айтганда, ихтиёрий тугун учун тузиладиган т у г у н т е н г л а м а с и матрицавий кœпайтма шаклида šуйидагича бœлади:

$$j\begin{bmatrix} a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jp} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \vdots \\ \tilde{i}_p \end{bmatrix} = a_{j1} \cdot \tilde{i}_1 + \dots + a_{jk} \cdot \tilde{i}_k + \dots + a_{jp} i_p = \sum a_{jk} \tilde{i}_k = 0$$

Агар тугунлар сони q бœлса, бундай тенгламалардан (q-1) та тузишга тœ□ри келади, яъни šаторлар сони (q-1) га тенг бœлади. 2.15-расмда келтирилган граф-схема учун šуйидаги матрицани тузиш мумкин: $A\tilde{i} = 0$, ёки

$$A\tilde{i} = \begin{array}{c|cccccccc|} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & & & & & & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & & & & & & -1 \\ 3 & & -1 & 1 & & 1 & & & \\ 4 & & & -1 & -1 & -1 & & & \end{array} \times \begin{vmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_3 \\ \tilde{i}_4 \\ \tilde{i}_5 \\ \tilde{i}_6 \\ \tilde{i}_7 \\ \tilde{i}_8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\tilde{i}_6 - \tilde{i}_7 + \tilde{i}_8 \\ \tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 - \tilde{i}_8 \\ -\tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{i}_5 \\ -\tilde{i}_3 + \tilde{i}_4 + \tilde{i}_6 - \tilde{i}_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = 0$$

Охирги тенгламанинг ќар бир šатори тегишли тугун учун Кирхгофнинг биринчи šонунини акс эттиради.

2.11. Занжир граф-схемасининг контур тенгламалари. Контурлар матрицаси

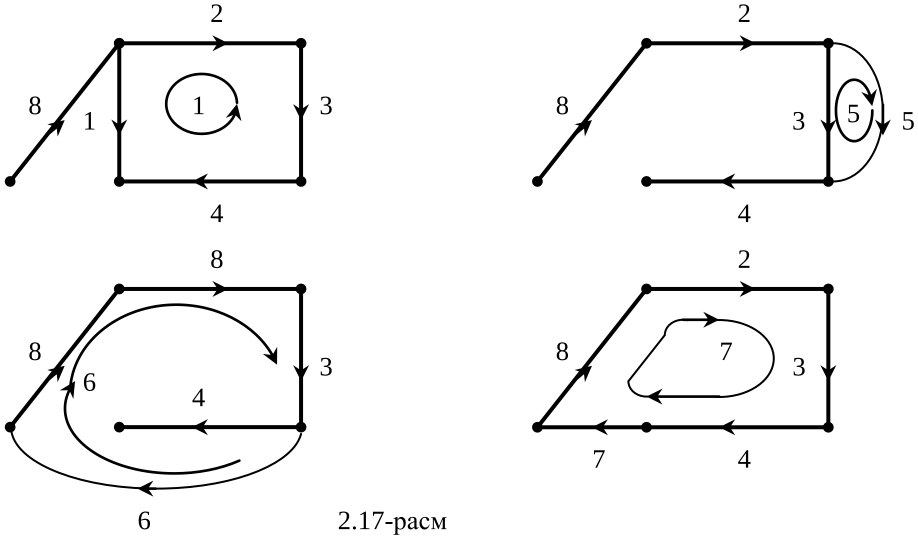
□ар šандай мураккаб занжир учун унинг šаторларига œрнатилган кучланишларга оид Кирхгофнинг иккинчи šонунини šœллар эканмиз, занжирдаги мувозанат тœ□ри акс этилиши учун тузилган тенгламалар œзаро мустаšил бœлиши керак. Бу эса, œз навбатида, танланган контурларнинг œзаро мустаšил бœлишини талаб šилади. Маълумки, бундай талабни бажариш учун танланган контурлар ќеч бœлмаганда œзаро битта янги тармоšša фарšланиши шарт. Иккинчи томондан, биз яхши биламизки, таќлилга керак тенгламалар сони номаълум токлар сонига, яъни тармоšлар сонига тенг бœлиши керак. Агар занжирнинг тугунлар сони q ва тармоšлар сони p бœлса, Кирхгофнинг биринчи šонуни асосида (q - 1) тенглама, иккинчи šонуни асосида эса [p -(q - 1)] тенглама тузилади.

Юšорида айтиб œтилган фикрга кœра, мазкур масала занжирнинг граф-схемасига нисбатан жуда осон ечилади. Ќašиšатдан шундай эканлиги 2.14-расмдаги занжирнинг 2.15-расмдаги граф-схемасидан кœриниб турибди: графнинг дарахти šандай тузилган бœлмасин, у очиš контур бœлиб šолаверади. Демак, бу дарахтнинг (ёки унинг тармоšлар šисмини) бирор граф алоšа тармо□и билан беркитса, дарќол мустаšил контур ташкил топади.

а)

б)

в) г



2.17-расм

Буни 2.17-расмда келтирилган мустašил графли контурлардан кœрса бœлади. 2.17-а расм 1-нчи мустašил контур дарахтининг 2,3 ва 4- тармošларига 1-граф алоšа тармо□и šœшилиши натижасида ḱосил бœлган; расм 2.17,б 5- мустašил контур дарахтининг 3-тармо□и ва графнинг 5- алоšа тармо□и œртасида ḱосил бœлган; 2.17-в расмдаги 6- мустašил контур дарахтининг 8,2 ва 3- тармošларини 6- алоšа тармо□и билан беркитиш натижасида ва 2.17-г расмдаги 7-мустašил контур тœла дарахтга 7-алоšа тармоš šœшилиши натижасида ḱосил бœлган.

Шундай šилиб, биз кœриб чиšаётган занжир учун (2.14-расм) $n = p - (q - 1) = 8 - (5 - 1) = 4$ та мустašил контурга нисбатан Кирхгофнинг иккинчи šонуни асосида тенгламалар тузиш мумкин. Энди граф-схемалар учун контур тенгламалар тузайлик. Бу тенгламалар 1,5,6 ва 7- контурларга тегишлидир. Танланган контур ичига кирган ихтиёрий “к“-

тармоšнинг кучланишини u_k деб оламиз ва унинг ишорасини айланиш йœналишига бођлаймиз. Мазкур йœналиш эса алоšа тармоšнинг йœналишига мос келади, яъни ихтиёрий тармоš кучланиши $b_{sk}\widetilde{u}_k = \pm\widetilde{u}_k$ тарзда ёзилиши лозим бœлади (бу ерда b_{sk} = 1, ёки 0; агар “к“- тармоš “s“- контурга кирмаса). Натижада, Кирхгофнинг иккинчи šонуни граф-схема учун

$$\sum_{k=1}^{p} b_{sk}\widetilde{u}_k = 0, \qquad s = q \div p$$

шаклида ёзилади. Масалан, 1- контур учун (2.17-а расм)

$$\widetilde{u}_1 - \widetilde{u}_2 - \widetilde{u}_3 - \widetilde{u}_4 = 0; \; b_{11} = 1, \; b_{12} = -1, \; b_{13} = -1, \quad b_{114} = -1,$$

Бешинчи контур учун (2.17-б расм):

$$-\widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_5 = 0; \qquad b_{53} = -1, \qquad b_{55} = 1,$$

Олтинчи контур учун (2.17-в расм)

$$\widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_6 + \widetilde{u}_8 = 0; \; b_{62} = 1, \quad b_{63} = 1, \quad b_{64} = 1,$$

$$b_{66} = 1, \quad b_{68} = 1,$$

Еттинчи контур учун (2.17-г расм):

$$\widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_7 + \widetilde{u}_8 = 0; \quad b_{72} = 1, \quad b_{73} = 1, \quad b_{74} = 1,$$

$$b_{77} = 1, \quad b_{78} = 1,$$

Энди коэффициентлардан шундай жадвал-матрица В тузамизки, унинг šаторлар сони мустаšил контурлар сонига, устунлар сони эса - тармоšлар сонига тенг бœлади. Жадвал катакларидаги сонлар

+1,-1 ва 0 бœлиши мумкин: биринчи ќолда “к“-тармošдаги йœналиш “s“- контур йœналишига мос, иккинчи ќолда - улар бир-бирига тескари ва учинчи ќолда “к“- тармoš “s“- контурга кирмаган бœлади. Бундай матрица - к о н- т у р л а р м а т р и ц а с и деб аталади.

Агар тармošлардаги кучланишларни бир устун ва “Р“ šатордан иборат матрица шаклида ифодаламošчи бœлсак, унда

$$\widetilde{u} = \left\| u_k \right\| = \begin{vmatrix} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_2 \\ . \\ . \\ \widetilde{u}_p \end{vmatrix}, \qquad (k=1,2,..., p)$$

шаклли матрицанинг тартиби (px1) деб ќисобланади. Шундай šилиб, ихтиёрий контур (šатор) учун тузиладиган контур тенгламаси матрицавий кœпайтма шаклида šуйидагидек бœлади:

$$s\left[b_{s1}\right]\left\|b_{s2}\right\| \; \left\|b_{sp}\right| * \begin{vmatrix} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_k \\ \widetilde{u}_p \end{vmatrix} = b_{s1}\widetilde{u}_1 + b_{s2}\widetilde{u}_2 + ... + b_{sp}\widetilde{u}_p = \sum_{k=1}^{p} b_{sk}\widetilde{u}_k = 0$$

вектор катор (Px1) вектор-устун (Px1) матрица (1x1).

Мазкур тенглама ихтиёрий мураккабликка эга бœлган граф-схема учун - алošали структурали матрица тузишда ишлатилиши мумкин.

Натижавий матрица умумий ḱолда Вй кœринишда ёзилади. 2.14-расмдаги схема учун šуйидагича ифодаланади:

$$B\tilde{u}=\begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & & & & \\ 5 & & & -1 & & 1 & & & \\ 6 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & & 1 \\ 7 & & 1 & 1 & 1 & & & 1 & 1 \end{array} \times \begin{array}{c} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \\ \tilde{u}_3 \\ \tilde{u}_4 \\ \tilde{u}_5 \\ \tilde{u}_6 \\ \tilde{u}_7 \\ \tilde{u}_8 \end{array} = \begin{array}{c} \tilde{u}_1-\tilde{u}_2-\tilde{u}_3-\tilde{u}_4=0 \\ -\tilde{u}_3+\tilde{u}_5=0 \\ \tilde{u}_2+\tilde{u}_3+\tilde{u}_4+\tilde{u}_6+\tilde{u}_8=0 \\ \tilde{u}_2+\tilde{u}_3+\tilde{u}_4+\tilde{u}_7+\tilde{u}_8=0 \end{array} = \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} = 0$$

Бу ердаги $b\tilde{u}$ матрица кœпайтмасининг ḱар бир šатори тегишли контурнинг Кирхгофнинг иккинчи šонуни асосида ёзилган тенгламасини акс эттиради. Яна бир марта шуни эслатиб œтамизки, занжирдаги э.ю.кларни тегишли тармošнинг умумий кучланиши œз ичига олган:

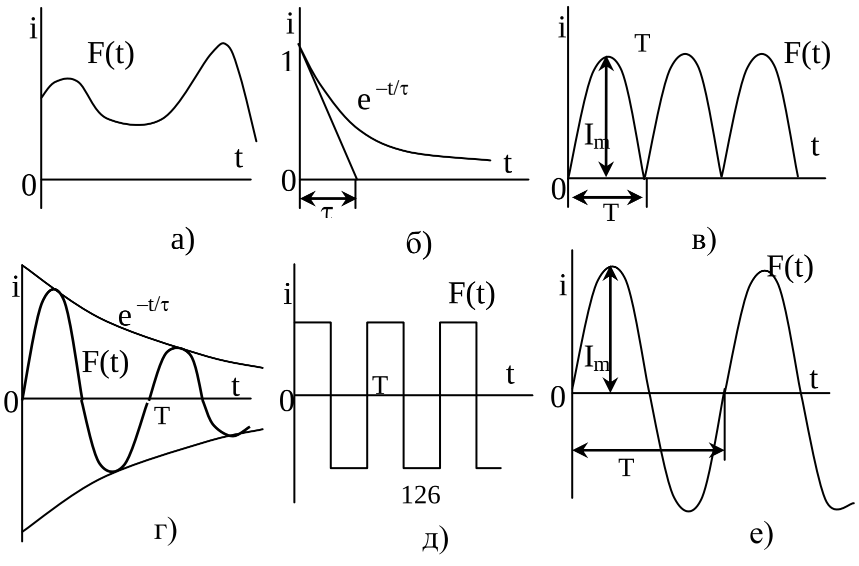
$$\tilde{u}_k = u_k - e_k$$

II ŠИСМ. ЧИЗИŠЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ

III БОБ
БИР ФАЗАЛИ СИНУСОИДАЛ ŒЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИ

3.1. Синусоидал œзгарувчан электр юритувчи куч ва токлар

Амалда электромагнит энергияни бир турдан бошšа турга айлантиришнинг барча физик



3.1-расм

жараёнлари ќозирги замон электротехникасининг (электр машиналар, электроника, радиотехника, алоšа, электроавтоматика, ярим œтказгичлар, ќисоблаш техникаси ва бошšалар) асосини ташкил этади; яъни э.ю.к., кучланиш, ток ва бошšа электромагнит миšдорларнинг ваšт бœйича œзгариши билан бо□лиš бœлади. Бундай миšдорларни œзгарувчан токнинг асосий тушунчалари билан умумлаштириб, œзгарувчан ток šонуниятлари шунга œхшаш œзгарувчан миšдорларга ќам тааллуšли эканлигини айтиб œтамиз.

Умуман, œзгарувчан ток ваšт бœйича маълум šонунга кура œзгаради, яъни токнинг миšдори ваštнинг функциясидир:

$$i = F(t)$$

бунда i - токнинг оний šиймати, t - ваšт,

Œзгарувчан токни учта турга бœлиш мумкин:

1) миšдори œзгарувчан, аммо йœналиши œзгармас (пульсацияланувчи) ток (3.1-а,б ва в расм);

2) миšдори ва йœналиши œзгарувчан ток (3.1-г,д ва е расм);

3) даврий œзгарувчан ток (3.1- в.д ва е расм).

Даврий œзгарувчан токнинг оний šийматлари давр деб аталадиган тенг ваštлар ичида маълум šонуниятлар билан такрорланиб туради, яъни:

$$i = F(t) = F(t + kT), \qquad \text{(k=1,2,...n)}$$

Масалан, 3.1- е расмдаги даврий синусоидал токнинг ифодаси šуйидагича:

$$i = I_m \sin 2\pi \Big/ T^{*} t = I_m \sin 2\pi f^{*} t = I_m \sin \omega t$$

бунда f = 1/T - токнинг частотаси (такрорийлиги), (герц): 1 Гц - 1/сек.

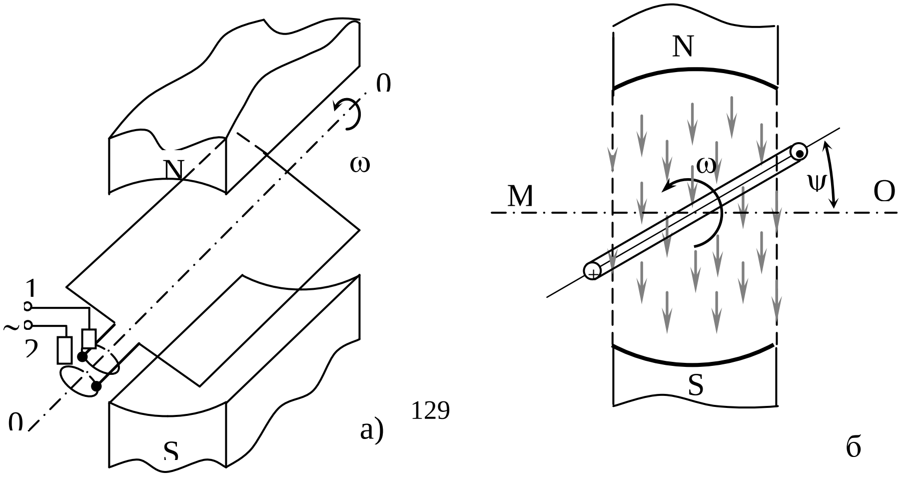
Бу ќолда, токнинг йœналиши биринчи ярим давр (0 < t < T/2) давомида мусбат, иккинчи ярим давр (T/2 < t < T) давомида манфий деб ќисобланади. Bašт t = 0, T/2, T ва ќ.к. бœлганда занжирдаги ток нолга тенг.

Электротехникада ишлатиладиган даврий токларнинг частоталари доираси жуда кенг бœлиб, герцнинг œндан биридан тортиб, то миллиардларга тенг бœлган šийматларни ташкил этади. Электротехникадаги стандарт частоталар Ўрта Осиё ва Европада 50 Гц, AŠШда, Осиё ва Африкадаги айрим мамлакатларда 50 - 60 Гц частота ишлатилиши šуйидагилар билан бо‌лиš: частоталарнинг 50 - 60 Гц дан кичик šийматларида электр машиналар ва трансформаторларнинг œлчамлари катталашиб, таннархи ортади. Шунингдек, электр лампочкалар ёру‌лигининг липиллаши кœзга сезиларли бœлади. Частотани 50 Гц дан бирмунча орттириш электр машиналарида энергия исрофининг ортишига сабаб бœлиб, ќосил бœладиган œзиндукция э.ю.к. ва электр сиғими ќодисалари œзгарувчан ток šурилмаларининг ишига салбий таъсир šилади.

Симли алоšа техникасида ва саноат электроникасида частотаси 100 Герцдан 10 000 Герцгача бœлган токлар ишлатилади. Радиотехника ва телевидениеда частотаси œнлаб килогерц ва мегагерцларгача (1 мГц = 10 Гц) бœлган токлардан фойдаланилади.

3.2. Бир фазали синусоидал œзгарувчан ток

Œзгарувчан токнинг энг кœп тарšалган манбаларидан бири механик энергияни электр энергиясига айлантириб берувчи (синхрон) генератордир. Šœзғалмас магнитли (электромагнитли) электр машина оддий бир фазали œзгарувчан ток генератори бœлиб, унинг магнит майдонида рамка



3.2-расм

кœринишидаги œрамли алтак 00′ œš атрофида айланади (3.2-а расм). алтакнинг иккала учи айланаётган ќалšаларга уланган, бу ќалšаларга эса 1-2 šисмаларига уланган чœткалар тегиб туради. 3.2-б расмда битта œрамдан иборат рамканинг кœндаланг кесими кœрсатилган, у бурчак тезлик билан соат мили йœналишига тескари йœналишда айланса, рамкада унинг юзасига пропорционал бœлган э.ю.к. e = -dφ/dt ќосил бœлади, бунда Ф - рамка юзасига тик œтган магнит оšим. Ифода олдидаги манфий ишора э.ю.к. нинг уни ќосил šилган кучга нисбатан ќар доим šарама-šарши йœналганлигини билдиради. Œрамнинг юšори кесимидаги • ишора шартли равишда унда индуктивланган э.ю.к. йœналишининг расмдан бизга, пастки кесимидаги ишора ⊕ эса биздан расмга бœлганини билдиради.

Рамка текислиги горизонтал вазиятни эгаллаганда (рамканинг бошланич бурилиш бурчаги Ψ = 0) унинг юзасини магнит оšим куч чизиšлари энг кœп миšдорда кесиб œтиб, магнитавий оšимнинг оний šиймати рамка текислигига нисбатан

$$\Phi = \Phi_{\max} \cos \omega t$$

šонуният билан, рамканинг айланиши ќисоблаш œši MQ га нисбатан ψ бурчак остида бœлганда айлана бошласа, $\Phi = \Phi_m \cos(\omega t + \Psi)$ (бунда $\Phi_m = \Phi_{max}$) šонуният билан œзгаради. Бу оšим šуйидаги э.ю.к.ни индукциялайди:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega\Phi_m \sin(\omega t + \Psi_e) = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) \qquad (3.1)$$

бунда: $E_m = \omega\Phi_m$ - э.ю.к. амплитудаси, чунки ω [1/сек] нинг оšимга кœпайтмаси (1 Вб=1В*1сек) œлчов бирлиги бœйича 1 Вольт. Бу ерда: ω - œзгарувчан синусоидал э.ю.к.нинг бурчак частотаси (рад/сек); $(\omega t+\psi_e)$ - t ваšтдаги э.ю.к.нинг фазаси; ψ_e - бошланђич фаза, яъни t=0 бœлгандаги фаза.

Агар генераторнинг 1-2 šисмаларига юклама šаршилигини уласак, ундан šуйидаги ток œта бошлайди:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \qquad (3.2)$$

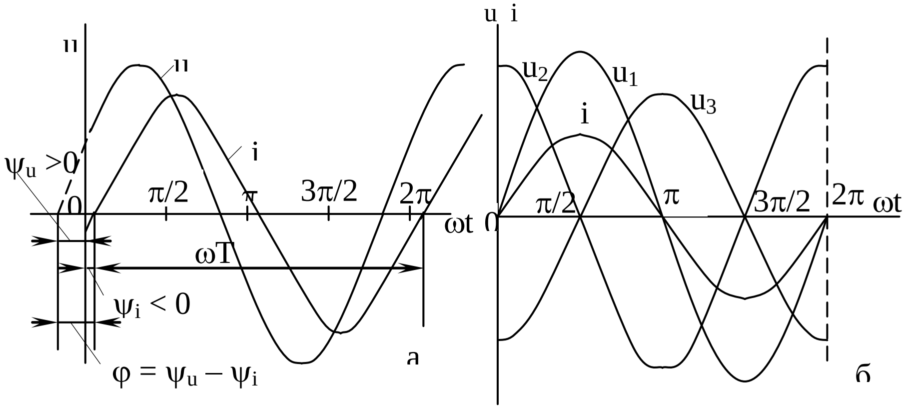
бунда I_m - ток амплитудаси; ψ_i - унинг бошланђич фазаси. Юклама šисмаларида ќосил бœлган кучланишнинг тушуви:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \qquad (3.3)$$

бунда: U_m - кучланиш амплитудаси; ψ_u - унинг бошланђич фазаси. Юšорида кœрсатилганидек, œзгарувчан токнинг бурчак частотасини šуйидагича ёзиш мумкин:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (3.4)$$

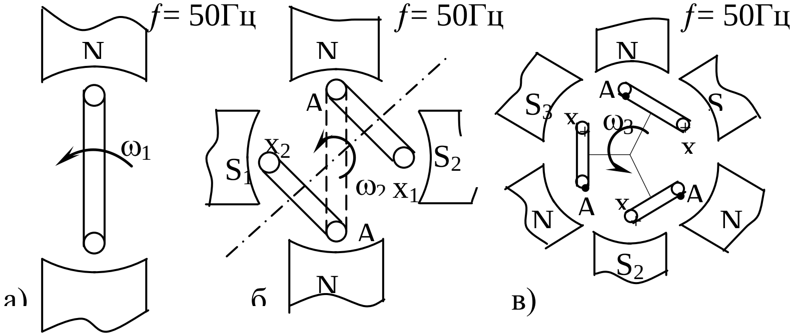
(бу ерда: f = 1/T чизиšли частота, ёки соддалаштирилганда - частота). Бу ифода œзгарувчан ток фазасининг 1 секундда неча радиан œзгаришини кœрсатади. Масалан, f=50 Гц частота учун бурчак частота ω =314 рад/сек. Тажриба шуни кœрсатадики, э.ю.к., кучланиш ва токлар оний šийматларининг ваšт бœйича эмас, балки ωt (рад) бурилиш бурчагига (фазасига) бођлиš равишда графиклар (диаграммалар) ёрдамида кœриш šулайроšдир. 3.3-расмга кœра мусбат бошланђич фазалар (ψ_u > 0) координаталар бошидан чапга, манфийлари (ψ_i<0) эса œнгга šœйилиши керак. Бунда манфий šийматлардан мусбат šийматларга œтиш нуšтасидан функциянинг мусбат йœналишдаги синусоидаси бошланади.



3.3-расм

Агар иккита бир хил частотали $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$ ва $i = I_m \sin\omega t$ синусоидал миšдорлари бир хил бошланђич $\psi_{u1} = \psi_i = 0$ фазаларга эга бœлса, уларнинг йœналишлари фаза жиќатдан мос дейилади (3.3-расм). Агар синусоидал кучланишлар u_2 ва u_3 нинг бошланђич фазалари фарšи $\psi_{u2} - \psi_{u3} = \pm \pi$ га тенг бœлса, у ќолда, улар šарама-šарши фазали дейилади (3.3-расм) ва ниќоят $\psi_i - \psi_{u2}$, ёки $\psi_i - \psi_{u3} = \pm \pi/2$ бœлса у ќолда
ток i ва кучланиш u_2 (ёки u_3) квадратурада (3.3-расм) бœлади. 3.3-расмдаги ќолда u кучланишнинг оний šиймати i токнинг оний šийматига нисбатан $\varphi = \psi_u - \psi_i$ бурчакка œтади.

Юšорида айтилганидек, бизнинг халš хœжалигимизда ишлатиладиган электр ток частотаси f=50 Гц. Бу œзгармас катталикка эга бœлган параметр барча электростанциялардаги генераторларнинг айланиш тезлиги ќар хил бœлишига šарамасдан бир меъёрда ушлаб турилади. 3..2-б расмдаги бир жуфт šутбли генераторнинг ток ќосил šилувчи рамкаси œз œšи атрофида 1 секунд ваšт ичида 50 марта айланса, ундаги ток (э.ю.к.) частотаси f = 50 Гц бœлади. Худди шу тезликда (яъни n_0 =50 айл/сек, ёки n_0 =3000 айл/мин.), иссиšлик электростанциялардаги турбогенераторлар буђ турбиналари ёрдамида айлантирилади. Аммо бу жуда катта тезлик ќисобланади ва ќар šандай шароитларда механик энергиянинг электр энергияга айланишини бу тезликда таъминлаб бœлмайди. Масалан, жуда катта šудратга эга бœлган ва дарё сувлари ёрдамида ишлайдиган сув турбиналари (гидротурбиналари) ќам минутига энг кœпи билан бир неча юз марта айлана олади, холос. Демак, 3.2-б расмдаги генератор токи бундай кичик тезликларда 5-15 Гц дан ошиš частотага эга бœла олмайди. Генератор ишлаш принципидан кœриниб турибдики, уни ќосил šилаётган э.ю.к. (ёки ток) частотаси фаšатгина айланиш тезлигига бођлиš бœлмай, балки магнит šутблар сонига ќам бођлиšдир. 3.4-а расмда келтирилган бир жуфт (р=1) šутбга эга бœлган генераторда f=50 Гц частотали ток олиш учун рамкани 1 секунд ичида эллик марта айлантириш керак бœлса, икки жуфт (р=2) šутбли генераторда (3.4-б расм) бир секунд ичида йигирма беш марта



$p_1 = 1, n_{01} = 3000\frac{айл}{мин}$ $\quad$ $p = 2, n_{02} = 1500\frac{айл}{мин}$ $\quad$ $p = 3, n_{03} = 1000\frac{айл}{мин}$

3.4 - расм

айлантириш кифоя. Ќašišатан ќам, рамканинг тегишлича N_1 ва S_1 (яъни, шимол ва жануб) šутблар тагида жойлашган А ва Х томонлари бир марта тœла айланиб чиšиб, œз жойига šайтиб келса, œрамдаги ток икки тœла даврли œзгаришдан œтади.

Яъни, бир хил тезликда айланувчи рамка икки šутбли генераторга нисбатан тœрт šутбли генераторда частотаси икки баробар катта э.ю.к. (ёки ток) ќосил šила олади. Лекин ток частотаси иккала генераторда ќам бир хил бœлсин десак, тœрт šутбли генераторнинг ток ќосил šилувчи œрамларини икки марта кичикроš тезликда айлантириш керак бœлади. Худди шундай генераторнинг šутблар сони олтита бœлса (3.4-в расм) бир šутбли генератор билан бир хилда частота ишлаб чиšариш учун унинг тезлигини уч баробар камроš олиш лозим ва ќ.к. Бундан чиšадики, генератор токининг частотаси унинг šутблар сони ва тезлиги билан šуйидагича боđланган:

$$f = \frac{pn_o}{60}$$

(бу ерда p - жуфт šутблар сони, n_0 - айланиш тезлиги; айл/мин).

Жумлани якунлаб, шуни эслатиб œтамизки, šутблар сони ошган сари генератор ичида айланувчи рамкалар сонини ќам ошириб бориш маšсадга мувофиšдир. Улардаги бир хил э.ю.к. га эга бœлган элементар рамкалар (A_1 x_1 , A_2 x_2 ,... A_p x_p) œзаро кетма-кет, ёки параллел уланган ќолда ишлаб чиšарилаётган умумий э.ю.к. ёки токни зœрайтиришга сабаб бœлади.

3.3. Œзгарувчан токнинг эффектив ва œртача šийматлари

Œзгарувчан ток ќам œзгармас ток каби электр занжирда маълум ишни бажаради: симларни šиздиради, магнит ва электр майдонлар ќосил šилади, электр кучларини ќосил šилишга сабабчи бœлади ва ќ.к. Кœп ќолларда электр токи бажарган иш шу ток кучининг квадратига пропорционалдир. Масалан, šаршилиги R бœлган œтказгичдан T ваšт давомида œзгармас ток I œтганда ажралиб чиššан иссиšликнинг бажарган иши

$$A = I^2RT \qquad (3.5)$$ бœлади.

Шу занжирдан œша Т вašт (аввалгига тенг вašт) давомида миšдори œзгармас токнинг иссиšлик эффектини берувчи œзгарувчан ток œтганда унинг бажарган иши

$$A = \int_{0}^{T} i^2 R dt \qquad (3.6)$$

бœлади.

Агар t вašтни даврий œзгарувчан токнинг даври Т га тенг десак, у ќолда œзгармас ва œзгарувчан токларнинг бажарган ишлари бœйича эквивалентлик шарти:

$$I^2 RT = \int_{0}^{T} i^2 R dt$$

ёки

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} i^2 dt$$

бундан:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{0}^{T} i^2 dt}$$

Бу синусоидал (œзгарувчан) токнинг œрта квадратик ёки эффектив šиймати дейилади ва шундай миšдордаги œзгармас токка эквивалент бœлади. Синусоидал ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ учун

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2\sin^2(\omega t+\psi_i)dt}=\sqrt{\frac{I_m^2}{2T}\int_0^T\left[1-\cos(2\omega t+2\psi_i)\right]dt}=$$

$$=\sqrt{\frac{I_m^2}{2}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad (3.8)$$

чунки $\int_0^T \cos(2\omega t+2\Psi_i)dt=0,$ яъни синусоида (ёки косинусоида) мусбат ва манфий ярим тœлšинлари юзаларининг йиђиндиси нолга тенг.

Шундай šилиб, синусоидал токнинг эффектив šиймати унинг амплитуда (максимал) šийматидан $\sqrt{2}$ марта кичик. Шунга œхшаш, синусоидал э.ю.к ва кучланишларнинг ќам эффектив šийматлари тегишлича

$$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad \text{ва} \quad U=\frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad (3.9)$$

бœлади.

Синусоидал миšдор амплитудасининг унинг эффектив šийматига нисбати $k_a=\sqrt{2}$ а м п л и т у д а к о э ф ф и - ц и е н т и деб аталади.

Занжирдан œзгарувчан ток œтганда унда

$$q=\int_0^t idt$$

šуйидаги миšдордаги электр заряд айланиб (циркуляцияланиб) юради:

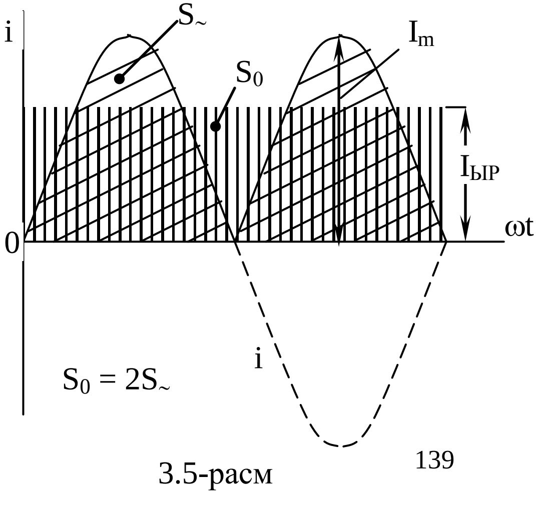
Бу катталик сон жиќатидан ток синусоидасининг (3.1-е расм) t =T/2 ваšт оралиђи учун олинган ярим тœлšин билан чегараланган юзага тенг. Аммо œзгарувчан токнинг тœла даврида занжирга šандай миšдордаги электр заряди келтирилса, манбага шунча миšдордаги электр заряди šайтарилади. Шу туфайли электр зарядлари миšдорларининг йиђиндиси:

$$\sum q = \int_0^T idt = \int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i)dt = -\frac{I_m}{\varpi}\left|\cos(\omega t + \Psi_i)\right|_0^{2\pi} = 0$$

Демак, œзгарувчан токнинг тœла даври œртача šиймати нолга тенг; чунки

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i)dt = -\frac{I_m}{\varpi T}\left|\cos(\omega t + \Psi_i)\right|_0^{2\pi} = 0$$

Агар œзгарувчан токнинг иккала йœналишида ќам šандайдир миšдорда электр заряди олиб œтилиши ќисобга олинса, у ќолда унинг œртача šий-матини œшандай ваšтда шунча



3.5-расм

миš-дордаги электр за-ряди олиб œтувчи œзгармас токнинг œртача šиймати би-лан солиштириш маšсадга мувофиš. Масалан, œзгарув-чан токни (3.5-расм) œзгармас токка айлантириш зан-жирларида œзгарув-чан токнинг даври учун œртача šийма-ти асоси Т бœлган тœђри тœртбурчакнинг баландлигини ифодалайди, унинг юзаси эса ток i = $I_m \sin\omega t$ нинг мусбат ярим тœлšин чегаралаган юзасига тенг, яъни

$$I_{\text{ўр}} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\omega t * dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \cong 0{,}91 \quad (3.10)$$

Шундай šилиб, œзгарувчан токнинг œртача šийматини мусбат ярим тœлšиннинг бирлик ваšти учун, яъни (3.10) бœйича ќисоблаш šабул šилинган. Ток эффектив šийматининг œртача šийматига нисбати $I: I_{ур}$ синусоида шаклининг эгри-лиги, яъни ф о р м а к о э ф ф и ц и е н т и $K_Ф$ ни ифодалайди:

$$K_ф = \frac{I}{I_{ур}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cong 1{,}11 \qquad (3.11)$$

Шунга œхшаш э.ю.к. ва кучланишнинг œртача šийматлари:

$$E_{\text{—р}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}E \quad \text{ва} \quad U_{\text{—р}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}U$$

Амалда даврий œзгарувчан магнит ošим (Ф)дан ќосил бœлган э.ю.к. нинг œртача šиймати илашган магнит оšим ψ - нинг максимал ва минимал šийматлари орšали ифодаланади:

$$E_{yp} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} e dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \left(-\frac{d\Psi}{dt}\right) dt = -\frac{2}{T}\int_{\Psi_{maks}}^{\Psi_{\min}} d\Psi =$$

$$= 2f(\Psi_{maks} - \Psi_{\min}),$$

чунки э.ю.к. $\psi = \psi_{max}$ ва $\psi = \psi_{min}$ бœлганда нол šийматлардан œтиб, магнит оšим максимум ва минимум оралиšда œзгарганда у мусбат бœлади. Симметрик эгри чизиš ψ (ωt) учун: $\psi_{макс} = -\psi_{мин} = \psi_m$, у ќолда $E_{ур} = 4f\ \psi_m = 4f\ w\ Ф$, бунда w - э.ю.к. индуктивланадиган чулђамнинг œрамлари сони; Ф - магнит оšим.

Бу э.ю.к.нинг эффектив šиймати тегишлича:

$$E = K_ф * E_{ур} = 4{,}44\ fw\ Ф \qquad (3.12)$$

бœлади.

Тœђрилагич схемали магнитоэлектрик система асбобларидан ташšари (булар œртача šийматни œлчайди), œзгарувчан токни œлчаш учун мœлжалланган барча асбоблар (электромагнит, электродинамик ва б.) унинг эффектив šийматини œлчайди.

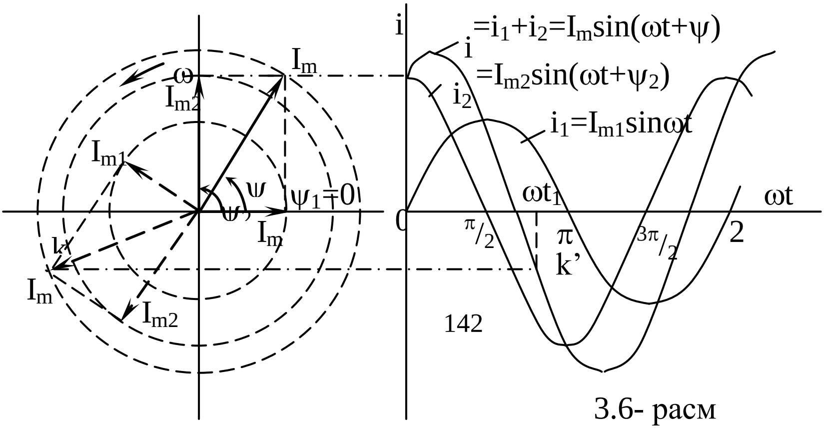
3.4. Синусоидал функцияларни айланувчи векторлар ёрдамида ифодалаш. Вектор диаграммалар

Синусоидал œзгарувчан ток электр занжирларини ќисоблаш, œзгармас ток занжирларини ќисоблаш каби тригонометрик функциялардан иборат турли алгебраик амалларни (масалан, токларни, кучланишларни ва э.ю.к.ларни Кирхгоф šонунлари бœйича šœшиш ва айириш амалларини) бажариш билан бођлиš. Ќатто бир хил частотали иккита

$$i_i = I_{m1}\sin(\omega t + \psi_1) \quad \textbf{ва} \quad i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \psi_2)$$

синусоидал миšдорни оддий усулда šœшиш (ёки айириш) уларнинг ќар бирини синусоидал ва косинусоидал ташкил этувчиларга ажратиш билан бођлиš бœлган мураккаб тригонометрик алмаштиришларни талаб šилади. Масалан, юšоридаги иккита синусоидал функциянинг йиђиндисини олсак,

$$i = i_1 + i_2 = \left(I_{m1}\cos\psi_1 + I_{m2}\cos\psi_2\right)\sin\omega t + \left(I_{m1}\sin\psi_1 + I_{m2}\sin\psi_2\right)\cdot$$
$$\cdot\cos\omega t = I_m\sin\left(\omega t + \psi\right),$$



3.6- расм

бунда $I_m = \sqrt{I_{m1}^2 + I_{m2}^2 + 2I_{m1}I_{m2}\cos(\Psi_1 - \Psi_2)}$ - токнинг амплитудаси, $\Psi = arctg\frac{I_{m1}Sin\Psi_1 + I_{m2}Sin\Psi_2}{I_{m1}\cos\Psi_1 + I_{m2}\cos\Psi_2}$ - унинг бошланђич фазаси.

Бу ќолда, токнинг амплитудасини ва бошланђич фазасини аниšлаш векторларни геометрик šœшишдан иборат бœлади. Уларнинг модули токларнинг амплитудасига тенг бœлиб, токларнинг бошланђич фазасининг силжиш бурчаклари бирор œšša нисбатан олинади (3.6-расм).

3.6-расмда келтирилган вектор диаграмма i_1, i_2 ва i_3 токларнинг t=0 ваšтда олинган амплитуда ва фаза нисбатларининг геометрик ифодаси бœлади. Ваšт œзгариши билан бу токларнинг фазалари бир хилдаги ωt бурчакка ортиб боради. Бу эса уччала векторларнинг +I œšša нисбатан соат стрелкасига тескари йœналишда бир ваšтда ωt бурчакка бурилишига тенг. Бошšача šилиб айтганда, токларнинг ваšт бœйича ќаракатини бурчак частотага тенг ω бурчак тезлик билан айланаётган векторларнинг даврий функцияси тарзида ифодалаш мумкин. Ток векторлари ќаракат траекториясининг проекциясини

i œšša i (t) [ёки i (ωt)] эгри чизišлар тарзида тушириб, синусоидал миšдорларни айланувчи векторлар билан алмаштириш мумкинлигига тœла ишонч ќосил šиламиз (масалан, К нуšтадан К′ нуšтагача œтишни кœринг). Демак, синусоидал э.ю.к. кучланиш ва токлар (сонидан šатъи назар) устида ќар šандай алгебраик амалларни (уларни берилган шартли векторлар билан алмаштириб) бажариш мумкин. Векторларга œтишда šуйидаги шарт ва šоидаларни доимо ёдда тутиш керак:

1. Векторларга фašат бир хил ω частотали синусоидал миšдорлар бœлгандагина œтиш мумкин.

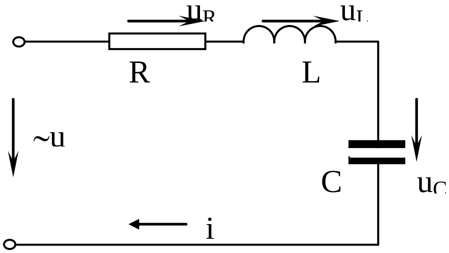
2. Ифодаловчи векторлар назарий механикадаги каби фазовий векторлар бœлмасдан, вašт бœйича œзгарадиган векторлардир. Уларнинг модуллари тегишлича амплитудавий миšдорларни ифодаласа, йœналишлари орасидаги бурчаклар берилган синусоидал миšдорларнинг (вašт бœйича) фазавий силжишини ифодалайди. Масалан фаза П/2 ни ташкил этса, œзгарувчи миšдорлар Т/4 даврга силжиганини билдиради.

3. Векторли ифодага t=0 да œтилади, барча тегишли ќисоблашларни ω частотани ќисобгa олмасдан бажариш мумкин; чунки ќар šандай t ≠ 0 да векторларнинг œзаро жойланиши œзгармайди (3.6-расм, ωt =ωt фазадаги ќолатни кœринг).

3.5. Резистор, индуктив ђалтак ва конденсатор кетма-кет уланган занжирдаги турђун (œрнашган) ток

Параметрлари R,L ва C бœлган ва кетма-кет уланган оддий занжир $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ синусоидал кучланиш манбаига уланган деб фараз šилайлик (3.7-расм). Бу кучланиш туфайли занжирдан $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ ток œта бошлайди.

Занжир параметрлари чизиšли бœлганлиги туфайли ток синусоидал šонун бœйича œзгаради. Умуман олганда, бу токнинг фазаси манба кучланиши фазасига нисбатан $\varphi = \psi_u - \psi_i$ бурчакка силжиган бœлиши мумкин. Бу бурчак с и л ж и ш б у р ч а г и φ деб аталади. Ќисоб-лашни соддалаштириш маšсадида $\psi_i = 0$ (ёки $\psi_u = \varphi$) деб оламиз. У ќолда занжирдаги токнинг амплитудасини ва занжир элементларидаги (šисмаларидаги) оний кучланишларни аниšлаш осонлашади. Кирхгофнинг иккинчи šонунига кœра



3.7- расм

$u_R + u_L + u_C = u$ ёки

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = U_m Sin(\omega$$

(3.12)

бунда: u_R - резистор R даги кучланишнинг пасайиши; u_L ђалтак L нинг šисмаларидаги кучланиш; u_C - конденсатор C нинг šопламаларидаги кучланиш. (3.12) тенгликда $i = I_m \sin\omega t$ деб олинса, šуйидаги келиб чиšади:

$$RI_m \sin\omega t + \omega LI_m \cos\omega t - \frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t = U_m \sin(\omega t + \varphi) =$$

$$= U_m \cos\varphi \cdot \sin\omega t + U_m \sin\varphi \cdot \cos\omega t \qquad (3.13)$$

(3.13)тенгликнинг чап ва œнг šисмаларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left.\begin{array}{l} RI_m = U_m \cos\varphi \\ \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right) I_m = U_m \sin\varphi \end{array}\right\} \qquad (3.14)$$

бœлади. (3.14) даги φ бурчакни йœš šилиш маšсадида уни квадратга оширсак ва šœшсак šуйидагини ќосил šиламиз:

$$I_m^2\left[R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2\right]=U_m^2$$

ёки

$$I_m=\frac{U_m}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}} \qquad (3.15)$$

Бу œзгарувчан токнинг амплитуда миšдори бœлиб, кетма-кет уланган занжир учун Ом šонунини ифодалайди. Эффектив šийматларга œтсак,

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}} \qquad (3.16)$$

бœлади. Илдиз остидаги ифода занжирнинг šаршилик бирлигида œлчанадиган тœла šаршилиги (Z) деб аталади:

$$Z=\sqrt{R^2(x_L-x_C)^2}=\sqrt{r^2+x^2} \qquad (3.17)$$

бунда: R - актив šаршилик (Ом); $x=(x_L - x_c)$ - занжирнинг реактив šаршилиги (Ом);$x_L = \omega L$ - ђалтакнинг индуктив šаршилиги (Ом); x_C =1/ωC -конденсаторнинг сиђим šаршилиги (Ом).

(3.14) дан кучланиш u билан ток i орасидаги фазавий силжиш бурчаги

$$\varphi = arctg\,\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega c}}{R} \qquad (3.18)$$

бœлади.

Шунингдек, (3.13) дан айрим R, L ва C элементлардаги оний кучланишларнинг šийматларини аниšлаш мумкин:

$$U_R = Ri = RI_m Sin\omega t = U_{Rm} * Sin\omega t \qquad (3.19)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega L I_m Cos\omega t = U_{L\max} Sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$u = \frac{1}{C}\int idt = -\frac{I_m}{\omega C} Cos\omega t = U_{c\max} Sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

(3.20)

Бу кучланишларнинг фазаларини ток i = I_m Sinωt нинг фазаси билан taššослаб, šуйидаги хулосага келиш мумкин. Резистордаги кучланиш фазаси ток фазаси билан мос тушади, индуктивлик ва сиђимдаги u_L , u_c кучланишлар эса у билан квадратурада бœлади.

Бунда индуктив кучланиш U_L токдан $\pi/2$ бурчакка (ёки ваšт бўйича Т/4 даврга) ўзиб боради, сиђим кучланиш U_C эса токдан $\pi/2$ бурчакка орšада šолади.

3.8-расмда ток ва кучланишларнинг эффектив миšдорлари учун вектор диаграммаси ва оний šийматлари учун эгри чизиšлар берилган.

Расмдан актив šаршилик R≠0 бўлганда занжир учун берилган кучланишнинг бошланђич фазаси $\psi_u = \varphi$ реактив элементлардаги кучланишларнинг нисбатига бођлиš бўлиши кўриниб турибди:

1) $U_L > U_C$ (ёки $X_L > X_C$) бўлганда, у мусбат ($\varphi > 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка оршада шолади;

2) $U_L < U_C$ (ёки $X_L < X_C$) бўлганда, у манфий ($\varphi < 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $U_L = U_C$ (ёки $X_L = X_C$) бўлганда, у нолга тенг ($\varphi = 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланиш билан устма-уст тушади.

Биринчи ќолда занжир актив-индуктив, иккинчи ќолда актив-сиђим ва учинчи ќолда эса актив резонансли деб аталади. Резонансли ќолат кейинрош кўриб чишилади. Шундай шилиб φ бурчак $-\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$ оралишда (чегарада) ўзгаради.

Энди (3.14), (3.17) ва (3.18) тенгламалар асосида актив R, индуктив X_L ва сиђим X_C шаршиликлар кетма-кет уланган занжир учун шуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{array}{l} U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}=\sqrt{U_R^2+\left(U_L-U_C\right)^2}=Iz \\ U_L=IX_L; U_C=IX_C \;\textbf{ва}\quad U_x=IX=I(X_L-X_C) \\ U_R=U\cos\varphi; U_X=U\sin\varphi \quad \textbf{ва} \quad tg\varphi=\dfrac{U_X}{U_R} \end{array}\right\} \qquad (3.22)$$

(занжир шисмларидаги кучланишлар учун);

$$\left.\begin{aligned}
&Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+\left(X_L-X_C\right)^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\\
&X_L=\omega L; X_C=\frac{1}{\omega C}\,ва\;X=X_L-X_C\\
&R=Z\cos\varphi; X=Z\sin\varphi ва\; tg\varphi=\frac{X}{R}
\end{aligned}\right\}(3.23)$$

(барча занжир ва элементларнинг šаршиликлари учун).

3.1-мисол. 3.7-расмдаги занжирга $u=160Sin\left(314t+\frac{\pi}{4}\right)$ кучланиш берилган. R = 20 Ом, L = 0,1 Г ва С = 48,4 мкФ; занжир элементларидаги ток ва кучланишларнинг оний šийматлари аниšлансин.

Е ч и ш: Занжирнинг индуктив, сиђим ва тўла šаршиликлари мос равишда šуйидагига тенг:

$$X_L=\omega L=314\cdot 0{,}1=31{,}4м,$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{10^6}{314\cdot 48{,}4}=66м,$$

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{20^2+(31{,}4-66)^2}=40м.$$

Силжиш бурчаги

$$\varphi=arctg\frac{X_L-X_C}{R}=arctg\frac{-34{,}6}{20}=arctg\left(-\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$$

Демак, занжирдаги ток:

$$i=\frac{Um}{Z}Sin\left(314t+\frac{\pi}{4}-\varphi\right)=3Sin\left(314t+\frac{7}{12}\pi\right)$$

Занжир элементларидаги кучланишлар:

$$u_R = Ri = 80Sin\left(314t + \frac{7\pi}{12}\right)$$

$$u_L = I_m X_L Sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 125{,}6Sin\left(314t + \frac{13\pi}{12}\right)$$

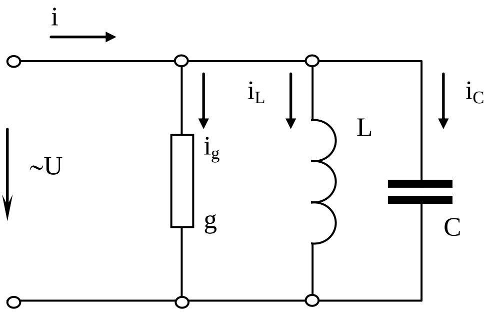
$$u_C = I_m X_C \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = 264\sin\left(314t + \frac{\pi}{12}\right)$$

3.6. Резистор, индуктив ђалтак ва конденсатор параллел уланган занжирдаги ўрнашган ток

Актив ўтказувчанлиги g бўлган резистор индуктивлик L ва конденсатор C дан тузилган занжир $u = U_m \sin\omega t$ синусоидал кучланиш манбаига параллел уланган (3.9-расм). Кирхгофнинг биринчи šонунига биноан, айрим параллел тармоšлардаги токларнинг йиђиндиси манбадан келаётган токка, яъни i га тенг:

$$i_g + i_L + i_C = i \text{ ,}$$

бунда: i_g=gu резистордаги ток; $i_L = \frac{1}{L}\int udt$ индуктивлик L даги ток (чунки $u = Ldi/dt$); $i = Cdu/dt$ - сиђим C даги ток (чунки $u = \frac{1}{C}\int i \cdot dt$). Занжир параметрлари чизиšли бўлганлиги



3.9- расм

туфайли йиђинди ток i ќам берилган куч-ланиш каби сину-соидал бўлади, аммо ундан фаза бўйича φ бурчакка фарš šилади, яъни

$$i = I_m Sin(\omega t - \varphi).$$

(3.25)

$u = U_m \sin\omega t$ ни ќисобга олган ќолда (3.25) ни (3.24) га šўйиб, šуйидагини оламиз:

$$gU_m \sin\omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos\omega t + \omega C U_m \cos\omega t = I_m \sin(\omega t - \varphi) =$$

$$= I_m \cos\varphi \cdot \sin\omega t - I_m \sin\varphi \cos\omega t \qquad (3.26)$$

(3.26) нинг чап ва ўнг šисмларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left.\begin{aligned} gU_m &= I_m Cos\varphi \\ \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) U_m &= I_m Sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (3.27)$$

бўлади. (3.27) тенгламани квадратга кўтариб, сўнгра šўшсак, ундаги φ йўšолади:

$$\left[g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2\right] U_m^2 = I_m^2$$

ёки

$$I_m = U_m \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \qquad (3.28)$$

(3.28) нинг иккала томонини $\sqrt{2}$ га бўлганда

$$I = U \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} = U \cdot \gamma \qquad (3.29)$$

бўлади. Бу тенглама бутун занжир учун ток ва кучланишнинг эффектив šийматлари орасидаги боЂланишни ифодалайди ва синусоидал токнинг параллел занжири учун Ом šонунининг ифодаси бўлади:

$$\gamma = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2}. \qquad (3.30)$$

Олинган миšдор ўтказувчанлик ўлчами (1/Ом) билан ўлчанганлиги учун g, L ва C элементли параллел занжирнинг тўла ўтказувчанлиги деб аталади. Бунда $b = b_L - b_C = {}^{1}\!/_{\omega L} - \omega C$ реактив ўтказувчанлик бўлиб, ўз навбатида, индуктив $b_L = {}^{1}\!/_{\omega L}$ ва сиЂим $b_c = \omega C$ ўтказувчанликларига бўлинади.

(3.27) га биноан, фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{b_L - b_C}{g} = arctg\frac{b}{g}$$

Занжирнинг айрим тармоšларидаги оний токлар:

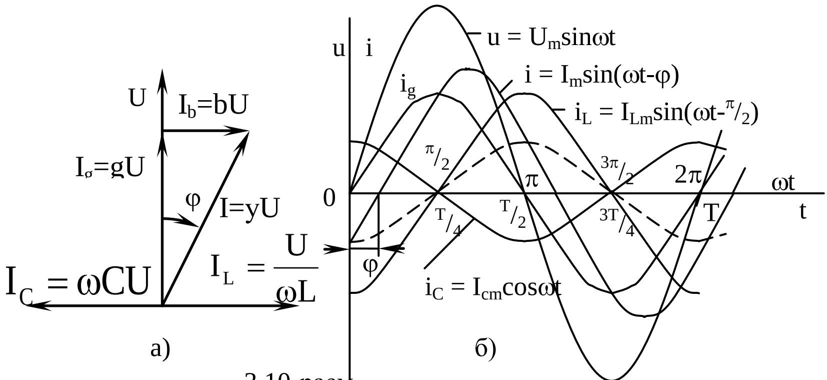
$$i_g = gu = gU_m \sin\omega t = I_{gm}\sin\omega t \qquad (3.31)$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int u dt = -\frac{U_m}{\omega L}\cos\omega t = I_{Lm}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (3.32)$$

$$i_C = C\frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos\omega t = I_{Cm}\sin\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (3.33)$$

Демак, резистордаги ток i_g занжирга берилган кучланиш билан фаза бўйича устма-уст тушади (йўналиши бир хил); индуктивликдаги ток i_L

кучланишдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолади; сиғимдаги ток i_C эса ундан $\pi/2$ бурчакка ўзиб боради. 3.10-расмда занжир тармоқларидаги токларнинг вектор диаграммаси ва эгри чизиқлари берилган.



3.10-расм

Агар умумий ҳолда $g \neq 0$ бўлса, фаза силжиш бурчаги φ реактив токлар $I_L = 1/\omega LU$ ва $I_C = \omega CU$ нинг нисбатларига боғлиқ, яъни:

1) $I_L > I_C$ (ёки $b_L > b_C$) бўлганда $\varphi > 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка орқада қолади;

2) $I_L < I_C$ (ёки $b_L < b_C$) бўлганда $\varphi < 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $I_L = I_C$ (ёки $b_L = b_C$) бўлганда $\varphi = 0$ бўлиб, ток кучланиш U билан фаза бўйича устма-уст тушади.

Бу ќолларда занжир тегишлича актив-индуктив, актив-сиђим ва актив резонансли деб аталади. Резонанс ќолати кейинчалик алоќида кўриб кўриб чиšилади. Шундай šилиб, R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирдаги каби g, L ва C элементлари параллел уланган занжирда ќам бурчак $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ оралиђида ўзгаради.

3.10-а расмдаги вектор диаграммага кўра актив g, индуктив b_L ва сиђим b_C ўтказувчанликлар параллел уланган занжир токлар учун асосий нисбатлар šуйидагича ёзилади:

$$\left.\begin{array}{l} I = \sqrt{I_g^2 + I_b^2} = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2} = \gamma U \\ I_L = b_L U, \quad I_C = b_C U, \quad I_b = bU = (b_L - b_C)U \\ I_g = gU = I\cos\varphi; \quad I_b = bU = I\sin\varphi; \\ tg\varphi = I_b / I_g \end{array}\right\} \quad (3.34)$$

Ўтказувчанликлар учун эса:

$$\left.\begin{array}{l} Y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\dfrac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \\ b_L = 1/\omega L, b_C = \omega C, b = b_L - b_C; g = YCos\varphi; b = YSin\varphi \end{array}\right\} \quad (3.35)$$

3.2-мисол. 3.9-расмдаги занжирга u=141Sin314t кучланиш берилган. Параметрлари g=0,04 1/Ом, L=0,01 Гн ва C=159 мкФ бўлган занжирнинг параллел тармоšларидаги I_g, I_L ва I_c токларнинг эффектив šийматлари ва бутун занжирдаги токнинг оний šиймати топилсин.

Ечиш: Занжирнинг индуктив b_L ва b_C ўтказувчанликлари турлича

$$b_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{314 \cdot 0{,}04} = 0{,}08,$$

$$b_C = \omega C = 314 \cdot 159 \cdot 10^{-6} = 0{,}05.$$

Занжир šисмаларидаги эффектив кучланиш:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100\ B\,.$$

Тармоšлардаги эффектив токлар:

$$I_g = gU = 0{,}04 \cdot 100 = 4A,$$

$$I_L = b_L U = 0{,}08 \cdot 100 = 8A,$$

$$I_C = b_C U = 0{,}05 \cdot 100 = 5A.$$

Занжирнинг тармоšланмаган šисмидаги (умумий) ток

$$I = \sqrt{4^2 + (8-5)^2} = 5\ A,$$

кучланиш U ва ток I векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{b}{g} = arctg\frac{0{,}08 - 0{,}05}{0{,}04} = arctg\frac{3}{4} = 36^o 50'$$

Бутун занжирнинг оний токи (манбадан келаётган ток)

$$i = I_m \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(314t - 36^o 50') = 7{,}07 \sin(314t - 36^o 50').$$

3.7. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток šуввати

Занжирга ќар šандай синусоидал ўзгарувчан ток i берилганда u кучланиш таъсирида t ваšтда

$$A = \int_0^t uidt$$

иш бажарилади. Бу иш миšдор жиќатидан кучланиш u, ток i ќамда ваšт t нинг кўпайтмаси билан аниšланади. Яъни, ишнинг интенсивлиги p=ui кўпайтмага бођлиš бўлиб, манбадан занжирга келаётган (истеъмол šилинаётган) šувватнинг оний šиймати деб аталади. Агар умумий ќолда

$u = U_m \sin \omega t$ ва $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ бўлса,

$$p = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] =$$
$$= UI[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \qquad (3.36)$$

бўлади, яъни оний šувват иккита ташкил этувчидан иборат бўлиб, улардан биринчиси ваšтга бођлиš бўлмай, иккинчиси ваšт (давр) ичила миšдор ва йўналиш бўйича иккиланган частота (2ω) билан ўзгарали. P>0 бўлганда занжир манбадан энергия šабул šилади. P<0 бўлганда эса šабул šилинган энергия манбага (šисман, ёки тўла) šайтарилади. Агар $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ бўлса, занжирга келаётган энергия šайтарилган энергиядан доимо ортиš бўлади. (3.36) дан кўриниб турибдики, фаšат $\varphi = \pm \pi/2$ ќолда бу улушлар бараварлашади: чунки $UI\cos\varphi = 0$ **ва** $p = \pm UI\sin 2\omega t.$

Шундай šилиб, манбадан келаётган энергия šуввати T давр ичида ўзининг ўртача šиймати атрофида ўзгаради. Бу šиймат сон жиќатидан šуйидагича аниšланади:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = \frac{UI}{T}\int_0^T \left[cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right]dt = UI \cdot \cos\varphi$$ чунки

$$\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi) \cdot dt = 0.$$

Яъни, šувватнинг ўртача šиймати:

$$P = UIcIc\,\varphi \qquad (3.37)$$

Бу šувват синусоидал ток занжирининг актив (ёки фойдали) šуввати деб аталади. СИ системасида актив šувват В а т т (Вт), киловат (кВт) ва мегаватт (Мвт) ќисобида ўлчанади (бу ерда 1 кВт = 10^3 Вт ва 1Мвт=10^6Вт). Šувват сон жиќатидан t ваšт бирлиги ичида электр энергиясининг бошšа тур (иссиšлик, механик, кимёвий ва ќ.к.) энергияларига айланиш интенсивлигини анишлайди. Кўпайтирувчи cosφ š у в в а т к о э ф ф и ц и е н т и деб аталади. Ўзгарувчан ток занжири энергия тўпловчи реактив L ва C элементларга эга бўлганлиги туфайли ќамма ваšт cosφ<1 (ёки P<UI) бўлади. Шунга кўра, ўзгармас ток занжиридан фарšли ўлароš, синусоидал ток занжирининг šуввати кўп ќолларда т ў л а š у в в а т деб аталадиган S=UI миšдордан кичик бўлади. Тўла šувват энергия šурилмаларни (электр машиналар, трансформаторлар, узатиш линиялари ва ќ.к. нинг) ишлатиш ваšтида кучланиш ва ток бўйича бера оладиган номинал šийматларини ифодалайди. Тўла šувват S СИ системасида вольтампер (ВА) (асосий бирлик), киловольтампер (кВА) ва мегавольтампер (мВА) ќисобида ўлчанади (1 кВА = 10^3 ВА, 1 мВА = 10^6 ВА). (3.37)-тенгламага биноан šувват коэффициенти cosφ тўла šувватдан фойдаланиш эффектининг мезони ќисобланади; чунки cosφ=1 бўлганда šувват S бутунлай иш бажариш учун сарф бўлади. Аксинча cosφ šанча кичик бўлса, бир хил миšдордаги ишни бажариш учун S нинг šийматини кўпроš šилиб олиш керак бўлади. Масалан, U=500 В кучланишда P=4,5 кВт бўлган актив šувватни таъминлаш учун тармоšдан истеъмол šилинадиган ток I тенг бўлиши керак:

cosφ=1 бўлганда I=9 А,

cosφ=0,9 бўлганда I=10 А,

cosφ=0,6 бўлганда I=15 А,

cosφ=0,5 бўлганда I=18 А ва ќ.к.

Шундай šилиб занжирдаги фойдали ишни токнинг фašат бир šисмигина, яъни I_g=I cosφ га тенг бўлган актив ташкил этувчиси бажаради. Токнинг реактив ташкил этувчиси I_b=Isinφ электр ва магнит майдонини ќосил šилиш учун сарф бўлиб, уларнинг энергияси L ва C элементларда даврий равишда йиђилиб, яна манбага šайтарилади. Шу сабабдан «реактив šувват» тушунчаси киритилиб, у сон жиќатидан šуйидагича šабул šилинган:

$$Q = UI\sin\varphi$$

Бу šувват СИ системасида реактив вольтампер (асосий бирлик), киловольтампер, мегавольтампер ќисобида ўлчанади. Кетма-кет ва паралел уланган занжирлар учун тузилган нисбатларга асосланиб šуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$P = UI\cos\varphi = U_R I = I^2 R,$$

$$Q = UI\sin\varphi = U_x I = I^2 X$$ (R/L ва C занжир учун),

$$S = UI = I^2 Z,$$

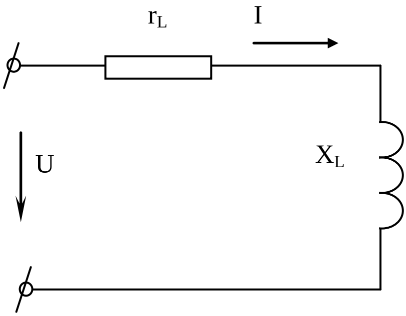
$P = UI\cos\varphi = UI_g = gU^2,$

$Q = UI\sin\varphi = UI_b = bU^2$ (g, L ва C занжир

$S = UI = YU^2.$

учун),

Доимо мусбат бўлган P ва S лардан фарšли ўлароš, реактив Q šувват φ>0 бўлганда мусбат (индуктив режим), φ<0 бўлганда эса манфий (сиђим ќолат) дир.



3.11-расм

3.3-мисол. Актив r_L ва x_L šаршиликли индуктив ђалтак, частотаси f=50 Гц ва эффектив кучланиши U=130 В бўлган манбада I=2 А ток истеъмол šилади. Агар шу ђалтакнинг ўзи ўзгармас кучланишга улан-са, илгариги ток I=2 А ўрнатилиши учун U=50 В кифоя. Ђалтак индуктивли-гини топинг.

Ечиш. Ђалтакнинг тўла šаршилиги

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{130}{2} = 65\ Ом;$$

Ђалтакнинг актив šаршилиги ўзгармас ток учун:

$$r_L = Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{50}{2} = 25\ Ом.$$

Ғалтакнинг индуктив қаршилиги:

$$x_L = \sqrt{Z_L^2 - r_L^2} = \sqrt{65^2 - 25^2} = 60\ Ом.$$

Ғалтакнинг индуктивлиги:

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{60}{2\pi \cdot 50} = 0{,}191\ Г.$$

3.8. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток. Ток энергиясининг тебраниши. Занжир элементларидаги оний қувватлар

Юқорида кўрсатилганидек, актив ва реактив элементлардан тузилган занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток қуввати ўзининг ўртача қиймати P=UIcosφ атрофида 2ω га тенг частота билан ўзгаради. Энди 3.9-расмда келтирилган занжирнинг элементларидаги энергетик муносабатларни таҳлил қилайлик. Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра манбадан келаётган ток

$$i = i_g + i_L + i_c = gu + \frac{\psi}{L} + C\frac{du}{dt}$$

бўлади; бунда $\psi = \int u dt$ ғалтакдаги i_L ток ҳосил қилган магнит оқимнинг илашиши. Занжирнинг элементларида оний қувватлар қуйидагича тақсимланади:

$$P = ui = p_g + p_L + p_c = gu^2 + \frac{\psi}{L} \cdot \frac{d\psi}{dt} + Cu\frac{du}{dt} =$$

$$= gu^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{\psi^2}{2L}\right) + \frac{d}{dt}\left(\frac{Cu^2}{2}\right) = gu^2 + \frac{dw_M}{dt} + \frac{dw_э}{dt} \qquad \textbf{(3.38)}$$

(3.38) дан келиб чиšадики, актив ўтказувчанлик g, тармоšдаги $p_g=gu^2$ šувват доимо нолдан катта бўлиб, электр энергиясининг иссиšлик энергиясига фаšат šайтмас тарздагина айланишини кўрсатади.

Индуктивликдаги

$$P_L = \frac{d}{dt}\left(\frac{\psi^2}{2L}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}\right)$$

šувват ђалтак магнит майдони билан манба орасидаги энергиянинг циркуляцияланиши тезлигини кœрсатади: $p_L > 0$ бœлганда манбадан келаётган энергия индуктивликда магнит майдонга œтади: $p_L < 0$ бœлганда эса манбага šайтади. Худди шунингдек, сиђимда йиђиладиган оний šувват $p_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{Cu^2}{2}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$ унинг электр майдони билан манба орасида энергиянинг циркуляцияланиши тезлигини аниšлайди: $p_c > 0$ бœлганда манбадан келаётган энергия сиђимдаги электр майдонга œтади, $p_c < 0$ бœлгнада эса, у манбага šайтади.

Агар умумий ќолда параллел занжирга (3.9-расм) берилаётган кучланишни $u = U_m \sin\omega t$ деб олсак, занжирнинг айрим тармоšларидаги (элементтлардаги) токларни šуйидагича ифодалаймиз:

$$i_g = gU_m \sin\omega t, \qquad i_L = -\frac{U_m}{\omega L}\cos\omega t \qquad \textbf{ва} \quad i_g = \omega C g U_m \cos\omega t.$$

У ќолда занжирнинг тармоšларидаги оний šувват тегишлича

$$p_g = ui_g = gU_m^2 \sin^2 \omega t = gU^2(1-\cos 2\xi t) = UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t)$$

(3.39)

$$p_L = ui_L = -\frac{U_m^2}{\omega L}\sin\omega t\cdot\cos\omega t = -b_L U^2 \sin 2\xi t = -UI_L \sin 2\omega t \quad (3.40)$$

$$p_C = ui_C = \omega C U_m^2 \sin\omega t\cdot\cos\omega t = -b_c U^2 \sin 2\omega t = UI_c \sin 2\omega t \quad (3.41)$$

бœлади. Реактив элементларнинг йиђинди šуввати:

$$p_b = p_L + p_c = -(I_L - I_c)U\sin 2\omega t = -bU^2 \sin 2\omega t = -UI\sin\varphi\cdot\sin 2\omega t$$

(3.42)

Бутун занжирнинг оний šуввати:

$$p = p_g + p_L + p_C = p_g + p_b = UI\cos\varphi - UI\sin\varphi\cdot\sin 2\omega t -$$

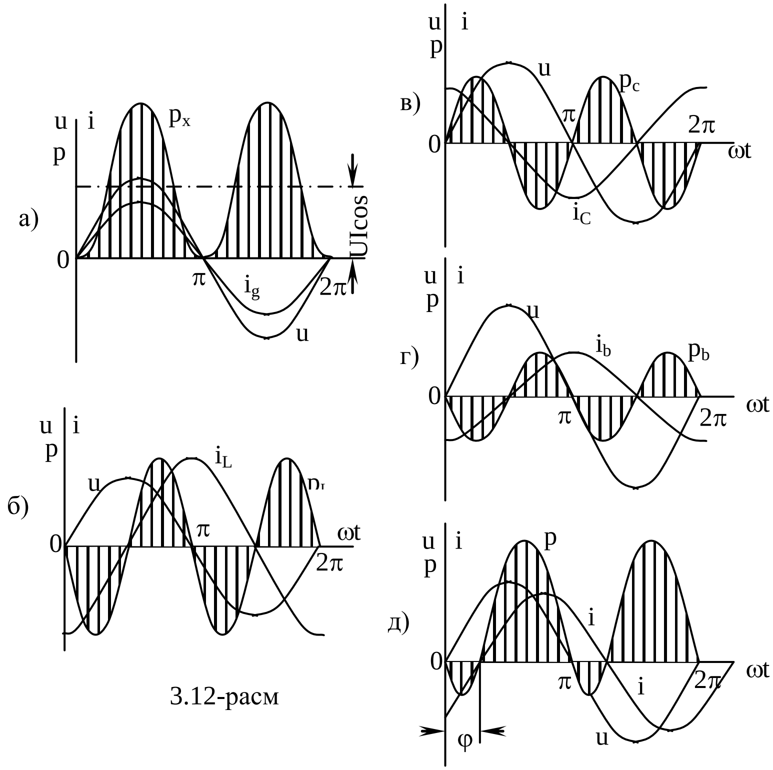
$$-UI\cos\varphi\cos 2\omega t = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

(3.40) ва (3.41) ифодларга кœра, бир давр ичида реактив элементлар šувватлариларининг œртача šиймати нолга тенг. Бунга i_g, i_L **ва** i_c токларнинг ва кучланиш uнинг ваšт бœйича œзгарадиган диаграммаларини šуриб (3.12-расм), ишонч ќосил šилиш мумкин.

Актив элементнинг Рп оний šуввати (3.12-а расм) истаган оний ваšтда [$u = i_g = 0 \quad (\omega t = 0, \pi, 2\pi$ ва ќ.к.) дан ташšари] нолдан катта бœлиб, œзининг œртача

$P = UI \cdot \cos\varphi$ šиймати атрофида иккиланган частота 2ω билан œзгариб туради. Унинг бундай œзгариши (3.39) дан келиб чиšади. Бунинг сабаби шуки, i ток йœналиши кучланиш u йœналиши билан устма-уст тушади.

Индуктив элементнинг оний šуввати $p_L = ui_L$ (3.12-б расм) ќар чорак (Т/4) даврда œзининг ишорасини тескарисига œзгартиради: кучланиш u ва ток i_L нинг йœналишлари мос бœлган чоракларда унинг ишораси мусбат, улар йœналишлари šарама-šарши бœлган чоракда эса манфий бœлади. U ва i_L лар нол šийматлардан œтган оний ваšтларда šувват $p_L = 0$. Кучланиш u ва ток i_L нинг орасида фаза силжиши бурчаги $\pi/2$ га тенг бœлгани учун оний šувват p нинг мусбат ва манфий ярим тœлšинлари œзаро тенг, яъни ђалтакнинг магнит майдонига šанча энергия келиб тушса (мусбат ярим тœлšин), ундан œшанча энергия манбага šайтарилади (манфий ярим тœлšин).



3.12-расм

Худди шунга œхшаш, сиђим элементларидаги оний šувват p_c (3.12-в расм) индуктив šувватга šарама-šарши фазада œзгаради. Кейинги икки ќолатда, шунингдек (3.40) ва (3.41) тенгламаларга кœра, šувватнинг œртача šиймати нолга тенг. Магнит энергия ђалтакда токнинг мутлоš миšдори ортган чоракларда йиђилиб, камайган чоракларда манбага šайтади. Сиђимдаги электр энергиянинг айланиш йœналиши эса унинг šопламаларидаги кучланиш мутлоš šийматнинг ортиши ёки камайиши билан аниšланади. Энергия тœпловчи элементларнинг реактив šуввати йиђиндиси 3.12-расмда кœрсатилган. Индуктив I_L ва сиђим I_c токларнинг эффектив šийматлари бир-бирига šанчалик яšин бœлса, бу йиђинди шунчалик катта бœлади. Бу ќол (3.42) тенгламадан кœриниб турибди. Ниќоят $I_L = I_c$ бœлганда, бу šувват нолга тенг. Демак, ђ а л - т а к н и н г   м а г н и т   м а й д о н и   э н е р г и я с и   к о н д е н с а т о р н и н г   э л е к т р   м а й д о н и   э н е р г и я с и г а   д а в р и й   р а в и ш д а   œ т а д и ва аксинча: бу ќолда манбадан истеъмол šилинаётган энергия фašат актив œтказувчанликдаги энергия сарфини šоплашга кетади. 3.12-д расмда $I_l > I_c$ ќолати учун бутун занжир оний šувватининг œзгариш диаграммаси берилган, ундан кœриниб турибдики, манбадан келаётган энергиянинг бир šисми œзига šайтяпти. (3.42-тенглама) га биноан, šайтарилаётган энергия šисми (šувват) сон жиќатидан фаза силжиши φ нинг миšдорига бођлиšдир. 3.12-г расмдаги $p(\omega t)$ šувват синусоидаси тœлšини пастки šисмининг юзаси манбага šайтарилаётган энергияни тасвирлайди. Силжиш бурчаги šанча катта бœлса, бу энергия шунча катта бœлади. Давр ичида манба кучланиши (ёки истаган тармоšдаги ток) бир марта œзгарса, занжир айрим элементлардаги (3.12,а,б,в ва г расм), шунингдек, бутун занжирдаги (3.12-д расм) оний šувват тœла икки марта œзгаради. Демак, оний šувват занжирда ва унинг элементларида иккиланган частота 2ω билан œзгаради. Юšорида келтирилган мулоќазалар R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирларга ќам тегишлидир. Ќар šандай кетма-кет уланган занжирни параллел уланган занжирга ёки тескарисига алмаштириш мумкинлиги šуйида кœрсатилган.

3.9. К е т м а – к е т в а п а р а л л е л у л а н г а н с и н у с о и д а л œ з г а р у в ч а н т о к з а н ж и р - л а р и н и э к в и в а л е н т з а н ж и р л а р г а а л м а ш т и р и ш п р и н ц и п и

Бир фазали манбадан таъминланаётган œзгарувчан ток мураккаб занжирлари кœриб чиšилаётганда занжирга берилаётган кучланиш u, истеъмол šилинаётган токI ва фаза силжиш бурчаги φ нинг миšдори ва йœналиши асосий параметрлар ќисобланади. Агар бу занжирни šандайдир пассив икки šутблилик тарзида тасаввур šилсак, у кетма-кет (3.13-а расм) ва параллел (3.13-б расм) уланган, занжирларнинг бир хил эќтимоллик ва аниšликдаги ифодаси бœлади. Агар бу занжир учун U, I **ва** φ šийматлар маълум бœлса, у ќолда икки šутблиликнинг параметрлари занжир šисмларининг šаршиликлари ёки œтказувчанликлари бœйича аниšланади. Биринчи ќолда,

$$\underline{Z} = \frac{U}{I}, \quad R = \underline{Z}\cos\varphi; \quad x = x_L - x_c = \underline{Z}\sin\varphi$$

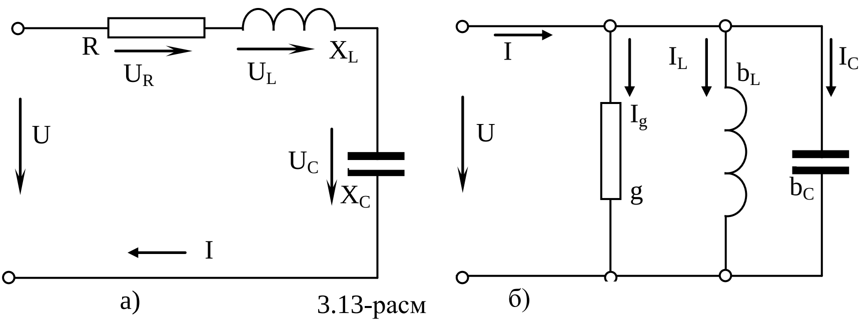
(бунда $\varphi > 0$ бœлса, $X_L > X_C$ **ва** $\varphi < 0$ бœлса, $X_L < X_c$). Улар асосида кетма-кет (3.13-а расм) ва параллел (3.13-б расм) уланган иккита занжирнинг бир-бирига эквивалентлиги аниšланади. Бунинг учун šуйидаги эквивалентлик шартлари бажарилиши керак:

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} \quad \textbf{ва} \quad Y = \frac{I}{U}, \quad \textbf{яъни} \quad \underline{Z} = \frac{1}{Y} \tag{3.43}$$

$$\sin\varphi = \frac{x}{\underline{Z}} = \frac{b}{y} \tag{3.44}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{\underline{Z}} = \frac{g}{y} \tag{3.45}$$

Аралаш уланган мураккаб занжирларни ḱисоблашда, баъзан занжирнинг барча элементларини кетма-кет ёки параллел улашга келтириш зарур бœлади. Бу келтириш (3.43) – (3.45) тенгламалар асосида бажарилади. Агарда y, g ва p эквивалент бœлган кетма-кет занжирнинг šаршиликлари



3.13-расм

$$\underline{Z} = \frac{1}{y}; \quad R = \frac{g\underline{Z}}{y} = \frac{g}{y^2}; \quad x = \frac{b\underline{Z}}{y} = \frac{b}{y^2}$$

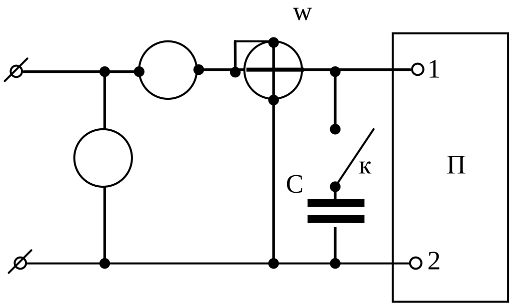
Аксинча, кетма-кет уланган ва Z, x **ва** R šаршиликлари маълум бœлган занжир берилган бœлса, унга эквивалент параллел занжир œтказувчанликлари šуйидагича топилади:

$$y = \frac{1}{\underline{Z}}; \quad g = \frac{R}{\underline{Z}^2} \quad \textbf{ва} \quad b = \frac{x}{\underline{Z}^2}.$$

Баъзан, амалий ќисобларда ички уланиш схемаси номаълум занжирнинг эквивалент šаршилиги (ёки œтказувчанлиги) ва силжиш фазаси φ ни аниšлаш керак бœлади. Бу ќолда берилган занжирнинг ташšи šисмлари 1 ва 2 билан белгиланиб, пассив икки šутблилик П (3.14-расм) шаклида кœрсатилади. Вольтметр V, амперметр A ва ваттметр W кœрсатишлари бœйича кучланиш U, ток I ва šувват P ни аниšлаймиз. Агар бунда $P < UI$ бœлса, $\varphi \neq 0$ бœлиб, унинг мутлоš šиймати šуйидагича ќисобланади,

$$\varphi = \arccos P/UI$$

φ нинг ишорасини фазометр ёрдамида, фазометр бœлмаса, šуйидагича аниšлаш мумкин. Текширилаётган занжирнинг 1-2 кириш šисмаларига фазани аниšловчи сиђим C уланади (3.14-расм): бу сиђимдан œтадиган ток умумий ток I ни œзгартириши керак. Агар занжир индуктивлик характерда бœлса $(\varphi > 0)$, индуктив ташкил этувчини šисман компенсациялаш ќисобига умумий ток $I' < I$ гача камаяди. Агар занжир актив-сиђим $(\varphi < 0)$ характерига эга бœлса, реактив сиђим токининг ортиши ќисобига умумий ток $I' > I$ гача ортади. Юšоридагидек аниšлашда тажриба натижаси занжир элементларини икки šутблилик ичида улаш усулига бођлиš бœлмайди.

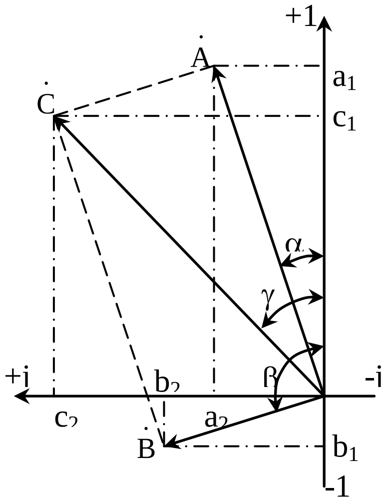


3.14- расм

IV БОБ
ŒЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИНИ КОМПЛЕКС УСУЛДА ЌИСОБЛАШ

4.1. Ќисоблашнинг комплекс усули ќаšида тушунча

Маълумки, синусоидал œзгарувчан ток занжирларида турђунлашган ќолатлар (э.ю.к., кучланиш ва ќ.к.) дифференциал тенгламаларнинг хусусий ечимларидан иборат бœлиб, улар билан занжирларнинг мувозанат ќолатлари тавсифланади. Параметрлари чизиšли бœлган занжирга œзгарувчан кучланиш берилганда унинг ќамма тармоšлари ва šисмларида худди шундай шаклдаги реакция рœй беради. Бошšача šилиб айтганда, занжирнинг мувозанат ќолати Кирхгоф šонунларига биноан œзгарувчан электр ва электромагнит миšдорларнинг баланси билан ифодаланади. Мураккаб синусоидал œзгарувчан ток зан-жирларини оддий математик усул билан ќисоблаш ноšулай ва кœп меќнат талаб šилади ва ундан амалий ќисоблашда фойдаланиш šийин. Бундай ќисоблашдаги асосий ноšулайлик ќар бир синусоидал миšдор (э.ю.к., кучланиш ва ток) œзининг амплитудаси ва бошланђич фазаси билан



4.1-расм

аниšланишидан келиб чиšади. Œзгарувчан миšдор-ларни геометрик усулда айланувчи векторлар тарзида ифодалаш (3.4) ќам œз навбатида мураккаб занжирлар учун бажариш šийин бœлган мураккаб вектор диаграммалар тузишни талаб этади. Шунга šарамасдан бу усул œзгарувчан ток занжирларини к о м п л е к с усулда ќисоблашнинг асоси šилиб олинган. Комплекс усул, яъни айланувчи векторларни комплекс сонлар ёрдамида ифодалаш геометрик ясашларни талаб šилмай, комплекс сонлар устида амаллар бажаришга имкон беради. 4.1-расмда ќašиšий (+I) ва мавќум (+j) ортогонал œšларда комплекс текислик кœрсатил- ган бœлиб, унда $\dot{A},\dot{B}$ ва $\dot{C}$ комплекс сонлар тасвирланган (электротехникада бундай векторлар нуšта билан белгиланади). Бу сонларнинг тасвири координата боши 0 дан чиšиб, A,B,C модулларга эга бœлган векторларни ифодалайди. Векторларнинг ќолати +1 œšдан бошлаб соат милига тескари йœналишда ќисобланган бошланђич α, β ва γ фазалар (аргументлар) билан ёки бу векторларнинг тегишли œšларга бœлган проекциялари: a_1 ва a_2; b_1 ва b_2; c_1 ва c_2 орšали белгиланади. Биринчи ќолда векторлар šуйидагича кœрсаткичли шаклда берилган деб ќисобланади:

$$\dot{A} = Ae^{j\alpha}, \quad \dot{B} = Be^{j\beta} \quad \text{ва} \quad \dot{C} = Ce^{j\gamma},$$

бунда: e - натурал логарифмларнинг асоси , j=$\sqrt{-1}$. Иккинчи ќолда тасвир алгебраик (ёки тригонометрик) шаклда берилган ќисобланади:

$\dot{A} = a_1 + ja_2,$ $\dot{B} = b_1 + jb_2,$ ва $\dot{C} = c_1 + jc_2,$

ёки

$\dot{A} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha),$ $\dot{B} = B(\cos\beta + j\sin\beta)$ ва $\dot{C} = C(\cos\gamma + j\sin\gamma).$

Келтирилган шаклдаги ёзишлар Эйлернинг комплекс сонлар учун берилган формулаларидан келиб чиšади, яъни:

$$e^{jz} = \cos Z + j\sin Z$$
$$e^{-jz} = \cos Z - j\sin Z$$

$\dot{A} = Ae^{j\alpha} = a_1 + ja_2$ комплекс сонлар учун šуйидаги нисбатларни келтириш мумкин:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \qquad \alpha = arctg\, {a_2}/{a_1}$$

бунда: a_1=A cosα=Re$(\dot{A})$ - комплекс соннинг ќаšиšий šисми-ни ифодалайди, a_2=A sinα=Im$(\dot{A})$ - комплекс соннинг мав-ќум šисмини ифодалайди.

Хусусий ќолда:

1) α=0 бœлса, $\dot{A}$ = A=a_1 ; a_2 =0

2) α=±π/2 бœлса, $\dot{A}$ = ± jA = ±ja_2 ; a_1=0

3)α=± π бœлса, $\dot{A} = -A = -a_1; a_2 = 0$ ва ќ.к. Шунингдек,

$$e^{\pm\pi/2} = \pm j \qquad \frac{1}{j} = -j; \qquad j^2 = -1; \qquad j^3 = -j \quad \text{ва} \quad j^4 = 1$$

эканлиги кœриниб турибди. Энди бизга šандайдир комплекс сон берилган бœлсин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \Psi_i) + jI_m \sin(\omega t + \Psi_i);$$

уни šуйидагича ёзиш мумкин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m e^{j\omega t} \cdot e^{j\Psi_i} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Бу эса бурчак тезлик билан айланаётган бирор $\dot{I}_m$ векторнинг тасвиридир. Бошšа томондан I_m e $j(\omega t+\psi_i)$ векторнинг мавќум šисми оддий синусоидадир, яъни:

$$\mathrm{Im}\left[I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)}\right] = I_m \sin(\omega t + \Psi_i).$$

Демак, биз бошлан�ич фазаси ва амплитудаси I_m бœлган ω частотали синусоидани комплекс шаклда тасвирладик. Агар синусоидал œзгарувчан токнинг оний šийматининг худди ана шундай шаклда кœрсатилишини ќисобга олсак, комплекс сон

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

ток i = I_m sin $(\omega t + \psi_i)$ нинг символик тасвири бœлиб чиšади. Бу ерда I_m=I_m $e^{j\psi_i}$ - токнинг комплексли амплитудаси. Кœпай-тирувчи $e^{j\omega t}$ комплекс сонни œзининг бошлан�ич œši атрофида œзгармас бурчак тезлик билан айланаётган вектор эканлигини кœрсатади, 3.3 да кœрсатилганидек, бир хил частоталардаги электр миšдорлар векторларининг бир waštда айланиши бу векторлар орасидаги фазавий ќамда амплитудавий нисбатларни бузмайди. Демак, i = I_m sin (ωt+ +ψ_i) токка комплекс текисликда I_m амплитуда ва ψ_i аргумент билан аниšланадиган I_m=I_m $e^{j\Psi_i}$ вектор мос келади деб ќисоблаш мумкин. Худди шунингдек э.ю.к. e=E_m sin (ωt+ψ_e) ва кучланиш u=U_m sin (ωt+ψ_u) учун тегишлича

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\Psi_e} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_m = U_m e^{j\Psi_u}$$

га эга бœламиз.

Ќašišий ќисоблашда токлар, э.ю.к.лар ва кучланишларнинг эффектив šийматлари берилади; у ќолда тегишли комплекслар šуйидаги кœринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = Ie^{j\Psi_i}, \qquad \dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = Ee^{j\Psi_e}, \qquad \text{ва}$$

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = Ue^{j\Psi u},$$

Шундай šилиб, комплекс усул синусоидал функциялардан (оригиналлардан) комплекс сонларга (уларнинг тасвирига) œтиш имконини беради.

Агар энди ушбу усул функциядан, яъни оригиналдан, комплекс тасвирга œтишни $\times$ белгиси билан ифодалайдиган бœлсак, унда šуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \times I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) \times U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = \dot{U}_m e^{j\omega t}$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi_u) \times E_m e^{j(\omega t + \psi_e)} = \dot{E}_m e^{j\omega t}$$

ва ќ.к.

Электр занжирларини комплекс усулда ќисоблаш жараёнида ток, кучланиш ва э.ю.к. лар фаšатгина вašт функцияси тарзида эмас, балки унинг ќосиласи ёки интеграли тарзида учраши мумкин. Масалан,

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2});$$

демак, мазкур функциянинг тасвири šуйидагича топилади:

$$\omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \omega I_m e^{j(\omega t + \Psi_i + \frac{\pi}{2})} =$$

$$= j\omega I_m e^{j\Psi_i} \cdot e^{j\omega t} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Демак:

$$\frac{di}{dt} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t},$$

яъни комплекс усули šœлланаётганда функциядан ќосила олиш - ушбу функциянинг тасвирини "jω" га кœпайтириш операциясига тœђри келади. Худди шунга өхшаш, функциянинг "n"-нчи даражали ќосиласи тасвири

$$\frac{d^n i}{dt^n} = (j\omega)^n \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

көринишда тузилиши анишдир.

Энди шу токни интеграллашга өтсак,

$$q(t) = \int_0^t i dt = \int_0^t I_m \sin(\omega t + \psi_i) dt = -\frac{I_m}{\omega}\cos(\omega t + \psi_i) + q(o) =$$

$$= \frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}) + q(o)$$

(Бу ерда: q(o) - конденсаторли элемент учун бошланђич заряд).

Комплекс усули фаšатгина өзгарувчан (айнан синусоидал) миšдорларга нисбатан ишлатилиши мумкинлигини эътиборга олсак, q(o) ни ќисобга олмаймиз. Шу шарти билан интегралланган ток тасвири šуйидаги көринишда бөлади:

$$\int_0^t i dt = \frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t + \Psi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{I_m}{\omega} e^{j(\omega t + \Psi_i - \frac{\pi}{2})} = \frac{I_m}{\omega} e^{(\Psi_i - \frac{\pi}{2})} \cdot e^{j\omega t} =$$

$$= \frac{\dot{I}_m}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\omega t} = \frac{\dot{I}_m}{j\omega} e^{j\omega t}$$

Демак, комплекс шаклда берилган ќар šандай синусоидал функциянинг тасвири $\dot{I}_m e^{j\omega t}$ бœлса, у функциянинг интегралини тасвирлаш функция тасвирини "jω" га бœлиш билан баробар экан.

4.2. Ом ва Кирхгоф šонунларининг комплекс шаклда ифодаланиши. Комплекс šаршиликлар ва œтказувчанликлар

Берилган бирор пассив занжир $u=U_m\sin(\omega t+\psi_u)$ кучланиш манбаига уланган деб фараз šилайлик. Занжир элементларининг уланиш усулларидан šатъий назар, бутун занжирнинг токини $i=I_m\sin(\omega t+\psi_i)$ десак, кучланиш ва ток эффектив šийматларининг комплекслари

$$\dot{U}=U\cdot e^{j\Psi_u} \qquad \text{ва} \qquad \dot{I}=I\cdot e^{j\Psi_i}$$

бœлади. Ом šонунига биноан, бу занжирнинг тœла šаршилиги комплекс шаклда šуйидагича ёзилади:

$$\underline{Z}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U}{I}e^{j(\Psi_u-\Psi_i)}=Ze^{j\varphi}=R+jx,$$

бунда $\underline{Z}=ze^{j\varphi}=R+jx$ - занжирнинг комплекс šаршилиги; R, X ва Z – мос равишда занжирларнинг актив, реактив ва тœла šаршиликларининг модуллари (мутлаš šийматлари).

Занжирнинг к о м п л е к с œ т к а з у в ч а н л и- г и ќам худди шундай анишланади:

$$Y=\frac{\dot I}{\dot U}=\frac{I}{\underline{Z}}=ye^{-j\varphi}=y*\cos\varphi-jy\sin\varphi=g-jb,$$

бунда g, b ва y – занжирнинг мос холда актив, реактив ва тœла œтказувчанликларининг модуллари.

Шундай šилиб, Ом šонунини умумий кœринишда šуйидаги шаклларда ёзиш мумкин:

$$\dot I=\frac{\dot U}{\underline{Z}},\ \dot U=\dot I\underline{Z};\quad I=Y\dot U$$ ва $$\dot U=\frac{\dot I}{\underline{Y}},$$

Агар занжирнинг элементлари ва уларни улаш усуллари маълум бœлса, у ќолда комплекс šаршиликни (кетма-кет улаш учун) ёки комплекс œтказувчанликни (параллел улаш учун) янада аниš шаклда ёзиш мумкин:

$$\underline{Z}=R+jx=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})=R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}$$

$$Y=g-jb=g-j\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C)\right)=g+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C.$$

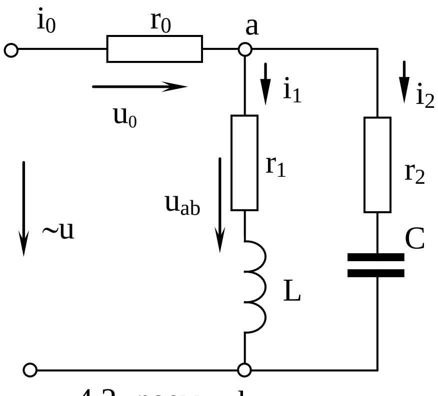
Кирхгофнинг биринчи šонуни комплекс шаклда šуйидаги кœринишда ёзилади:

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0,$$

яъни занжир тугуни учун комплекс токларнинг алгебраик йиђиндиси нолга тенг. Айрим комплекс токларнинг олдидаги ишораси схемадаги токларнинг шартли šабул šилинган йœналишларига бођлиš; масалан, тугунга келаётган токлар ″+″, тугундан чиšиб кетаётганлари эса ″-″ ишорага эга.

Танланган контур учун Кирхгофнинг иккинчи šонуни комплекс шаклда šуйидагича ёзилади:

$$\sum_{1}^{n} \dot{E}_k = \sum_{1}^{n} U_k = \sum_{1}^{n} \dot{I}_k \underline{Z}_k,$$



4.2- расм

яъни контурга кирувчи барча э.ю.к. ларнинг комплекс йиђиндиси шу контурнинг кетма-кет šисмла-ридаги кучланишлар паса-йишининг комплекслари йиђиндисига тенг.

4.1-м и с о л. 4.2-расмдаги занжирга синусоидал u=107,5 sin (400t -30°) В кучланиш берилган. Занжирнинг параметрлари: r_o=0,6 Ом, r_1=5 Ом; L = 0,0125 Г; r_2=15 Ом ва C=125 мкФ. Комплекс усулдан фойдаланиб, занжир тармоšларидаги токларнинг оний šийматлари ва šисмларидаги кучланишларнинг пасайиши аниšлансин.

Е ч и ш . Занжирнинг тœла šаршилиги:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = r_0 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0{,}6 + \frac{(5 + j5)(15 - j20)}{20 - j15} =$$

$$= 6{,}8 + j3{,}4 = 7{,}6e^{j25^0 30'} Om$$

Йи□инди ток эффектив šийматининг комплекси:

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{107{,}5e^{-j30^0}}{\sqrt{2} \cdot 7{,}6e^{j26^0 30'}} = 10e^{-j56^0 30'} \quad [A]$$

Тармоšлардаги токларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^0 30'} \cdot \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10^{-j72^0 50'} \quad [A]$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^0 30'} \cdot \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10^{-j72^0 50'} \quad \mathbf{[A]}$$

r_0 šаршиликдаги ва ab тугунлар орасидаги кучланишларнинг комплекслари тегишлича

$$\dot{U}_0 = \dot{I}_0 r_0 = 10e^{-j56^o 30'} 0{,}6 = 6e^{-j56^o 30'} \quad [B]$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_0 \underline{Z_{ab}} = 10e^{-j56^o30'} 5\sqrt{2}e^{j28^o40'} = = 50\sqrt{2}e^{-j27^o50'}$$ [В]

бœлади.

Ток ва кучланишларнинг оний šийматларига œтиб, šуйидагиларни ќосил šиламиз:

токлар учун:

$$i_0 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 56^0 30')$$ [А]

$$i_1 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 72^0 50')$$ [А]

$$i_2 = 4\sin(400t + 25^0 20')$$ [А]

кучланишлар учун:

$$u_0 = 6\sqrt{2}\sin(400t - 56^0 30')$$ [В]

$$u_{ab} = u_1 - u_2 = 100\sin(400t - 27^0 50')$$ [В]

4.3. Šувват комплекси.

Синусоидал ток занжиридаги актив, реактив ва тœла šувватларни кучланиш U ва ток I нинг берилган эффектив šийматлари, шунингдек, бу миšдорларнинг векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги $\varphi = \Psi_u - \Psi_i$ орšали ќисоблаш юšорида кœрсатилган эди, яъни P=UI×cosφ, Q=UI sinφ ва S=UI. Аммо šувват комплексини ќисоблаш маšсадида кучланиш $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ ва ток $\dot{I} = Ie^{j\Psi_i}$ векторларини тœ□ридан-тœђри кœпайтирсак, тœђри модулли S=UI билан бир šаторда физик реал (ќашиший) бœлмаган аргумент $\varphi' = \Psi_u + \Psi_i$ га дучор бœламиз. Агар $\dot{S} = \dot{U}\dot{I}$ кœпайтманинг комплекслари $\dot{U}$ (ёки $\dot{I}$) дан бирортасининг аргументи тескари ишорали шилиб олинса, кœпайтма векторининг аргументи $\pm\varphi$ га тенг бœлади, яъни:

$$\overset{*}{S} = \overset{\Delta}{U}\dot{I} = Ue^{-j\Psi_u} * Ie^{j\Psi_i} = UIe^{-j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi - jUI\sin\varphi = P - jQ$$

$$\overset{*}{S} = \dot{U}\overset{\Delta}{I} = Ue^{j\Psi_u} * Ie^{-j\Psi_i} = UIe^{j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ$$

Шундай шилиб, кучланиш ва токнинг ишорада олинган аргументли комплекслари, яъни аргументнинг ишорасини сунъий равишда тескарисига алмаштириш комплекси S нинг модулига тенг тœла шувватни ва унинг актив P, реактив Q ташкил этувчиларини бир ваштда ќисоблашга имкон беради. Бу ќолда P ва Q тегишлича олинган комплекс соннинг ќаший ва мавќум шисмларига тенг. Гарчи $\dot{U}$ ва $\dot{I}$ комплексларнинг иккала œзгартириш варианти тенг кучли бœлса ќам, занжир характерини анишлашнинг шуйидаги шоидаларини ёдда тутиш лозим. Агар кучланиш комплекси $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ нинг œрнига $\overset{\Delta}{U} = Ue^{-j\Psi_u}$ ни олсак, манфий мавќум -Q шисм занжирларнинг индуктив характерига, +Q шисм эса сиђим характерига, ток комплекси $I = Ie^{j\Psi_u}$ нинг œрнига $\overset{\Delta}{I} = Ie^{-j\Psi_u}$ ни олсак, аксинча -Q šисм занжирнинг сиђим характерига, +Q эса индуктив характерга эга эканлигига мос келади.

4.4. Оддий ва мураккаб занжирларни комплекс усул билан ќисоблаш

1. *Šаршиликларнинг кетма-кет улангандаги комплекс кœриниши (ифодаси*)

Кетма-кет уланган šаршиликлардан тузилган оддий занжир œзгарувчан кучланиш манбаига уланган деб фараз šилайлик (4.3 расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бœлган ток χ_1, χ_2, ... χ_n šаршиликларда тегишлича кучланишлар ќосил šилади:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}\underline{Z}_1, \quad \dot{U}_1 = \dot{I}\underline{Z}_1, \; ..., \; \dot{U}_n = \dot{I}\underline{Z}_n.$$

Бу комплекс кучланишлар векторларининг геометрик йиђиндиси манба кучланишининг $\dot{U}$ комплексига тенг. Комплекс белгилашларга œтилганда уни šуйидагича ёзиш мумкин:

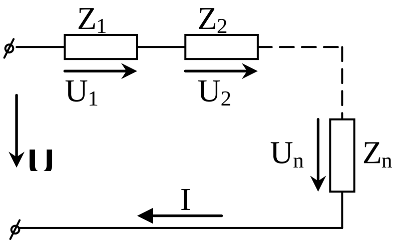
$$\dot{U} = \sum_1^n \dot{U}_k = \sum_1^n \dot{I}\underline{Z_k} = \dot{I}\sum_1^n \underline{Z}_k$$

бунда $Z_k=R_k+jX_k$ k-šисмнинг комплекс šаршилиги. Агар тœла šаршиликлар $\underset{-1}{Z} = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$,

$\underline{z}_{2} = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}$, ..., $\underline{z}_{1n} = \sqrt{R_n^2 + X_n^2}$, нинг ташкил этувчилари берилган бœлса, у ќолда бутун занжирнинг комплекс šаршилигини šуйидагича ќисоблаш мумкин:

$$\underline{Z} = \sum_1^n \underline{z}_k = \sum_1^n R_k + j\sum_1^n X_k = R + jX$$

бунда R - бутун занжирнинг актив šаршилиги (R_1, R_2, ... R_n šаршиликларнинг алгебраик йи□индисига тенг); X - бутун занжирнинг реактив šаршилиги [мусбат (индуктив) ва манфий (си□им) x_1, x_2, ... x_n šаршиликларнинг алгебраик йи□индисига тенг].



4.3-расм

Кучланиш U ва ток I нинг векторлари орасидаги силжиш бурчаги:φ =arctg X/R.

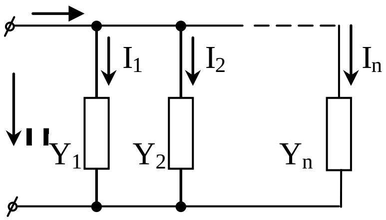
Агар $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ комплекс кœринишдаги кучланиш берилган бœлса, у ќолда занжирдаги токнинг комплекси

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\underline{Z}e^{j\varphi}} = Ie^{j\Psi_i}$$

бœлади. Энди занжирнинг айрим šисмаларидаги $\dot{U}_1 = \dot{I}Z_1$, $\dot{U}_2 = \dot{I}Z_2$ ва ќ.к. эффектив кучланишларнинг комплексларини аниšлаш šийин эмас.

II. Œ т к а з у в ч а н л и к л а р н и п а р а л л е л у л а н и ш д а г и к о м п л е к с к œ р и н и ш и (ифодаси).

Параллел уланган Y_1, Y_2, ... Y_n œтказувчанликлардан тузилган оддий занжир ва œзгарувчан кучланиш U манбаи берилган (4.3-расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бœлган U эффектив кучланиш тармошларининг œтказувчанликларига пропорционал бœлган $I_1=Y_1U$, $I_2=Y_2U$, ... $I_n=Y_nU$ токларни ќосил šилади. Бу токлар эффектив šийматлари векторларининг геометрик йиндиси занжирнинг тармошланмаган šисмидаги I эффектив токнинг векторига тенг.



4.4-расм

Комплекс белгилашларга œтиб, уни šуйидагича ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = \sum_{k=1}^{n} Y_k \dot{U} = \dot{U} \sum_{k=1}^{n} Y_k$$

бунда: $Y_k=g_k - jb_k$ - "k" - тармошнинг комплекс œтказувчанлиги.

Агар тœла œтказувчан-ликлар

$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \ldots y_n = \sqrt{g_n^2 + b_n^2}$ нинг ташкил этувчилари берилган бœлса, у ќолда бутун занжирнинг комплекс œтка-зувчанлигини šуйида-гича ḱисоблаш мум-кин:

$$Y=\sum_{k=1}^{n}Y_k=\sum_{k=1}^{n}g_k-j\sum_{k=1}^{n}b_k=g-jb$$

бунда: g - бутун занжирнинг актив œтказувчанлиги (алоḱида тармоšлар актив œтказувчанликларининг йиђиндисига тенг); b - бутун занжирнинг реактив œтказувчанлиги [мусбат (индуктив) ва манфий (сиђим) - реактив b_1, b_2, ... b_n œтказувчанликлар-нинг алгебраик йи□индисига тенг].

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг векторлари орасидаги сил-жиш бурчаги: φ=arctq b/g

Агар комплекс кœринишдаги $\dot{U}=Ue^{j\Psi_u}$ кучланиш берилган бœлса, у ḱолда занжирнинг тармоšланмаган šисмидаги ток комплекси

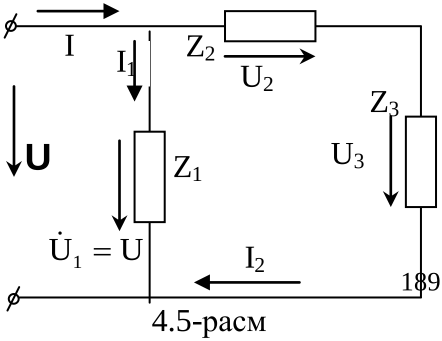
$$\dot{I}=Y\dot{U}=ye^{-j\varphi}*Ue^{j\Psi_u}=Ie^{j\Psi_i}$$

бœлади. Тегишли тармоšлардаги токларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1=\dot{U}Y_1,\quad \dot{I}_2=\dot{U}Y_2$$ ва ḱ.к.

III. А р а л а ш у л а н г а н з а н ж и р .

Аралаш уланган занжирларни (яъни элементлари кетма-кет ва параллел уланган занжирларни) комплекс



4.5-расм

усул билан ḱисоблашда юšорида баён šилинган šоидалар занжир айрим šисмларининг уланиш усулларига кœра асос šилиб олинади. Мисол тариšасида кучланиши U бœлган манбага (4.5-расм) параллел (Z_1) ва кетма-кет (Z_2 ва Z_3) уланган учта $Z_1(R_1,X_1, \varphi_1)$, $Z_2(R_2,X_2, \varphi_2)$ ва $Z_3(R_3, X_3, \varphi_3)$,šаршиликдан тузилган занжирни кœриб чиšайлик. Бутун занжирнинг токи I_1 ва I_2 токларнинг йииндисига тенг; $U_2=I_2Z_2$ ва $U_3=I_3Z_3$ кучланишлар тушувининг йииндиси эса манбанинг кучланиши U га тенг.

Бу комплекс шаклда шундай ёзилади:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2\,,\ \dot{U} = \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3$$

бунда $\dot{I}_1 = \dot{U} / Z_1$ биринчи тармоšнинг комплекс токи; $\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = (R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)$ кетма-кет уланган занжир šисмининг комплекс šаршилиги.

Иккала тенгламани бирлаштириб, šуйидагини ḱосил šиламиз:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}Y_1 + \dot{U}Y_{23} = \dot{U}(Y_1 + Y_{23}) = \dot{U}Y$$

бунда:

$$Y = Y_1 + Y_{23} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{1}{R_1 + jX_1} +$$

$$+ \frac{1}{(R + R_3) + j(X_2 + X_3)} = g - jb$$

-бутун занжирнинг тœла œтказувчанлиги;

$$Y_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{R_1}{\underline{Z}_1^2} - j\frac{X}{\underline{Z}_1^2} = g_1 - gb_1$$

биринчи тармоšнинг комплекс œтказувчанлиги;

$$Y_{23} = \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} - j\frac{x_2 + x_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} =$$

$$= g_{23} - jb_{23}$$

иккинчи тармоšнинг комплекс œтказувчанлиги.

Занжирнинг тармоšланмаган šисмидаги комплекс ток:

$$\dot{I} = Y\dot{U} = (Y_1 + Y_{23})\dot{U}$$

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ векторлари орасидаги силжиш бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{b}{g} = arctg\frac{b_1 + b_{23}}{g_1 + g_{23}}$$

Тармоšлардаги токлар тегишлича

$$\dot{I}_1 = Y_1\dot{U} = y_1 e^{-j\varphi_1}\dot{U}$$

$$\left[y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \varphi_1 = arctg\frac{b_1}{g_1} \right]$$

$$\dot{I}_2 = Y_{23}\dot{U} = y_{23} e^{-j\varphi_{23}}\dot{U}$$

$$\left[y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2}, \varphi_{23} = arctg\frac{b_{23}}{g_{23}} \right]$$

бœлади. Элементлари кетма-кет уланган занжирнинг кучланиш комплекси:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{I}_2 (R_2 + jx_2)$$ ва
$$\dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_3 = \dot{I}_2 (R_3 + jx_3)$$

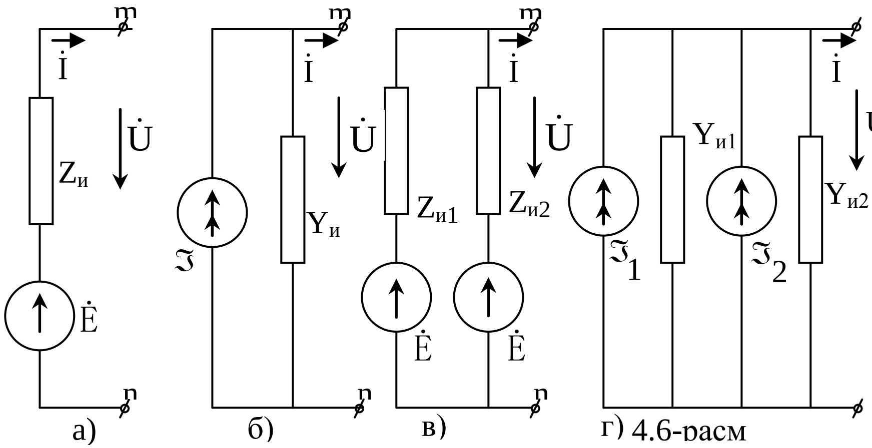
Демак, уланиш схемалари турлича бœлган занжирларни ḱисоблашга оид юšоридаги мисолларга мувофиš, синусоидал œзгарувчан ток занжирларини ḱисоблаш учун комплекс усул татбиš этилганда œзгармас ток занжирларидаги каби ток ва кучланишга оид œшандай оддий математик амалларни бажаришга тœђри келади, дейиш мумкин. Актив ва реактив ташкил этувчиларни, шунингдек ток ва кучланишлар орасидаги фаза силжиши бурчагини ḱисоблаш автоматик равишда бажарилади; чунки бу амал комплекс сонлар тузилиши ва таḱлили асосининг ташкил šилади. Œзгармас ток занжирларини ḱисоблашнинг œзгарувчан ток занжирларини ḱисоблашдан фарšи шундаки, R_1, R_2, ...R_n šаршиликлар œрнига $Z_1 = R_1 + jX_1$, $Z_2 = R_2 + jX_2$, ..., $Z_n = R_n + jX_n$ тœла šаршиликлар олинади, шунингдек, ток I_k ва кучланиш U_k комплекс сонлар $I_k = I_k e^{j\psi_{ik}}$ ва $U_k = U_k e^{j\Psi_{uk}}$ тарзида кœрсатилади.

4.5. Э.ю.к. манбаларини комплекс усулда ток манбаларига ва ток манбаларини э.ю.к. манбаларига

алмаштириш

Амалда э.ю.к. ва ток манбаларини (2.6) алмаштиришга имкон берувчи, нолдан фарš šиладиган ички параметрлар ($r \neq 0$ ва $g \neq 0$) мавжуд; шу туфайли уларни œзаро эквивалент алмаштириш мумкин. Масалан, э.ю.к. манбаларини ток манбаларига алмаштириш тугун кучланишлари (потенциаллари) усулида тенгламалар системасига асос šилиб олинган эди. Э.ю.к. ва ток манбаларининг эквивалент алмаштиришнинг мураккаб занжирлар тузилишини соддалаштириш имконини бериши šуйида кœрсатилади. Масалан, э.ю.к. Е манбаи билан генераторнинг $Z_и = r_и + jX_и$ ички šаршилигидан (4.6-а расм) иборат мураккаб занжирнинг m-n тармођи берилган бœлсин. m-n тармоšнинг ташšи šисмларидаги кучланиш юклама истеъмол šилаётган ток кучи I га бођлиš, яъни:

$$\dot{U} = \dot{E} - \dot{I}\underline{Z}_{\mathbf{и}}$$



4.6-расм

Œз навбатида ташši занжирга бу манба бераётган ток šуйидаги кœринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}_и} - \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_и} \qquad (*)$$

Энди $Y_и$ ички œтказувчанликка эга бœлган šандайдир I ток манбаини (4.6-б расм) олайлик. У ташši занжирга ток I бериб, худди э.ю.к. манбаи (4.6-а расм) каби m-n šисмларда U кучланишни ќосил šилсин.

Бу ќолда юклама токи

$$\dot{I} = \dot{\mathfrak{I}} - \dot{U} Y_и \qquad (**)$$

бœлади.

Бу икки манбани œзаро алмаштириш юклама токи $\dot{I}$ нинг œзгариш šонунияти ва унинг šисмаларидаги кучланиш
$\dot{U}$ юклама šаршилигининг миšдори ва характерига бођлиš бœлмаган ќолдагина мумкин бœлади. Демак, (*) ва (**) ифодалар бир хилдир:

$$\frac{\dot{E}}{\underline{Z}m}=\dot{J};\quad \dot{E}=\frac{1}{Y_m}\dot{J}\quad \text{ва}\quad \frac{1}{Z_m}=Y_m \qquad (***)$$

$\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбалари бœлган иккита параллел тармоšни (4.6-в расм) $\dot{\Im}_1$ ва $\dot{\Im}_2$ ток манбалари бœлган параллел тармоššа (4.6-г расм) алмаштириш учун (***) ифодадан фойдаланамиз. Агар э.ю.к. манбаларнинг ички šаршиликлари $\underline{Z}_{1u}$ ва $\underline{Z}_{2u}$ берилган бœлса, (***) га биноан,

$$Y_{1u}=1/\underline{Z}_{1u},\quad Y_{2u}=1/\underline{Z}_{2u}$$ ва тегишлича

$$\dot{\Im}_1=Y_{1u}\dot{E}_1,\quad \dot{\Im}_2=Y_{2u}\dot{E}_2$$ бœлади.

Энди ток комплекслари ва ички œтказувчанликларини šœшиш йœли билан (4.6-г расм) да кœрсатилган занжирдан унга эквивалент бœлган (4.6-б расм) тармоššа œтиш šийин эмас:

$$\dot{\Im}=\dot{\Im}_1+\dot{\Im}_2 \quad \text{ва} \quad Y_н=Y_{1u}+Y_{2u}$$

Аммо 4.6-а расмга 4.6-в расм эквивалентдир, у ќолда:

$$\dot{E}=\dot{\Im}:Y_Ц=(\dot{\Im}_1+\dot{\Im}_2):(Y_{1Ц}+Y_{2Ц}=$$

$$=(\dot{E}_1Y_{1Ц}+\dot{Г}_2Y_{2Ц}):(Y_{1Ц}+Y_{2Ц}).$$

Шубќасиз, иккита параллел э.ю.к. манбаини битта эквивалент манбага алмаштиришнинг юšорида баён šилинган усули ички šаршиликлари $Z_{1н}$, $Z_{2н}$, ..., $Z_{пн}$ бœлган $\dot{E}_1,\dot{E}_2,.....,\dot{E}_n$ манбалар учун ќам татбиš šилинади. Эквивалент манбанинг э.ю.к .šуйидагича аниšланади:

$$\dot{E} = (\dot{E}_1 Y_{1Ц} + \dot{E}_2 Y_{2Ц} + \ldots + \dot{E}_Ц Y_{nЦ}) : (Y_{1Ц} + Y_{2Ц} + \ldots + Y_{nЦ}) =$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} \dot{E}_k Y_{kЦ}}{\sum_{k=1}^{n} Y_{kЦ}}$$

Унинг ички šаршиликлари эса:

$$\underline{Z}_Ц = \frac{1}{Y_{1Ц} + Y_{2Ц} \ldots + Y_{nЦ}}.$$

бœлади.

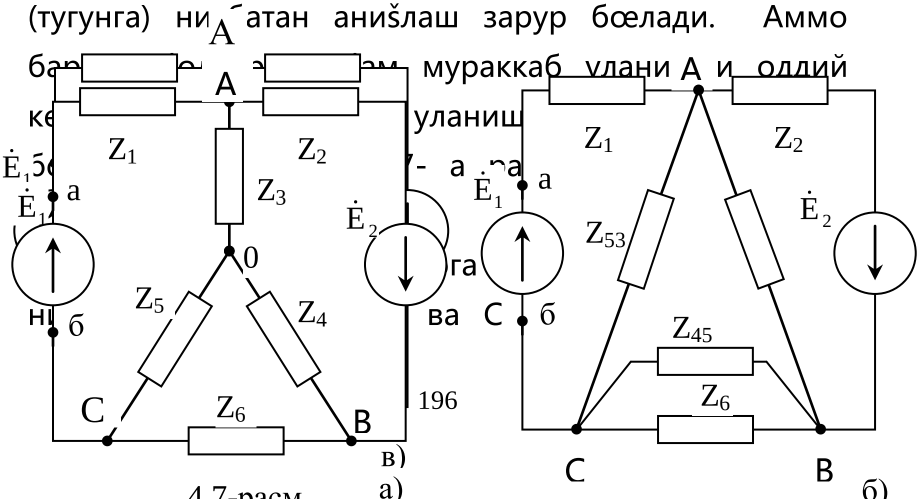
4.6. Юлдуз ва учбурчак тарзида уланган тармоšларни œзаро алмаштириш усули

Мураккаб электр занжирларни турли усуллар билан ќисоблашда баъзан занжирнинг ёки унинг šисмининг эквивалент šаршилигини (эквивалент œтказувчанлигини) ихтиёрий олинган иккита šисмага (тугунга) ни атан аниšлаш зарур бœлади. Аммо бар ... мураккаб улани и оддий ке ... уланиш

бо ... 7- а ра

(... га

ни ... ва С

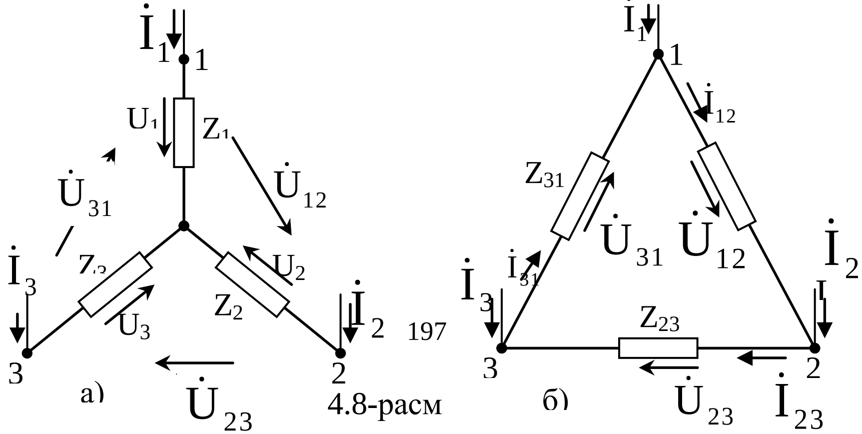


4.7-расм

элементларининг šаршиликларини бир-бирига šœшиш билан аниšлаб бœлмайди. Ḱаšиšатан ḱам бу ерда уланган šаршиликларни œзаро кетма-кет ёки параллел уланган деб бœлмайди.

Масалани ḱал этиш учун А, В ва С тугунлари орасида юлдуз усулида уланган (4.7-а расм) Z_3, Z_4 ва Z_5 šарши-ликларни учбурчак усулида уланган Z_{34}, Z_{45} ва Z_{56} (4.7-б расм) šаршиликлар билан алмаштириш керак. Бошšа вазиятда эса О, В ва С тугунлари орасида (4.7-а расм) учбурчак усулида уланган Z_4, Z_5 ва Z_6 šаршиликлар-ни унга эквивалент бœлган юлдуз усулида уланган Z_D, Z_B ва Z_c šаршиликларга алмаштирсак (4.7-в расм), худди аввалгидек эффект олиш мумкин.

Энди юлдуз усулидан учбурчак усулига ва учбурчак усулидан юлдуз усулига œтишнинг эквивалент шартларини аниšлайлик. Фараз šилайлик, умумий ḱолда занжирнинг бирор šисми юлдуз усулида уланган Z_1, Z_2 ва Z_3 šаршиликлар бœлиб, уларга ташšи



4.8-расм

занжирдан ихтиёрий I_1, I_2 ва I_3 (4.8-а расм) токлар келаётган бœлсин.

Энди унга эквивалент бœлган учбурчак усулида (4.8-б расм) уланган зинжир, šаршиликлари Z_{12}, Z_{23} ва Z_{31} бœлган 1, 2 ва 3 тугунлар ичига жойлашган бœлиб, сифатан янги режимда ишлайди: лекин барча занжирнинг аввалги иш режимини œзгартирмайди. Бундан шундай хулоса šилиш мумкин:

1) 1,2 ва 3 тугунларга келаётган I_1, I_2 ва I_3 токлар œзларининг аввалги йœналишлари ва миšдорларини саšлаши керак.

2) тугунлар орасида $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$ кучланишлар œзларининг аввалги йœналишлари миšдорларини œзгартирмасликлари керак.

Биринчи шарт 4.8-а,б расмдаги ток ва кучланишларнинг берилган йœналишлари бœйича тузилган тенгламалар системасини œз ичига олади:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \qquad \left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} \\ I_2 &= \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} \\ I_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} \end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

Иккинчи шарт бœйича:

$$\dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} = 0 \qquad \left.\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \\ I_{23} &= \dot{I}_2 - \dot{I}_3 \\ I_{31} &= \dot{I}_3 - \dot{I}_1 \end{aligned}\right\} \tag{4.2}$$

Энди (4.1) ва (4.2) тенгламалар системасига кœра, юлдуз усулидан учбурчак усулига œтиш шартларини ёзайлик:

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 - \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)\underline{Z}_2 =$$
$$= \dot{I}_1(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \dot{I}_3 \underline{Z}_2; \quad (4.3)$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_3 = (-\dot{I}_1 - \dot{I}_3)\underline{Z}_2 - \dot{I}_3 \underline{Z}_3 =$$
$$= -\dot{I}_1 \underline{Z}_2 - \dot{I}_3(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3); \quad (4.4)$$

(4.4) тенгламага асосланиб ва $\dot{I}_3$ токини $\dot{I}_3$ орšали белгилаб,

$$\dot{I}_3 = -\frac{\dot{U}_{23} + \dot{I}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \quad (4.5)$$

(4.3) ни šуйидаги кœринишга келтирамиз:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{D}\left(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3\right) + \frac{\dot{U}_{23}}{D}\underline{Z}_2 \quad (4.6)$$

Бунда: $D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$ (4.6) тенгламада ифодаланган мураккаб касрнинг умумий махражи.

(4.6) тенгламани ќисобга олган ќолда (4.5)тенгламани šайта ёзамиз:

$$\dot{I}_3 = -\dot{U}_{12}\frac{\underline{Z}_2}{D} - \dot{U}_{23}\frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D} \quad (4.7)$$

Бошšа томондан, юлдуз усулида уланган занжир токларининг учбурчак усулида уланган занжир токларига нисбати šуйидагича:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = \dot{U}_{12}\frac{1}{\underline{Z_{12}}} - \dot{U}_{31}\frac{1}{\underline{Z_{31}}} = \dot{U}_{12}\frac{1}{\underline{Z_{12}}} + (\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23})\frac{1}{\underline{Z_{31}}} =$$

$$= \dot{U}_{12}\left(\frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{31}}\right) + \dot{U}_{23}\frac{1}{Z_{31}} \qquad (4.8)$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{231} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z_{31}}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z_{23}}} = -\frac{(\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23})}{\underline{Z_{31}}} - \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} =$$

$$= \dot{U}_{12}\frac{1}{\underline{Z_{31}}} - U_{23}\left(\frac{1}{Z_{31}} + \frac{1}{Z_{23}}\right) \qquad (4.9)$$

(4.6) тенгламани (4.8)тенглама билан ва (4.7) тенгламани (4.9) тенглама билан солиштириб, šуйидагиларни ḱосил šиламиз:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{D}; \ \frac{1}{\underline{Z}_{23}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D}; \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D} \quad (4.10)$$

Энди булардан кœринадики:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \frac{\underline{Z}_3}{D}; \qquad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{\underline{Z}_1}{D}; \qquad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D}$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{D}{\underline{Z}_3} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{Z}_{23} &= \frac{D}{\underline{Z}_1} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \\ \underline{Z}_{31} &= \frac{D}{\underline{Z}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{aligned}\right\} \qquad (4.11)$$

Шундай šилиб, берилган учта юлдуз усулида уланган занжир šаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ бœйича унга эквивалент бœлган учбурчак усулида уланган занжир šаршиликлари $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ ва $\underline{Z}_{31}$ аниšланади. Худди шундай йœл билан учбурчак усулида уланган занжирнинг берилган šаршиликлари бœйича унга эквивалент бœлган юлдуз усулида уланган занжир šаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ ни аниšлаш мумкин. (4.11) тенгламадан:

$$\left.\begin{aligned} &\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}=\frac{D^2}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2\underline{Z}_3},\\ &\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}=\frac{D^2}{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}. \end{aligned}\right\} \tag{4.12}$$

Демак, юлдуз уланишдаги šаршиликлар:

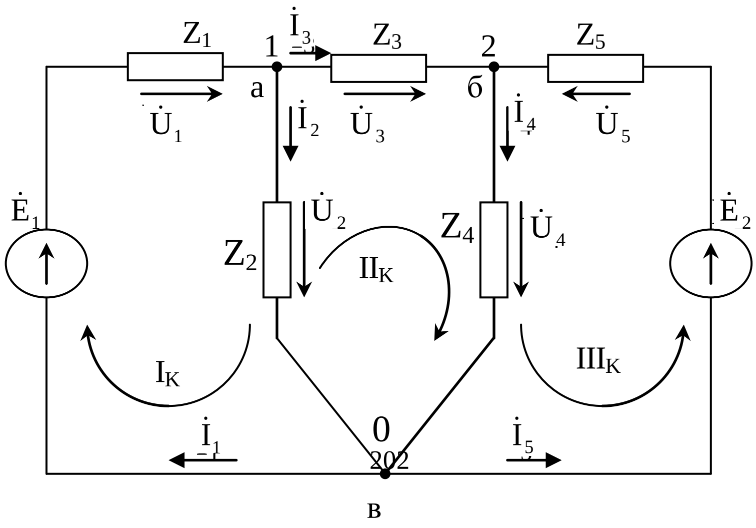
$$\left.\begin{aligned} &\underline{Z}_1=\frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}};\\ &\underline{Z}_2=\frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}};\\ &\underline{Z}_3=\frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}} \end{aligned}\right\} \tag{4.13}$$

Юлдуз ва учбурчак усулида уланишларни œзаро алмаштиришдан фаšат занжир элементларининг соддалаштирилган аралаш уланишини олиш мумкин бœлибгина šолмасдан, балки юšоридаги усулларнинг бирортаси билан мураккаб занжир ќисоблангандa унинг контури ва тугунларининг сонини œзгартиришда ќам фойдаланилади. Шуни эсда тутиш керакки, бунда эквивалент улашнинг šаршиликларидаги токлар бошланђич улашнинг реал тармošларидаги (берилган) toклардан фарš šилади. Бошланђич уланишнинг реал тармošларидаги токларни аниšлаш учун (4.1) ва (4.2) тенгламаларга биноан, токларни šайта ќисоблаш керак.

Шуни ќам эсда тутиш керакки, юлдуз усулидан учбурчак усулига œтказиш принципини янада мураккаброš - кœп учли юлдуз ва кœпбурчак усулида улашга татбиš šилиш мумкин.

4.7. Кирхгоф šонунлрини бевосита татбиš этиш усули

Бу усул билан электр занжир таќлил šилинганда айрим тармošларидаги токларни ва шу тармošлардаги



4.9-расм

šаршиликларда кучланишнинг пасайишини ќисоблаш учун Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи šонунига биноан берилган занжирнинг тенгламаси (электр мувозанат тенгламаси) тузилади. Тузилган тенгламалар сони номаълум токларнинг, яъни тармоšларнинг сонига тенг бœлиши керак. Масаланинг шартига биноан, э.ю.к. (ёки токлар) манбаларининг ва занжир šаршиликларининг миšдорлари берилади. Агар занжирнинг тармоšлар сони p га, тугунлар сони q га тенг бœлса, у ќолда Кирхгофнинг биринчи šонуни бœйича (q-1), иккинчи šонуни бœйича эса (p-q+1) та занжирнинг мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламалар системасини биргаликда ечиш натижасида p та номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, ..., \dot{I}_p$ токлар аниšланади. Занжирнинг бир šисми учун Ом šонунига биноан ихтиёрий $\underline{Z}_k$ šаршиликда кучланишнинг тушуви $\dot{U}_k = \dot{I}_k Z_k$ ни аниšлаймиз.

Фараз šилайлик, иккита $\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбаидан таъминланаётган уч тугун ва бешта тармоšдан таркиб топган (4.9-расм) мураккаб занжир берилган бœлсин. $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, ..., $\underline{Z}_3$ šаршиликлардан œтаётган токларни $\dot{I}_1, \dot{I}_2, ..., \dot{I}_p$ ихтиёрий равишда (4.9-расмда кœрсатилганидек) йœналтирамиз.

Агар токларнинг йœналишлари уларнинг ќаšиšий йœналишига тескари бœлса, унда ḱисобланган токлар ишораси манфий (-) бœлиб чиšади. Аммо бу шартли йœналиш ḱисоблашда хатога олиб келмайди.

Тугунлар сони учта (а,б ва в) бœлгани учун Кирхгофнинг биринчи šонунига кœра

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0, \qquad (4.14)$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0 \qquad (4.15)$$

0- ёки "в" тугун учун тузилган $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0$ тенглама (4.14) ва (4.15) тенгламаларда такрорлангани учун мустаšил бœлмайди.

Номаълум токлар сонидан (улар бешта) тенгламалар сони кам; шу сабабли Кирхгофнингн иккинчи šонунига кœра 1, II ва III контурлар учун схемада стрелка билан кœрсатилган йœналиш бœйича тенгламалар тузамиз, яъни

$$\dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{z}_2 = \dot{E}_1, \qquad (4.16)$$

$$-\dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{I}_4 \underline{Z}_4 = 0, \qquad (4.17)$$

$$\dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{I}_5 \underline{Z}_5 = \dot{E}_2. \qquad (4.18)$$

(4.14) - (4.18) тенгламаларни биргаликда ечиб, номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \ldots, \dot{I}_5$ токларни аниšлаймиз. Булар орšали эса $\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1$, $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2, \ldots,$ $\dot{U}_5 = \dot{I}_5 \underline{Z}_5$, кучланишларнинг тушувларини ḱам аниšлаймиз.

Аммо кœп тармоšли занжирларни ќисоблашда бу усул ноšулай ва мураккаб бœлганлигидан кам татбиš šилинади.

4.8. Контур токлари усули

Бу усул берилган занжирни Кирхгофнинг иккинчи šонунига биноан тузилган тенгламалар бœйича таќлил šилишга асосланган. 4-9-расмдаги I, II ва III контурлардан фаšат контур токлари деб аталадиган $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ токлар œтаяпди ва бу токлар занжирнинг šаршиликларида кучланишнинг тушувини ќосил šилади, дейлик. Агар бирор Z_k šаршилик орšали фаšат битта $\dot{I}_{kk}$ контур токи œтса, бу ток шу тармоšнинг ќаšиšий токи ќисобланади. Агар Z_q šаршиликдан иккита контур токи œтса, устлаш (суперпозиция) принципига кœра, ќаšиšий I_q ток (йœналишлари ихтиёрий олинган) œша контур токларининг алгебраик йи�индисига тенг. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ контур токлари $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \ldots, \dot{I}_5$ ќаšиšий токлар билан šуйидагидек боĝланган:

$\dot{I}_1 = \dot{I}_{k1}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{k1} - \dot{I}_{k2}$, $\dot{I}_3 = \dot{I}_{k2}, \dot{I}_4 = \dot{I}_{k2} + \dot{I}_{k3}$ ва $\dot{I}_5 = \dot{I}_{k3}$.

Агар тенгликлардан $\dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ токларни $\dot{I}_1, \dot{I}_3$ ва $\dot{I}_5$ токлар билан алмаштирсак, учта номаълум ток бœлиб, учта тенгламадан тузилган системани ќосил šилиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{I}_{k1}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{I}_{k2}\underline{Z}_2 = \dot{E}_1 \\ &-\dot{I}_{k1}\underline{Z}_2 + \dot{I}_{k2}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) + \dot{I}_{k3}\underline{Z}_4 = 0 \\ &\dot{I}_{k2}\underline{Z}_4 + \dot{I}_{k3}(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) = \dot{E}_2 \end{aligned}\right\} \quad (4.19)$$

Бу тенгламалар к о н т у р т о к л а р и н и н г т е н г л а м а л а р и деб аталади.

Умумий ќолда контур токлари тенгламаларининг сони (p-q+1) га тенг деб ќисобланади. Бу ерда: q - занжирдаги тугунлар сони, p - тармоšлар сони.

Агар занжир n та контур токларига эга бœлса. унинг тенгламалари šуйидагича тузилади:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{11} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{12} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{1n} = \dot{E}_{11} \\ &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{21} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{22} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{2n} = \dot{R}_{22} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{n1} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{n2} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{nn} = \dot{E}_{nn} \end{aligned}\right\} \quad (4.20)$$

Бунда $\underline{Z}$ nn - n - контурнинг хусусий šаршилиги бœлиб, миšдор жиќатидан ана шу контурга кирувчи барча šаршиликларнинг йиindисига тенг; $\underline{Z}$ qs - q- ва s- ёндош контурларнинг œзаро šаршилиги бœлиб, миšдор жиќатидан шу иккала контурга умумий бœлган тармоšнинг šаршилигига тенг. Бу тармоš орšали бир ваšтда ёндош контурларнинг I_{kq} ва I_{ks} токлари œтади. Агар ёндош контур токларининг йœналиши мос бœлса, тармоšнинг šаршилиги (4.20) тенгламалар системасига (+) ишора, šарама-šарши бœлса (-) ишора билан киритилади.

$\dot{E}_{nn}$ - n- контурнинг хусусий э.ю.к.; у миšдор жиќатидан шу контурдаги барча э.ю.к.ларнинг алгебраик (контур токининг йœналишини ќисобга олган ќолда) йиђиндисига тенг. Агар q - контурда энергия манбаи йœš бœлса, $E_{qq}=0$ деб ќисобланади.

(4.20) тенгламага аниšловчи ва минорлар усулини татбиš šилиб, $\dot{I}_{k1}, I_{k2}, ...\dot{I}_{kn}$ токларни šуйидагидек топамиз:

$$\dot{I}_{k1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{12}}{\Delta}\dot{E}_{22} + ...+ \frac{\Delta_{1n}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

$$\dot{I}_{k2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\dot{E}_{22} + ...+ \frac{\Delta_{2n}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

....

$$\dot{I}_{kn} = \frac{\Delta_{n1}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{n2}}{\Delta}\dot{E}_{22} + ...+ \frac{\Delta_{nn}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

бунда:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11}\,\underline{Z}_{12}\cdots\underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21}\,\underline{Z}_{22}\cdots\underline{Z}_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \underline{Z}_{n1}\,\underline{Z}_{n2}\cdots\underline{Z}_{nn} \end{vmatrix}$$ - бош аниšловчи,

Δ_{qs} =Δ_{sq} - бош аниšловчининг алгебраик тœлдирувчиси (минори) бœлиб, Δ- нинг q-šатори ва s-устунини (ёки аксинча) œчириб. (-1) га кœпайтириш йœли билан олинган. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1, \dot{E}_{22} = 0$ ва $\dot{E}_{33} = \dot{E}_2$ ќамда

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -Z_2 & 0 \\ -\underline{Z}_2 & (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 +$$

$$+ \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_2^2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2);$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\cdot(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)\cdot(-1)^{(1+2)} =$$

$$= \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{22}=\begin{vmatrix}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) & 0\\ 0 & (\underline{Z}_4+\underline{Z}_5)\end{vmatrix}=(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)(\underline{Z}_2+\underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{23}=\Delta_{32}=\begin{vmatrix}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)-\underline{Z}_2 & \\ 0 & \underline{Z}_4\end{vmatrix}=(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)\underline{Z}_4(-1)^5=$$

$$=-(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{33}=\begin{vmatrix}(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2\\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2+\underline{Z}_3+\underline{Z}_4\end{vmatrix}=$$

$$=(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2)(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3+\underline{Z}_4)-\underline{Z}_2^2.$$

Энди $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ *ва* $\dot{I}_{k3}$ контур токларини топиш šийин эмас, яъни

$$\dot{I}_{k1}=\frac{\Delta_{11}}{\Delta}\dot{E}_1+\frac{\Delta_{13}}{\Delta}\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k2}=\frac{\Delta_{21}}{\Delta}\dot{E}_1+\frac{\Delta_{23}}{\Delta}\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k3}=\frac{\Delta_{31}}{\Delta}\dot{E}_1+\frac{\Delta_{33}}{\Delta}\dot{E}_2$$

4.9. Тугун кучланишлар усули

Шундай кœп элементли мураккаб занжирлар борки, уларнинг тармоšлари сони талайгина бœлсада, тугунлар сони чекланган бœлади. Бундай занжирлар учун тугунлараро кучланишларни топиш осонроš ḱисобланади. Ḱисоблаш усули эса т у г у н к у ч л а н и ш л а р и у с у л и деб аталади.

Энди ихтиёрий электр занжирдаги q=(n+1) тугунлардан биттасини (масалан, (n+1)- тугунни) ажратиб олиб, унинг нисбий кучланишини нолга тенг деб олсак $(\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_0 = 0)$, у ḱолда šолган барча тугунларнинг кучланиши ана шу тугунга нисбатан анišланиши осонлашади ва šуйидагини беради:

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_0, \qquad \dot{U}_{20} = \dot{U}_{(2)} - \dot{U}_0, ..., \dot{U}_{n0} = \dot{U}_{(n)} - \dot{U}_0.$$

Бунда q ва s тугунлари орасига жойлашган q-s тармоšнинг šисмаларидаги кучланишлар айирмаси $\dot{U}_{q3} = \dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}$, бœлади. $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}, ..., \dot{U}_{n0}$ тугун кучланишлари маълум бœлса, улар орасидаги айирма ḱар доим шундай анišланади. Энди Кирхгофнинг биринчи šонунига биноан, занжирнинг ″n″-та мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламадаги тегишли тармоšлар токларини шу тармоš œтказувчанлигининг унинг элементидаги кучланишнинг пасайишига кœпайтмаси тарзида ифодалаймиз.

Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун бундай тенгламалар сони иккита, яъни (4.14) ва (4.15) бœлади. Тугунларнинг кучланишларини мос равишда

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{10}, \qquad \dot{U}_б = \dot{U}_{20} \qquad ва \qquad \dot{U}_в = U_0$$

орšали белгилаб, бутун занжирнинг токлари учун šуйидаги тенгламаларни тузамиз:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10})$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}\dot{U}_{10} = Y_2\dot{U}_{10},$$

$$\dot{I}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_3\dot{U}_{12}) \ \dot{I}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_4}\dot{U}_{20} = Y_4\dot{U}_{20},$$

$$\dot{I}_5 = \frac{1}{\underline{Z}_5}(\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = Y_5(-\dot{U}_{20} + \dot{E}_2),$$

бунда: Y_1, Y_2, ... Y_5 -занжирнинг тегишли тармоšларининг комплекс œтказувчанликлари.

Бу токларнинг šийматларини (4.14) ва (4.15) тенгламаларга šœйиб, šуйидагини ќосил šиламиз:

$$Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_2\dot{U}_{10} - Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = 0,$$

$$Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_4\dot{U}_{20} + Y_5(\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = 0,$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{10}(Y_1 + Y_2 + Y_3) - \dot{U}_{20}Y_3 = Y_1\dot{E}_1 = \dot{\mathfrak{I}}_1 \\ -\dot{U}_{10}Y_3 + \dot{U}_{20}(Y_3 + Y_4 + Y_5) = Y_5\dot{E}_2 = \dot{\mathfrak{I}}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (*)$$

Šуйидаги белгилашларни киритамиз:

$Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$ - биринчи тугуннинг хусусий œтказув-чанлиги(1/Ом)

$Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$ - иккинчи тугуннинг хусусий œтказувчанлиги (1/Ом)

$Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$ - биринчи ва иккинчи тугунларнинг œзаро œтказувчанлиги (1/Ом).

Улар туфайли (*) ни šуйидагича соддалаштириш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{10}Y_{11}+\dot{U}_{20}Y_{12} &= \dot{\Im}_1 \\ \dot{U}_{10}Y_{21}+\dot{U}_{20}Y_{22} &= \dot{\Im}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (**)$$

Равшанки, худди шу тарзда n та тугун кучланишли ихтиёрий мураккаб занжир учун тенгламалар системасини умумлашган кœринишда šуйидагича тузиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{10}Y_{11}+\dot{U}_{20}Y_{12}+\ldots+\dot{U}_{n0}Y_{1n} &= \dot{\Im}_1 \\ \dot{U}_{10}Y_{21}+\dot{U}_{20}Y_{22}+\ldots+\dot{U}_{n0}Y_{2n} &= \dot{\Im}_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{U}_{10}Y_{n1}+\dot{U}_{20}Y_{n2}+\ldots+\dot{U}_{n0}Y_{nn} &= \dot{\Im}_n \end{aligned}\right\} \qquad (4.20)$$

Тенгламанинг чап šисмида фаšат биттадан $\dot{U}_{k0}Y_{kk}$ мусбат кœпайтма, šолганлари $\dot{U}_{q0}Y_{qs}$ кœринишдаги манфий кœпайтмадир. Ќар бир тенгламанинг œнг šисмида ″к″ тугунга бевосита бођлиš бœлган энергия манбаларидан келаётган токларнинг йиђиндиси $\dot{\Im}_k$ ёзилган.

Агар э.ю.к. манбаи бœлса, у ќолда $\dot{\Im}_k$ га барча э.ю.к. ларнинг уларга уланган тармоšлар œтказувчанликлари кœпайтмасининг алгебраик йиђиндиси киради. $\dot{E}_q Y_q$ нинг ќосил šилган токи тугунга šараб йœналса, кœпайтманинг ишораси мусбат ва тугундан кетаётган бœлса, манфий бœлади. Токлар манбаи мавжуд бœлганда $\dot{\Im}_k$ йиђиндисининг миšдорлари тармоšнинг œтказувчанлигига бођлиš бœлмайди (к-тугунга нисбатан йœналишини ќисобга олганда агар s тугунга э.ю.к. ќам, ток манбаи ќам тегишли бœлмаса, унда $\dot{\Im}_k$ =0 бœлади).

Контур токлари усулига œхшаш, бу ерда ќам (4.20) тенгламанинг ечими аниšловчилар ёрдамида топилади, яъни:

$$\dot{U}_{k0} = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta}\dot{\Im}_1 + \frac{\Delta_{k2}}{\Delta}\dot{\Im}_2 + \ldots + \frac{\Delta_{kn}}{\Delta}\dot{\Im}_n,$$

бундаги

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & ..Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & ..Y_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & ..Y_{nn} \end{vmatrix}$$ - бош аниšловчи

Δ_{qs} =Δ_{sq} - унинг минорлари бœлиб, ишораси $(-1)^{q+s}$ га кœпайтириш йœли билан аниšланади.

Тармošлардаги ќašиšий токлар šуйидагича аниšланади: яъни к, q...,S тугунларни нолинчи тугун билан уловчи тармošлар учун

$$\dot{I}_k = \dot{U}_{k0} Y_k, \quad \dot{I}_q = \dot{U}_{q0} Y_q, ..., \ \dot{I}_s = \dot{U}_{s0} Y_s$$

ва худди шундай k ва q, q ва S ва ќ.к. тугунларни уловчи тармošлар учун

$$\dot{I}_{kq} = \dot{U}_{kq} Y_{kq} = (\dot{U}_{k0} - \dot{U}_{q0}) Y_{kq},$$

$$\dot{I}_{qs} = \dot{U}_{qs} Y_{qs} = (\dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}) Y_{qs}$$ ва ќ.к.

Юšорида келтирилган усул амалда энг кœп тарšалган, электр энергетик тармošларининг œрнашган токларини ќисоблашда жуда катта миšёсда жорий этилади. Кœп тармošли электр узатувчи занжирларнинг шакли маълум структурага эга бœлганлиги сабабли мазкур ќисоблашлар граф-схемалар ва матрицалар ёрдамида бажарилади.

Масалан, ихтиёрий ″k″- ва ″m″- тугунлар орасида жойлашган ″s″- тармošни оладиган бœлсак (4.10-расм), унда œрнашган кучланиш $\dot{U}_{km}$ тугунлардаги $\dot{U}_{k0}$ ва $\dot{U}_{m0}$ кучланишлар айирмасига тенг бœлади, яъни:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_{km} = \dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0} = a_{sk}\dot{U}_{k0} + a_{sm}\dot{U}_{m0} \qquad (*)$$

бу ерда: α_{sk} =1,чунки $\dot{U}_s$ вектор сифатида "k"-дан чиššан,

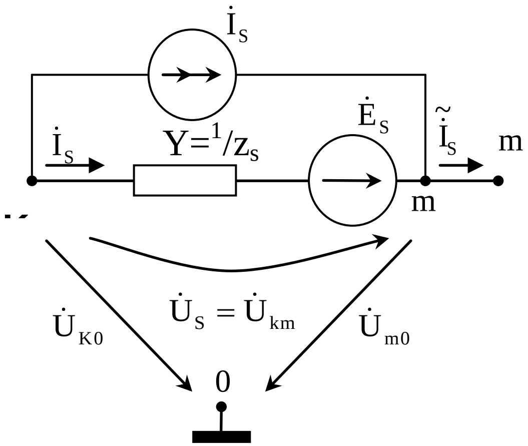
α_{sm} =-1, чунки $\dot{U}_s$ "m"-га йœналган).

Агарда (*) тенглама тузилиш šоидасини матрицалар тœлдириш šоидаси билан taššосласак, шуни яššол кœрамизки, графланган схеманинг тармоšлардаги кучланишлар устун-матрицаси тугун кучланишлари устун матрицасига нисбатан šуйидаги кœпайтма орšали ифодаланади:

$$\underline{\widetilde{U}} = \underline{A}^t\,\underline{U}_0 = A^t \begin{Vmatrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \\ \cdots\cdots \\ \dot{U}_{n0} \end{Vmatrix}$$

Ќašišатдан ќам A^t матриданинг šаторлари графланган схеманинг тармоšлари сонига, устунлари эса схема тугунлари сонига бо�лišдир. Шу сабабли гарчи танланган тармоš "0"- тугунга (яъни базис тугунга) уланган бœл-маса, тегишли šатор-дан фašатгина икки-та šарама-šарши ишорали бирламчи элемент жой олади. Бундай šатор-матри-цанинг тегишлича тугун кучланишлар устун-матрицасига нисбатан олинган кœпайтмаси иккита тугун орасидаги кучланишни беради.

Керакли тенгламалар системасини тузишдан олдин кучланиш $\tilde{U}$ нинг œзига тегишли тармоšнинг актив ва пассив элементларининг параметрлари орšали бођлайлик: чунки умумий ќолда тармоš таркибида ќам э.ю.к. ќам, ток манбалари бœлиши мумкин.



4.10-

Шундай šилиб, $\underline{\tilde{U}} = \underline{U} - \underline{E}$; $\underline{\tilde{I}} = \underline{I} + \underline{\mathfrak{I}}$ ва $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$.

Кирхгофнинг биринчи šонунига асосан граф-схеманинг тугунлари учун šуйидагини ёзиш мумкин:

$$\underline{A}\underline{\tilde{I}} = \underline{A}\underline{I} + \underline{A}\underline{\mathfrak{I}} = 0, \qquad \textbf{ёки} \qquad \underline{A}\underline{Y}\underline{U} = -\underline{A}\underline{\mathfrak{I}}.$$

Лекин $\underline{U} = \underline{U} + \underline{E} = \underline{A}^t\,\underline{U}_0 + \underline{E}$ ни ќисобга олсак,

$$\underline{A}\underline{Y}\,\underline{A}^t\underline{U}_0 = -\underline{A}(\underline{\mathfrak{I}} + \underline{Y}\,\underline{E}).$$

Кœриниб турибдики, $\underline{A}\underline{Y}\underline{A}^t$ - nxn тартибли тугун œтказувчанликлар квадрат матрицаси ва уни šуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\underline{A}\underline{Y}\underline{A}^t = \left\| \begin{matrix} Y_{11} & Y_{12} \ldots. & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} \ldots. & Y_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ Y_{n1} & Y_{n2} \ldots.. & Y_{nn} \end{matrix} \right\|$$

(бу ерда Y_{kk} - ″k″- тугуннинг хусусий œтказувчанлиги, Y_{km} - ″k″ ва ″m″- тугунлар орасидаги умумий œтказувчанликдир).

Шуни ќам эслатамизки, $\underline{A}\dot{\underline{\Im}}$ - nx1 тартибли устун-матрица ва унинг элементлари œз номерларига мос номерли тугунларга бо□ланган ток манбалари токларининг йи□индисидан ташкил топган бœлади. $\underline{A}(\underline{Y}\underline{E})$ эса - шундай nx1 тартибли устун-матрицаки, унинг элементлари сунъий ток манбаи $(\underline{Y}\underline{E})$, яъни э.ю.к. манбаларидан тармоš œтказувчанлиги Y орšали тегишли тугунга келаётган токлар йи□индисидир. Шу туфайли

$$-\underline{A}(\underline{\Im}+\underline{Y}\,\underline{E}) = \begin{Vmatrix} \dot{\Im}_1 \\ \dot{\Im}_2 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \dot{\Im}_n \end{Vmatrix}$$

бœлади.

Ушбу усул билан ташкил топган тенгламалар системасини ечиш натижасида ќар бир граф-схема тармоšларидаги кучланишларни $\underline{\widetilde{U}} = \underline{A}^t \underline{U}_0$ орšали, пассив элементлардаги кучланишларни $\underline{U} = \underline{E} + \underline{\widetilde{U}}$ орšали топиш šийин бœлмайди. Худди шунга œхшаш элементлардаги токлар $\underline{I} = \underline{Y}\,\underline{U}$ тарзида, умумий тармоš токлари эса $\underline{\widetilde{I}} = \underline{I} + \underline{J}$ кœринишида топилиши табиийдир.

Мисол сифатида 4.9-расмдаги схема учун тугун кучланишлар усулини ушбу схеманинг графига нисбатан матрицавий тахлилини кœздан кечирайлик. Бунинг учун энг аввало схеманинг графини кœрайлик (4.11-расм). Кœриниб турибдики, бу граф-схема учун бо□ланишлар матрицаси šуйидагича бœлади:

	2	-1	1	1		
A=	1			-1	1	-1

Кучланиш, э.ю.к. ва токлар матрицаларини а□дарилган шакллари

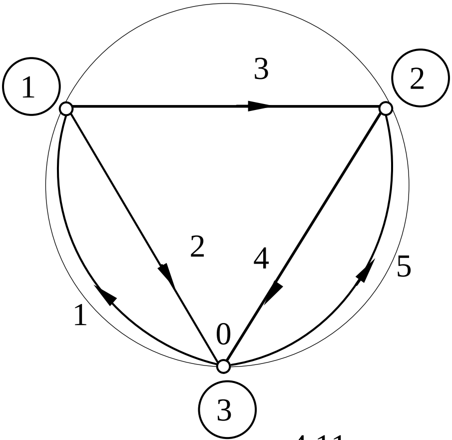
$$\underline{\widetilde{U}}^t = \left\| \widetilde{U}_1 \, \widetilde{U}_2 \, \widetilde{U}_3 \, \widetilde{U}_4 \, \widetilde{U}_5 \right\|,$$

$$\underline{E}^t = \left\| \dot{E}_1 \quad 000 \quad \dot{E}_2 \right\|,$$

$\underline{Y}$ =diag (Y_1 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5),

$$\underline{I}^t = \left\| \dot{I}_1 \, \dot{I}_2 \, \dot{I}_3 \, \dot{I}_4 \, \dot{I}_5 \right\|,$$

$$\underline{U}_0^t = \left\| \dot{U}_{10} \qquad \dot{U}_{20} \right\|.$$



4.11-расм

$\underline{AY}$ - матрицанинг хусусиятларини ва $\underline{Y}$ - матрицанинг диагонал характерга эгалигини ќисобга олсак, šуйидагини ёзи-шимиз мумкин:

ва

$\underline{AY}$ =

	1	2	3	4	5
1	$-Y_1$	Y_2	Y_3		
2			$-Y_3$	Y_4	$-Y_5$

$\underline{A}\underline{Y}\,\underline{A}^t$ =

1	$Y_1+Y_2+Y_3$	$-Y_3$
2	$-Y_3$	$Y_3+Y_4+Y_5$

Шунга œхшаш

$$(\underline{Y}\,\underline{E}^t = \left\| Y_1 \quad \dot{E}_1 \quad 000 \quad Y_5\dot{E}_2 \right\|$$

$$A(\Im + YE) = \begin{matrix} 1 \left| -Y_1 E_1 \right| \\ 2 \left| -Y_5 \dot{E}_2 \right| \end{matrix} = - \begin{matrix} \left| \dot{J} \right| \\ \left| \dot{J} \right| \end{matrix}$$

чунки ток манбаи занжирда йœš ва $\underline{J}$ =0. Ḱамма ёзувларни умумлаштириш натижасида šуйидагини оламиз:

$$Y_{11}\dot{U}_{10} + Y_{12}\dot{U}_{20} = \dot{\Im}_1,$$

$$Y_{21}\dot{U}_{10} + Y_{22}\dot{U}_{20} = \dot{\Im}_2,$$

яъни юšорида (**) белгиси билан кœрсатилган тенгламалар системасини такроран ḱосил šилдик, чунки $Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$,

$Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$, $Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$, шунингдек $\dot{J}_1 = Y_1\dot{E}_1$ ва $\dot{J}_2 = Y_5\dot{E}_2$.

$$A(\Im + YE) = \begin{matrix} 1 \left| -Y_1 E_1 \right| \\ 2 \left| -Y_5 \dot{E}_2 \right| \end{matrix} = - \begin{matrix} \left| \dot{J} \right| \\ \left| \dot{J} \right| \end{matrix}$$

чунки ток манбаи занжирда йœš ва $\underline{J}$ =0. Ќамма ёзувларни умумлаштириш натижасида šуйидагини оламиз:

$$Y_{11}\dot{U}_{10} + Y_{12}\dot{U}_{20} = \dot{\Im}_1,$$
$$Y_{21}\dot{U}_{10} + Y_{22}\dot{U}_{20} = \dot{\Im}_2,$$