O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

ALGEBRA VA GEOMETRIYA KAFEDRASI

Ro’yxatga olindi:

“TASDIQLAYMAN”
O’quv ishlari bo’yicha prorektor
prof. A.S. Soleev ________
"____" __________ 2018 yil

№_______________
2018 y. «____ »__________

Algebra va geomerriya

Ta’lim yo’nalishlari: 5140200 – Fizika

5140400-Astronomiya

O’quv-uslubiy majmua

Tuzuvchi: Sh.Q. Absalamov

SAMARQAND – 2018

SO‘Z BOSHI

Mazkur o‘quv uslubiy majmua «Algebra va geometriya” fanidan “5140200 – fizika”, 5140400-Astronomiya ta’lim yo‘nalishlari uchun mo‘ljallangan bo‘lib, Mexanika-matematika fakultetining “Algebra va geometriya” kafedrasi professor-o‘qituvchilari tomonidan ishlab chiqilgan. «Algebra va geometriya” fani o‘quv uslubiy majmuasini yaratishda etakchi xorijiy OTMlari o‘quv dasturlariga asosiy adabiyotlar ro‘yxatiga kiritilgan Kenneth Kuttler Elementary linear algebra (2012, Ventus Publishing Aps, ISBN 978-87-403-0018-5), David Cherney, Tom Denton and Andrew Waldron, Linear Algebra (2013), Fuzhen Zhang LINEAR ALGEBRA (2009), Izu Vaisman Analytical Geometry (World Scientific 1997). adabiyotlardan foylalanildi.

«Algebra va geometriya” fani “5140200 – fizika”, 5140400-Astronomiya” ta’lim yo‘nalishlari o‘quv rejalariga asosan 1 va 2 semestrlarda mos ravishda 50 soat ma’ruza va 52 soat amaliy mashg’ulot o‘qitiladi. 1 va 2 semestrlarda chiziqli algebra haqida umumiy tushunchalar, matritsalar algebrasi, yuqori tartibli determinantlar va ularning xossalari, chiziqli algebraik tenglamalar sistemalarini echish usullari, chiziqli fazolar, chiziqli almashtirishlar va ularning matritsalari. Turli bazislarda chiziqli almashtirishlarning matritsalari orasidagi bog‘lanish, invariant qism fazolar, chiziqli almashtirishlarning xos sonlari va xos vektorlari, evklid fazosida ortogonal almashtirishlar, jordan katagi, jordan matritsasi, jordan bazisi, chiziqli almashtirishning jordan bazisdagi matritsasi to‘g‘risida umumiy ma’lumotlar keltirilgan, namunaviy misollar asosida tushuntirilgan. Vektor tushunchasi, vektorlar ustida chiziqli amallar, vektorlarning skalyar, vektor va aralash ko‘paytmalari, ularning geometrik ma’nosi, hisoblash formulalari, to‘g‘ri chiziq va tekisliklarning turli tenglamalari, to‘g‘ri chiziq va tekisliklar o‘zaro vaziyatini aniqlash, nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha, nuqtadan tekislikkacha, to‘g‘ri chiziqlar orasidagi masofalarni aniqlash.

Ikkinchi tartibli chiziqlarning kanonik va urunma tenglamalari, ikkinchi tartibli chiziqlarning umumiy tenglamalarini kanonik ko‘rinishga keltirish, ikkinchi tartibli chiziqlarning fizika va astronomiyaga tadbiqlari, ikkinchi tartibli sirt va konus kesimlarining umumiy nazariyasi haqida ma’lumotlar berilgan, ular bilan ishlash namunaviy misollar asosida tushuntirib o‘tilgan. “Algebra va geometriya” fanini o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida, bakalavr analitik geometriya, oliy va chiziqli algebra haqida tasavvurga ega bo‘lishi; matematik belgilar, oddiy tizimlar yordamida jarayonlarni matematik modellashtirish, bu bilimlarni eksperiment ma’lumotlarini ishlab chiqishning asosiy usul va yo‘riqlaridan foydalana olishi; algebraik tenglamalar va tenglamalar sistemalarini analitik va raqamli echishda qo‘llay olish ko‘nikmalariga ega bo‘ladi, algebra va geometriya fanini mavzularini fizika va astronomiyaga tadbiq eta oladi.

Ushbu o‘quv uslubiy majmua beshta qismdan iborat bo‘lib, ular sillabus, ishchi o‘quv reja, namunaviy va ishchi o‘quv dastur, fanni o‘qitishda foydalaniladigan interfaol ta’lim metodlari, ma’ruza materiallari (ma’ruza matni, adabiyotlar ro‘yxati, mustaqil ta’lim mavzulari, glossariy, nazorat savollari va test savollari) va amaliy mashg‘ulotlar materiallari (amaliy topshiriqlar, namuna, adabiyotlar ro‘yxati, tarqatma materiallar, test savollari)dan tashkil topgan. Ma’ruza va amaliy mashg‘ulotlar materiallari semestrlarga ajratilgan holda berilgan.

SILLABUS
«Algebra va geometriya» fanining sillabusi

(2018/2019 o‘quv yili)

Kafedra nomi:	**“Algebra va geometriya”**	
O‘qituvchi haqida ma’lumot:	Absalamov Sharif Qobulovich	sh.absalamov73@mail.ru
Semestr va o‘quv kursining davomiyligi	1,2 - Semestr va jami soat	
O‘quv soatlari xajmi:	**jami:**	170
	shuningdek:	
	ma’ruza	50
	seminar	-
	Amaliy (laboratoriya)	52
	mustaqil ta’lim	68
Yo‘nalish nomi va shifri	5140200	Fizika
	5140400	Astronomiya

Kursning predmeti va mazmuni: «Algebra va geometriya” fani bakalavriat “5140200 – fizika”, 5140400-Astronomiya ta’lim yo‘nalishlari o‘quv rejalariga muvofiq o‘qitiladi. Mazkur fan analitik geometriya, oliy va chiziqli algebra bo‘limlaridan iboratdir: birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar, ikkinchi tartibli sirtlar (ITS), determinant va matritsalar, chiziqli tenglamalar sistemasini echish, chiziqli va evklid fazolari, operatorlar, kvadratik formalar o‘rganiladi. «Algebra va geometriya” fani deyarli barcha fanlar bilan bog‘liq, ko‘p fanlar uchun asos bo‘lganligi uchun ulardan oldin, asosan 1-kursda o‘tiladi.

Kursni o‘qitishning maqsadi va vazifalari: “Algebra va geometriya” fanining o‘qitilishidan maqsad – talabalarni matematikaning zaruriy ma’lumotlari majmuasi (tushunchalar, tasdiqlar va ularning isboti, amaliy masalalarni echish usullari va boshqalar) bilan tanishtirish xamda matematika va fizika yo‘nalishlarining o‘zviy bog‘liqliklarini o‘rganishdan iboratdir. Ayni paytda u talabalarni mantiqiy fikrlashga, to‘g‘ri xulosa chiqarishga, matematik madaniyatini oshirishga xizmat qiladi. Talabalarni mantiqiy fikirlashga, nazariy bilimlarni amaliyotga bevosita tatbiq etishga, to‘g‘ri xulosa chiqarish va qaror qabul qilishga o‘rgatish “Algebra va geometriya” fanining asosiy vazifalaridan hisoblanadi.

Kursning tarkibi va mazmuni

№	**Mavzu nomi va mazmuni**	**ma’ruza**	**Amaliy mashg‘ulotlar**	**Mustaqil ta’lim**
1	2	3	4	6
	I SEMESTR			
1	Matritsalar. Determinantlar. Chiziqli tenglamalar sistemasi	**8**	**10**	**10**
1.1	Matritsalar tushunchasi. 2- va 3-tartibli determinantlar. *n*-tartibli determinantlar va ularning xossalari.	2	2	2

1.2	Matritsalar algebrasi. Matritsa rangi. Teskari matritsa tushunchasi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari.	2	4	4
1.3	Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker-Kapelli teoremasi.	2	2	2
1.4	Minorlar va algebraik to'ldiruvchilar. Laplas teoremasi.	2	2	2
2	**Dekart koordinatalar sistemasi. Vektorlar algebrasi.**	**8**	**8**	**12**
2.1	Dekart va Qutb koordinatalar sistemasi. Koordinatalar sistemasini almashtirish. Vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kolleniar va komplanar vektorlar. Vektorlarning proyeksiyasi.	4	4	4
2.2	Vektorning koordinatalari. CHiziqli erkli va chiziqli bog'lanishl ivektorlar oilasi.Vektorlarning skalyar ko'paytmasi. Paralelillik va perpendikulyarlik shartlari.	2	2	4
2.3	Vektor ko'paytma. Vektor ko'paytmasining geometrik mazmuni. Uchta vektorning aralash ko'paytmasi. Vektorlarning vektor va aralash ko'paytmasining fizikaga tadbiqlari	2	2	4
3	**To'g'ri chiziq va tekislik tenglamalari**	**8**	**8**	**12**
3.1	Tekislikda to'g'ri chiziqning turli tenglamalari.	2	2	2
3.2	Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik va parallellik shartlari.To'g'ri chiziqlarning normal tenglamasi. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa	2	2	2
3.3	Tekislikning umumiy tenglamasi. Tekislikning to'la bo'lmagan tenglamalari. Tekislikning kesmalardagi tenglamasi. Ikki tekislik orasidagi burchak. Tekisliklarning paralellik va perpendikulyarlik shartlari. Tekislikning normallangan tenglamasi. Nuqtadan tekislikgacha bo'lgan masofa.	2	2	4
3.4	Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi. To'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi. Ik ki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi. Fazoda to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi. Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati.	2	2	4
	Jami	**24**	**26**	34
	II SEMESTR			
4	**Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va sirtlar**	**12**	**12**	10
4.1	Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konus kesimlari.Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning urinma tenglamalari.	6	6	4
4.2	Ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy tenglamalarini soddalashtirish.	2	2	2
4.3	Ikkinchi tartibli sirt tenglamalari. Ellipsoid. Giperboloidlar. Paraboloidlar. Ikkinchi tartibli konus va silindrlar.	4	4	4
5.	**Chiziqli fazolar. Evklid fazolari.Kvadratik formalar.**	**8**	**8**	**12**
5.1	Chiziqli fazolar.O'lcham va bazis tushunchalari. Evklid fazolari. ortogonal va ortonormal sistemalar. qism fazo.	4	4	6

5.2	Bichiziqli va kvadratik formalar. Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish. Kvadratik formalar uchun inersiya qonuni. Musbat aniqlangan kvadratik formalar.	4	4	6
6	**Chiziqli almashtirishlar**	**6**	**6**	**12**
6.1	Chekli o'lchovli chiziqli fazolarning chiziqli almashtirishlari. Chiziqli almashtirish matritsasi. Turli bazisda berilgan chiziqli almashtirish matritsalari orasidagi bog'lanish.	2	2	6
6.2	Chiziqli almashtirishlar ustida bajariladigan amallar. Xos son va xos ildizlar. Xarakteristik ko'phad.	4	4	6
	JAMI	**26**	**26**	**34**

Mustaqil ta'lim:	Talaba mustaqil ta'limning asosiy maqsadi – o'qituvchining rahbarligi va nazoratida muayyan o'quv ishlarini mustaqil ravishda bajarish uchun bilim va ko'nikmalarini shakllantirish va rivojlantirish. Mustaqil ishlarni bajarish jarayonida talabalar quyidagi ishlarni bajaradidar: - darslik va o'quv qo'llanmalar asosida fan mavzulari bo'yicha nazariy tayyorgarlik ko'rish, amaliy va laboratoriya mashg'ulotlariga tayyorlanish; - tarqatma materiallar bo'yicha ma'ruzalarni chuqur o'zlashtirish; - fan mazmunida ko'rsatilmagan dasturlash tillari va muhitlari bilan tanishish va qiyosiy tahlil qilish; - masofaviy ta'lim orqali dasturlash bilan turdosh fanlar bo'yicha o'quv kurslarida qatnashish va mos sertifikatlarga ega bo'lish tavsiya qilinadi. Talaba mustaqil ishini tashkil etishda quyidagi shakllardan foydalanadi: • berilgan mavzular bo'yicha axborot (referat) tayyorlash; • nazariy bilimlarni amaliyotda qo'llash; • maket, model va namunalar yaratish; • ilmiy maqola, anjumanga ma'ruza tayyorlash va h.k. Talaba mustaqil ta'limning asosiy maqsadi – o'qituvchining rahbarligi va nazoratida muayyan o'quv ishlarini mustaqil ravishda bajarish uchun bilim va ko'nikmalarini shakllantirish va rivojlantirish. Mustaqil ishlarni bajarish jarayonida talabalar quyidagi ishlarni bajaradidar: - darslik va o'quv qo'llanmalar asosida fan mavzulari bo'yicha nazariy tayyorgarlik ko'rish, amaliy va laboratoriya mashg'ulotlariga tayyorlanish; - tarqatma materiallar bo'yicha ma'ruzalarni chuqur o'zlashtirish; - fan mazmunida ko'rsatilmagan dasturlash tillari va muhitlari bilan tanishish va qiyosiy tahlil qilish; - masofaviy ta'lim orqali dasturlash bilan turdosh fanlar bo'yicha o'quv kurslarida qatnashish va mos sertifikatlarga ega bo'lish tavsiya qilinadi. Talaba mustaqil ishini tashkil etishda quyidagi shakllardan foydalanadi: • berilgan mavzular bo'yicha axborot (referat) tayyorlash; • nazariy bilimlarni amaliyotda qo'llash; • maket, model va namunalar yaratish va h.k. *Izoh:* Mustaqil ta'lim soatlari hajmlaridan kelib chiqqan holda ishchi dasturda mazkur mavzular ichidan mustaqil ta'lim

	mavzulari shakllantiriladi.		
Maslahatlar va topshiriqlarni topshirish vaqti	Chorshanba	15:00	Fizika fakulteti 55 auditoriya
Bilimlarni baholash usullari, mezonlari, va tartibi:			
Baholash usullari	**O‘zlashtirish nazorati**		
Baholash mezonlari	a) **5 baho** uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim: • Hulosa va qaror qabul qilish; • Ijodiy fikrlay olish; • Mustaqil mushohada yurita olish; • Olgan bilimlarini amalda qo‘llay olish; • Mohiyatini tushunish; • Bilish, aytib berish; • Tasavvurga ega bo‘lish; b) **4 baho** uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim: • Mustaqil mushohada yurita olish; • Olgan bilimlarini amalda qo‘llay olish; • Mohiyatini tushunish; • Bilish, aytib berish; • Tasavvurga ega bo‘lish; v) **3 baho** uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim: • Mohiyatini tushunish; • Bilish, aytib berish; • Tasavvurga ega bo‘lish; g) talabaning bilim darajasi **qoniqarsiz baho** bilan quyidagi hollarda baholanadi: • Aniq tasavvurga ega bo‘lmaslik; • Javoblarda xatoliklarga yo‘l qo‘yilganlik; • Bilmaslik.		
Axborot resurs baza: SamDU ARM			
Asosiy adabiyotlar:	1. Izu Vaisman. Analytical Geometry World Scientific 1997. 2. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. T. O’zbekiston Respublikasi faylasuflar milliy jamiyati nashriyoti, 2008 y. 3. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to’plami. T. Universitet, 2006. 4. Kenneth Kuttler Elementary linear algebra 2012, Ventus Publishing Aps, ISBN 978-87-403-0018-5. 5. Proskuryakov I.L. Sbornik zadach po lineynoy algebre. «nauka», 2005 g. 6. Xojiev J.X. Faynleyb A.S. Algebra va sonlar nazariyasi kursi, Toshkent, «O‘zbekiston», 2001 y.		
Qo‘shimcha adabiyotlar:	1. Кострикин А.И.и др., Сборник задач по алгебре. «Наука», 1986г.		

	2. G‘aymnazarov G., Gaimnazarov O. Algebra va sonlar nazariyasidan masalalar yechish. Toshkent, “Fan Texnologiya” 2015 y. 3. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А .Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре.М. Изд: Физмат. 2004г. 4. A.Robson Introduction to Analytical Geometry Cambridge University Press, 2009 5. Gelfand I.M. Chiziqli algebradan leksiyalar. «Oliy va o‘rta maktab». 1964. 6. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1962. 7. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1957 8. G’.A. Xasanov., T.E. Buriyev; Analitik Geometriya: fiziklar uchun amaliy mashg’ulotlar. Samarqand 2018.
Normativ-huquqiy hujjatlar:	
Ilmiy jurnallar:	
Davriy nashrlar:	
Statistik nashrlar:	
Internet resurslar:	**1.** http:// www.a-geometry.narod.ru **2.** https://www.bookrenter.com/science/analytic-geometry-textbooks **3.** http://encyclopedia2.thefreedictionary.com/analytic+geometry **4.** http://techlibrary.ru **5.** http://ziyonet.uz **6.** http://bookzz.org

O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

Ro’yxatga olindi:	**“TASDIQLAYMAN”**
№_____________	prof. A. Soleyev _________
"___"___________2018-yil	"___"___________2018-yil

ALGEBRA VA GEOMETRIYA FANINING ISHCHI O’QUV DASTURI

1-kurs

Ta’lim sohasi:	140000 – Tabiiy fanlar
Ta’lim yo’nalishlari:	5140200 – Fizika
	5140400 – Astronomiya

umumiy o‘quv soati	–	170 soat	
shu jumladan:			
ma'ruza	–	50 soat	(1semestr – 24 soat)
			(2 semestr – 26 soat)
amaliyot	–	52 soat	(1 semestr – 26 soat)
			(2 semestr – 26 soat)
mustaqil ta'lim	–	68 soat	(1semestr – 34 soat)
			(2semestr – 34 soat)

Samarqand - 2018

Fanning ishchi o'quv dasturi o'quv, ishchi o'quv reja va o'quv dasturiga muvofiq ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar: Muxiddinov S.R., Absalamov. Sh.Q.

Taqrizchi: katta.o'q. Jabborov E.

Fanning ishchi o'quv dasturi "Algebra va geometriya" kafedrasining 2018- yil 30-avgustdagi "1" - son yig'ilishida muhokamadan o'tgan va fakultet kengashida muhokama qilish uchun tavsiya etilgan.

Kafedra mudiri: Xasanov G'.A.

Fanning ishchi o'quv dasturi "Mexanika-matematika" fakultet kengashida muhokama etilgan va foydalanishga tavsiya qilingan (2018-yil 30-avgustdagi 1-sonli bayonnoma).

Fakultet kengashi raisi: ________________ Begmatov A.X.

O'quv-uslubiy boshqarma boshlig'i______________Xalxujayev A.M.

I. O‘quv fanining dolzarbligi va oliy kasbiy ta'limdagi o‘rni

“Algebra va geometriya” fani bakalavriatning “Fizika” va “Astronomiya” yo‘nalishlari o‘quv rejasiga muvofiq o‘qitiladi. mazkur fan analitik geometriya, oliy va chiziqli algebra bo‘limlaridan iboratdir: birinchi va ikkinchi tartibli chiziqlar, ikkinchi tartibli sirtlar, determinant va matritsalar, chiziqli tenglamalar sistemasini echish, chiziqli va evklid fazolari, operatorlar, kvadratik formalar o‘rganiladi. “algebra va geometriya” fani deyarli barcha fanlar bilan bog‘liq, ko‘p fanlar uchun asos bo‘lganligi uchun ulardan oldin, asosan 1-kursda o‘tiladi.

II. O‘quv fanining maqsadi va vazifasi

Fanni o‘qitishning maqsadi – “Algebra va geometriya” fanining o‘qitilishidan maqsad talabalarni matematikaning zaruriy ma'lumotlari majmuasi (tushunchalar, tasdiqlar va ularning isboti, amaliy masalalarni echish usullari va boshqalar) bilan tanishtirish xamda matematika yo‘nalishlarining o‘zviy bog‘liqliklarini o‘rganishdan iboratdir. ayni paytda u talabalarni mantiqiy fikrlashga, to‘g‘ri xulosa chiqarishga, matematik madaniyatini oshirishga xizmat qiladi.

Fanni o‘qitishning vazifalari:

Talabalarni mantiqiy fikirlashga, nazariy bilimlarni amaliyotga bevosita tatbiq etishga, to‘g‘ri xulosa chiqarish va qaror qabul qilishga o‘rgatish “algebra va geometriya” fanining asosiy vazifalaridan hisoblanadi.

Fan buyicha talabalarning bilim, ko‘nikma va malakalariga quyidagi talablar qo‘yiladi. ***talaba:***

- “Algebra va geometriya” fanini o‘zlashtirish jarayonida amalga oshiriladigan masalalar doirasida bakalavr analitik geometriya, oliy va chiziqli algebra haqida ***tasavvurga ega bo‘lishi***;
- matematik belgilar, oddiy tizimlar yordamida jarayonlarni matematik modellashtirish, muayyan iqtisodiy jarayon uchun modellar qurish, qurilgan model doirasida xisoblar olib borishni bilishi va bu bilimlarni eksperiment ma'lumotlarini ishlab chiqishning asosiy usul va yo‘riqlaridan foydalana ***bilish va ulardan foydalana olishi***;
- algebrik tenglamalarni analitik va raqamli echishda, tenglamalar sistemalarini analitik va raqamli echishda qo‘llay olish ***ko‘nikmalariga ega bo‘lishi kerak.***

III. Asosiy nazariy qism (ma'ruza mashg‘ulotlari)

1- mavzu. Matritsalar va determinantlar. chiziqli algebraik tenglamalar sistemalari

matritsalar va ular ustida amallar. ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar. o‘rinlashtirishlar va o‘rin almashtirishlar. n-tartibli determinantlar, ularning xossalari. determinantlarni xisoblash.kramer formulasi. teskari matritsa. chiziqli tenglamalar sistemasini echishning matritsaviy usuli. chiziqli algebraik tenglamalar sistemalarini echish usullari. gauss usuli. chiziqli algebraik tenglamalar sistemalari ustida elementar almashtirishlar.

2-mavzu. Dekart koordinatalar sistemasi. Vektorlar algebrasi.

Dekart va Qutb koordinatalar sistemasi. Koordinatalar sistemasini almashtirish. Vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kolleniar va komplanar vektorlar. Vektorlarning proyeksiyasi. Vektorning koordinatalari. CHiziqli erkli va chiziqli bog‘lanishl ivektorlar oilasi.Vektorlarning skalyar ko‘paytmasi. Paralelillik va perpendikulyarlik shartlari. Vektor ko’paytma. Vektor ko’paytmasining geometrik mazmuni. Uchta vektorning aralash ko’paytmasi. Vektorlarning vektor va aralash ko’paytmasining fizikaga tadbiqlari

vektor tushunchasi, vektorlar ustida chiziqli amallar. vektorlarning skalyar, vektor va aralash ko‘paytmalari, ularning geometrik ma'nosi, hisoblash formulalari.

3-mavzu. To’g’ri chiziq va tekislik tenglamalari

Tekislikda to’g’ri chiziqning turli tenglamalari. Ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak. To’g’ri chiziqlarning perpendikulyarlik va parallellik shartlari.To’g’ri chiziqlarning normal tenglamasi. Nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa. Tekislikning umumiy tenglamasi. Tekislikning to’la bo’lmagan tenglamalari. Tekislikning kesmalardagi tenglamasi. Ikki tekislik orasidagi burchak. Tekisliklarning paralellik va perpendikulyarlik shartlari. Tekislikning normallangan tenglamasi. Nuqtadan tekislikgacha bo’lgan masofa. Fazoda to’g’ri chiziq tenglamasi. To’g’ri chiziqning kanonik tenglamasi. Ik ki nuqtadan o’tuvchi to’g’ri chiziq tenglamasi. Fazoda to’g’ri chiziqning parametrik tenglamasi. Tekislik va to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyati.

4-mavzu. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va sirtlar.

Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konus kesimlari.Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning urinma tenglamalari. Ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy tenglamalarini soddalashtirish. Ikkinchi tartibli sirt tenglamalari. Ellipsoid. Giperboloidlar. Paraboloidlar. Ikkinchi tartibli konus va silindrlar. ikkinchi tartibli sirt va konus kesimlarining umumiy nazariyasi.

5-mavzu. Chiziqli fazolar. Evklid fazolari.Kvadratik formalar.

Chiziqli fazolar. vektorlarning chiziqli bog‘liqligi va chiziqli erkliligi. chiziqli fazoning o‘lchami va bazisi. turli bazislarda vektor koordinatalari orasidagi bog‘lanish. matritsaning rangi. kroneker–kapelli teoremasi. birjinsli sistemalar. echimlarning fundamental sistemalari.qism fazolar. qism fazolarning yig‘indisi va kesishmasi. skalyar ko‘paytma. evklid fazolari. ortonormal sistemalar.

ortogonallashtirish jarayoni. unitar fazolar. chiziqli formalar. bichiziqli va kvadratik formalar. kvadratik formani kanonik ko‘rinishga keltirish usullari. inersiya qonuni. musbat aniqlangan kvadratik formalar.

6-mavzu. Chiziqli almashtirishlar.

Chiziqli almashtirishlar va ularning matritsalari. turli bazislarda chiziqli almashtirishlarning matritsalari orasidagi bog‘lanish. chiziqli almashtirishlarning o‘zagi va aksi. invariant qism fazolar. chiziqli almashtirishlarning xos sonlari va xos vektorlari. unitar fazosida chiziqli almashtirishlar. qo‘shma almashtirishlar. o‘z-o‘ziga qo‘shma almashtirishlarni diagonal shaklga keltirish. unitar almashtirishlar. evklid fazosida ortogonal almashtirishlar. jordan katagi. jordan matritsasi. jordan bazisi. chiziqli almashtirishning jordan bazisdagi matritsasi. matritsalarni jordan shakliga keltirish haqidagi teorema.

IV. Amaliy mashg‘ulotlarni tashkil etish bo‘yicha ko‘rsatma va tavsiyalar

Ushbu fan bo‘yicha amaliy mashg‘ulotlarni tashkil etishda adabiyotlar ro‘yxatidagi [1-4] va [8] dan foydalaniladi. [1-4] va [8] adabiyotlarda tegishli mavzular bo‘yicha keltirilgan masalalar echiladi. uy vazifalari va mustaqil ishlar uchun topshiriqlar berishda asosiy adabiyotlar ro‘yxatida keltirilgan [5], qo‘shimcha adabiyotlardan [1-2] va [6-7] dan, hamda amaliy mashg‘ulotlarni tashkil etishda esa [1-8] darsliklarda keltirilgan nazariy ma'lumotlardan foydalaniladi.

V. Mustaqil ta'limni tashkil etishning shakli va mazmuni

Talaba mustaqil ta'limning asosiy maqsadi – o‘qituvchining rahbarligi va nazoratida muayyan o‘quv ishlarini mustaqil ravishda bajarish uchun bilim va ko‘nikmalarini shakllantirish va rivojlantirish.

Mustaqil ishlarni bajarish jarayonida talabalar quyidagi ishlarni bajaradidar:

- darslik va o‘quv qo‘llanmalar asosida fan mavzulari bo‘yicha nazariy tayyorgarlik ko‘rish, amaliy va laboratoriya mashg‘ulotlariga tayyorlanish;

- tarqatma materiallar bo‘yicha ma'ruzalarni chuqur o‘zlashtirish;

- fan mazmunida ko‘rsatilmagan dasturlash tillari va muhitlari bilan tanishish va qiyosiy tahlil qilish;

- masofaviy ta'lim orqali dasturlash bilan turdosh fanlar bo‘yicha o‘quv kurslarida qatnashish va mos sertifikatlarga ega bo‘lish tavsiya qilinadi.

Talaba mustaqil ishini tashkil etishda quyidagi shakllardan foydalanadi:

- berilgan mavzular bo‘yicha axborot (referat) tayyorlash;
- nazariy bilimlarni amaliyotda qo‘llash;
- maket, model va namunalar yaratish va h.k.

Izoh: Ushbu mavzular asosida, mustaqil ta'lim soatlari hajmlaridan kelib chiqqan holda ishchi dasturda ma'ruza va amaliy mashg‘ulotlarga tayyorgarlik ko‘rish, fan bo‘yicha talaba dunyoqarashini kengaytiradigan mustaqil ta'lim mavzulari shakllantiriladi.

Ma’ruza, amaliy mashg‘ulotlar va mustaqil ta’lim soatlari

№	Mavzu nomi va mazmuni	ma’ruza	Amaliy mashg‘ulotlar	Mustaqil ta’lim
1	2	3	4	6
	I SEMESTR			
1	Matritsalar. Determinantlar. Chiziqli tenglamalar sistemasi	**8**	**10**	**10**
1.1	Matritsalar tushunchasi. 2- va 3-tartibli determinantlar. *n*-tartibli determinantlar va ularning xossalari.	2	2	2
1.2	Matritsalar algebrasi. Matritsa rangi. Teskari matritsa tushunchasi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari.	2	4	4
1.3	Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker-Kapelli teoremasi.	2	2	2
1.4	Minorlar va algebraik to’ldiruvchilar. Laplas teoremasi.	2	2	2
2	**Dekart koordinatalar sistemasi. Vektorlar algebrasi.**	**8**	**8**	**12**
2.1	Dekart va Qutb koordinatalar sistemasi. Koordinatalar sistemasini almashtirish. Vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kolleniar va komplanar vektorlar. Vektorlarning proyeksiyasi.	4	4	4
2.2	Vektorning koordinatalari. CHiziqli erkli va chiziqli bog‘lanishl ivektorlar oilasi.Vektorlarning skalyar ko‘paytmasi. Paralelillik va perpendikulyarlik shartlari.	2	2	4
2.3	Vektor ko’paytma. Vektor ko’paytmasining geometrik mazmuni. Uchta vektorning aralash ko’paytmasi. Vektorlarning vektor va aralash ko’paytmasining fizikaga tadbiqlari	2	2	4
3	**To’g’ri chiziq va tekislik tenglamalari**	**8**	**8**	**12**
3.1	Tekislikda to’g’ri chiziqning turli tenglamalari.	2	2	2
3.2	Ikki to’g’ri chiziq orasidagi burchak. To’g’ri chiziqlarning perpendikulyarlik va parallellik shartlari.To’g’ri chiziqlarning normal tenglamasi. Nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa	2	2	2

3.3	Tekislikning umumiy tenglamasi. Tekislikning to'la bo'lmagan tenglamalari. Tekislikning kesmalardagi tenglamasi. Ikki tekislik orasidagi burchak. Tekisliklarning paralellik va perpendikulyarlik shartlari. Tekislikning normallangan tenglamasi. Nuqtadan tekislikgacha bo'lgan masofa.	2	2	4
3.4	Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi. To'g'ri chiziqning kanonik tenglamasi. Ik ki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi. Fazoda to'g'ri chiziqning parametrik tenglamasi. Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati.	2	2	4
	Jami	**24**	**26**	34
	II SEMESTR			
4	**Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va sirtlar**	**12**	**12**	10
4.1	Tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar. Ellips, giperbola, parabola va uning kanonik tenglamalari. Konus kesimlari.Ellips, parabola va giperbolaning qutb koordinatalar sistemasidagi tenglamalari. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning urinma tenglamalari.	6	6	4
4.2	Ikkinchi tartibli chiziqlar umumiy tenglamalarini soddalashtirish.	2	2	2
4.3	Ikkinchi tartibli sirt tenglamalari. Ellipsoid. Giperboloidlar. Paraboloidlar. Ikkinchi tartibli konus va silindrlar.	4	4	4
5.	**Chiziqli fazolar. Evklid fazolari.Kvadratik formalar.**	**8**	**8**	**12**
5.1	Chiziqli fazolar.O'lcham va bazis tushunchalari. Evklid fazolari. ortogonal va ortonormal sistemalar. qism fazo.	4	4	6
5.2	Bichiziqli va kvadratik formalar. Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish. Kvadratik formalar uchun inersiya qonuni. Musbat aniqlangan kvadratik formalar.	4	4	6
6	**Chiziqli almashtirishlar**	**6**	**6**	**12**
6.1	Chekli o'lchovli chiziqli fazolarning chiziqli almashtirishlari. Chiziqli almashtirish matritsasi. Turli bazisda berilgan chiziqli almashtirish matritsalari orasidagi bog'lanish.	2	2	6
6.2	Chiziqli almashtirishlar ustida bajariladigan amallar. Xos son va xos ildizlar. Xarakteristik ko'phad.	4	4	6
	JAMI	**26**	**26**	**34**

Reyting jadvali

Nazorat turi	**ON №1**	**YaN**
O'tkazilish vaqti	14-15- hafta	18-19-hafta

Nazorat Shakli	Yozma (3 tadan nazariy va 2 tadan amaliy topshiriq beriladi)	Yozma (3 tadan nazariy va 2 tadan amaliy topshiriq beriladi)

****Izoh. Nazoratlardagi har bir savol va topshiriqlar quyidagi baholash mezonlari bo'yicha baholanadi.***

Oraliq baholash **yozma** ravishda o'tkazilganda talabaga 5 ta misol va masalalar beriladi. Har bir misol va masalalar 5 lik baholash mezoni bo'yicha baholanib, yakuniy baho o'rta arifmetik bo'yicha hisoblanadi.

Yakuniy baholash **yozma-og'zaki** o'tkazilganda talabaga uchta nazariy, ikkita amaliy topshiriqlardan iborat bilet beriladi. Ushbu topshiriqlar bo'yicha savol-javob qilinib, yakuniy baho o'rta arifmetik bo'yicha hisoblanadi.

Talabalar bilimini baholash mezonlari

a) **"5" (a'lo)** baho uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- Xulosa va qaror qabul qilish;
- Ijodiy fikrlay olish;
- Mustaqil mushohada yurita olish;
- Olgan bilimlarini amalda qo'llay olish;
- Mohiyatini tushunish;
- Bilish, aytib berish;
- Tasavvurga ega bo'lish;

b) **"4" (yaxshi)** baho uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- Mustaqil mushohada yurita olish;
- Olgan bilimlarini amalda qo'llay olish;
- Mohiyatini tushunish;
- Bilish, aytib berish;
- Tasavvurga ega bo'lish;

v) **"3"(qoniqarli)** baho uchun talabaning bilim darajasi quyidagilarga javob berishi lozim:

- Mohiyatini tushunish;
- Bilish, aytib berish;
- Tasavvurga ega bo'lish;

g) talabaning bilim darajasi **"2"** (**qoniqarsiz)** deb quyidagi xollarda baholanadi:

- Aniq tasavvurga ega bo'lmaslik;
- Javoblarda xatoliklarga yo'l qo'yilganlik;
- Bilmaslik.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro‘yxati

asosiy adabiyotlar

7. Izu Vaisman. Analytical Geometry World Scientific 1997.

8. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. T. O’zbekiston Respublikasi faylasuflar milliy jamiyati nashriyoti, 2008 y.

9. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to’plami. T. Universitet, 2006.
10. Kenneth Kuttler Elementary linear algebra 2012, Ventus Publishing Aps, ISBN 978-87-403-0018-5.

11. poskuryakov i.l. sbornik zadach po lineynoy algebre. «nauka», 2005 g.

12. xojiev j.x. faynleyb a.s. algebra va sonlar nazariyasi kursi, toshkent, «o‘zbekiston», 2001 y.

Qo‘shimcha adabiyotlar

1. Кострикин А.И.и др., Сборник задач по алгебре. «Наука», 1986г.

2. G‘aymnazarov G., Gaimnazarov O. Algebra va sonlar nazariyasidan masalalar yechish. Toshkent, “Fan Texnologiya” 2015 y.

3. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А .Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре.М. Изд: Физмат. 2004г.

4. A.Robson Introduction to Analytical Geometry Cambridge University Press, 2009

5. Gelfand I.M. Chiziqli algebradan leksiyalar. «Oliy va o‘rta maktab». 1964.

6. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1962.

7. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1957

8. G’.A. Xasanov., T.E. Buriyev; Analitik Geometriya: fiziklar uchun amaliy mashg’ulotlar. Samarqand 2018.

Internet saytlari

7. http:// www.a-geometry.narod.ru

8. https://www.bookrenter.com/science/analytic-geometry-textbooks

9. http://encyclopedia2.thefreedictionary.com/analytic+geometry

10. http://techlibrary.ru

11. http://ziyonet.uz

12. http://bookzz.org

Fan bo'yicha ma'ruza va amaliy mashg'ulotlarda o'qitish texnologiyalarini ishlab chiqishning konseptual asoslari va foydalaniladigan interfaol ta'lim metodlari.

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti va hukumati jahon andozalariga mos keladigan kadrlar tayyorlash masalalariga e'tiborni qaratib kelmoqda. Dars jarayonini boshqarish va tashkillashtirishda professor-o'qituvchining bilimi, tajribasi, ko'nikmasi, ilmiy-pedagog salohiyati, mahorati, qobiliyati asosiy omil hisoblanadi. Shunga ko'ra, jumladan ma'ruzani oddiydan murakkabga qarab rivojlantirib qo'llaniladigan o'quv qo'llanmalar va vositalar tayyorlanadi. O'quv xonasi dars uchun tayyorlab qo'yiladi.

O'qituvchi ma'ruza qila turib quyidagilarga e'tibor qaratadi:

- talabalarni savol-javobga undash orqali guruhda muhokama muhitini yaratadi, ijobiy javobni shakllantiradi;
- vaqtincha erkin fikr almashishga ruxsat beradi;
- kundalik hayotdan ibratli misollar keltiradi;
- talabalarni savol berishga undaydi;
- ilgari o'rganilgan hodisa va vaziyatlarni yangilari bilan taqqoslashni amalga oshiradi;
- fan doirasida turli ma'lumotlarni jonli, qiziqarli bayon qiladi.

Dars jarayonida talabaning tanqidiy (tahliliy) fikrini shakllantirishda uchta bosqichdan foydalaniladi:yo'llanma berish, ahamiyatini oshirish, fikrlash.

Talabalarning tanqidiy (tahliliy) fikrini rivojlantirishda interaktiv uslublarning muhim o'rni bor, bular hamkorlik sub'ektlarni ijodiy izlanishga yo'naltirish, noma'lum holatni ochishga, kashf etishga ko'mak beruvchi nazariy aqliy mulohazalarda ifodalanadi.

Darsni boshlash jarayonida talabalarda ko'tarinki kayfiyat, yuksak ehtiros, ijodiy ruhlanish kuzatilsa dars jarayonining samaradorligi yuqori bo'ladi. Bunda o'qituvchining faoliyati aniq reja asosida, oldindan tayyorlangan holda bo'lishi zarur. Demak, o'qituvchi tomonidan dars davlat ta'lim standartlari asosida olib boriladi.

O'quv jarayoni bilan bog'liq ta'lim sifatini belgilovchi holatlar quyidagilar: yuqori ilmiy-pedagogik darajada dars berish, muammoli ma'ruzalar o'qish, dasrlarni savol-javob tarzida qiziqarli tashkil qilish, ilg'or pedagogik texnologiyalardan va multimediya qo'llanmalardan foydalanish, tinglovchilarni undaydigan, o'ylantiradigan muammolarni ular oldiga qo'yish, talabchanlik, tinlovchilar bilan individual ishlash, ijodkorlikka undash, erkin muloqot yuritishga, ijodiy fikrlashga o'rgatish, ilmiy izlanishga jalb qilish va boshqa tadbirlar ta'lim ustivorligini ta'minlaydi.

Aytilganlardan kelib chiqqan holda, "Algebra va geometriya" o'quv fani bo'yicha ta'lim texnologiyasini loyihalashtirishdagi asosiy konseptual yondoshuvlarni keltiriladi:

Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim. Bu ta'lim o'z mohiyatiga ko'ra ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to'laqonli rivojlanishlarini ko'zda tutadi. Bu esa ta'limni loyihalashtirilayotganda albatta, ma'lum bir ta'lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog'liq o'qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondoshilishni nazarda tutadi.

Tizimli yondoshuv. Ta'lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o'zida mujassam etmog'i lozim: jarayonning mantiqiyligi, uning barcha bo'g'inlarini o'zaro bog'langanligi, yaxlitligi.

Faoliyatga yo'naltirilgan yondoshuv. Shaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta'lim oluvchining faoliyatini faollashtirish va intensivlashtirish, o'quv jarayonida uning barcha qobiliyati va imkoniyatlari, tashabbuskorligini ochishga yo'naltirilgan ta'limni ifodalaydi.

Dialog yondashuv. Bu yondoshuv o'quv jarayoni ishtirokchilarning psixologik birligi va o'zaro munosabatlarini yaratish zaruriyatini bildiradi. Uning natijasida shaxsning o'z-o'zini faollashtirish va o'z-o'zini ko'rsata olish kabi ijobiy faoliyati kuchayadi.

Hamkorlikdagi ta'limni tashkil etish. Demokratlilik, tenglik, ta'lim beruvchi va ta'lim oluvchi o'rtasidagi sub'ektiv munosabatlarda hamkorlikni, maqsad va faoliyat mazmunini shakllantirishda va erishilgan natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e'tiborni qaratish zarurligini bildiradi.

Muammoli ta'lim. Ta'lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta'lim oluvchi faoliyatini faollashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni ob'ektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, dialektik mushohadani shakllantirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo'llashni mustaqil ijodiy faoliyati ta'minlaydi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo'llash – yangi kompyuter va axborot texnologiyalarini o'quv jarayoniga qo'llash.
Keltirilgan konseptual yo'riqlarga asoslangan holda, «Kompyuter modellashtirish» kursining maqsadi, tuzilmasi, o'quv axborotining mazmuni va hajmidan kelib chiqqan holda, ma'lum sharoit va o'quv rejasida o'rnatilgan vaqt oralig'ida o'qitishni, kommunikatsiyani, axborotni va ularni birgalikdagi boshqarishni kafolatlaydigan usullari va vositalari tanlovi amalga oshirildi.

O'qitishning usullari va texnikasi. Ma'ruza (kirish, mavzuga oid, vizuallash), muammoviy usul, keys-stadi, pinbord, paradokslar va loyihalar usullari, amaliy ishlash usuli.

O'qitishni tashkil etish shakllari: dialog, polilog, muloqot hamkorlik va o'zaro o'rganishga asoslangan frontal, kollektiv va guruh.

O'qitish vositalari o'qitishning an'anaviy shakllari (darslik, ma'ruza matni) bilan bir qatorda – kompyuter va axborot texnologiyalari.

Kommunikatsiya usullari: tinglovchilar bilan operativ teskari aloqaga asoslangan bevosita o'zaro munosabatlar.

Teskari aloqa usullari va vositalari: kuzatish, blits-so'rov, oraliq va joriy va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o'qitish diagnostikasi.

Boshqarish usullari va vositalari: o'quv mashg'uloti bosqichlarini belgilab beruvchi texnologik xarita ko'rinishidagi o'quv mashg'ulotlarini rejalashtirish, qo'yilgan maqsadga erishishda o'qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg'ulotlari, balki auditoriyadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati.

Monitoring va baholash: o'quv mashg'ulotida, ham butun kurs davomida, ham o'qitishning natijalarini rejali tarzda kuzatib borish. Kurs oxirida test topshiriqlari yordamida tinglovchilarning bilimlari baholanadi.

Respublika ta'lim muassasalarida interfaol ta'limni tashkil etishda quyidagi eng ommaviy texnologiyalar qo'llanilmoqda:

1. **Interfaol metodlar:** "Keys-stadi" (yoki "O'quv keyslari"), "Blits-so'rov", "Modellashtirish", "Ijodiy ish", "Munosabat", "Reja", "Suhbat" va boshqalar.
2. **Strategiyalar:** "Aqliy hujum", "Bumerang", "Galereya", "Zig-zag", "Zinama-zina", "Muzyorar", "Rotatsiya", "T-jadval", "YUmaloqlangan qor" va hokazo.
3. **Grafik organayzerlar:** "Baliq skeleti", "BBB", "Konseptual jadval", "Venn diagrammasi", "Insert", "Klaster", "Nima uchun?", "Qanday?" va boshqalar.

Interaktiv o'qitish texnologiyalari.

1). T sxema va T jadval.

2). Bumerang texnologiyasi.

3). B B B bilaman – bilishni hohlayman – bilib oldim

4). Kichik guruhlarda ishlash.

5). Insert jadvali.

6). Klaster.

7). Aqliy hujum.

8). Yechimlar daraxti.

9). Baliq skeleti.

10). Zinama-zina

11). Skarabey texnologiyasi.

12). Venn diagrammasi.

13). Grafik organayzerlari bilan ishlash

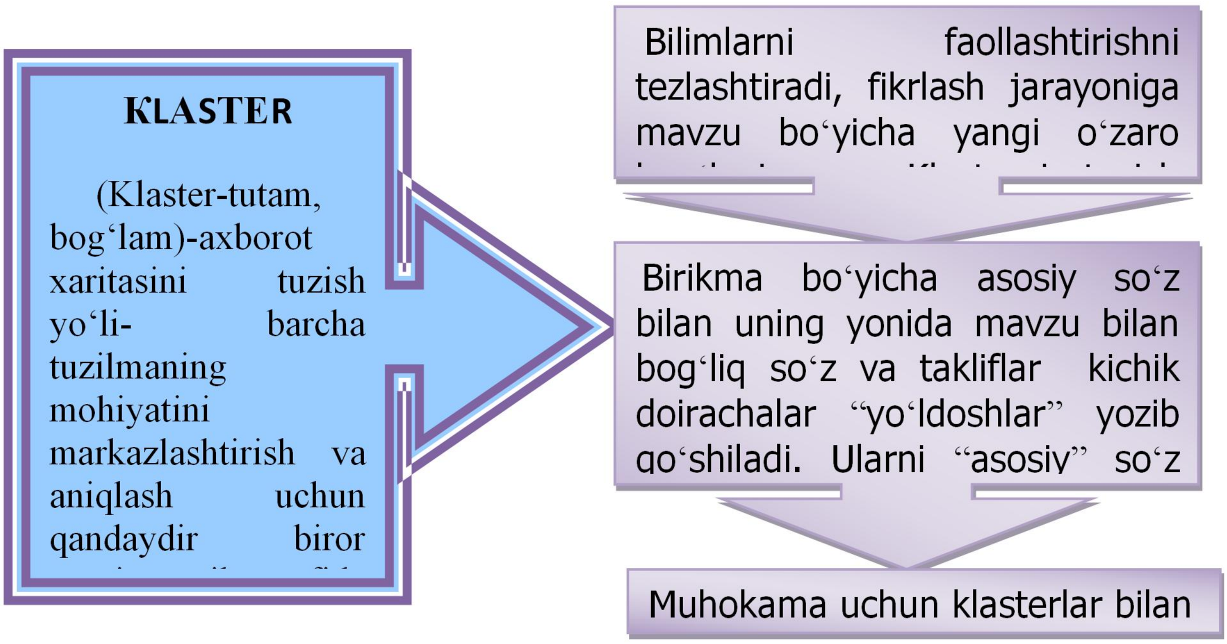
Innovatsion texnologiyalar talabalarning faol hayotiy munosabatlarini shakllantirishga qaratilgan. Ularga o'quv jarayonidagi yangi shakldagi intreaktiv usullar kiradi. Talabalar dars jarayonida mavzuni o’zlashtirish uchun doira shaklida o’tiradilar.

Shaxmat doskasi vositasida guruh talabalarini ikki guruhga ajratib Matematika fani bo’yichi shaxmat kataklarini har biriga savollarni joylab chiqiladi.

«Tarmoqlar» metodi (Klaster)

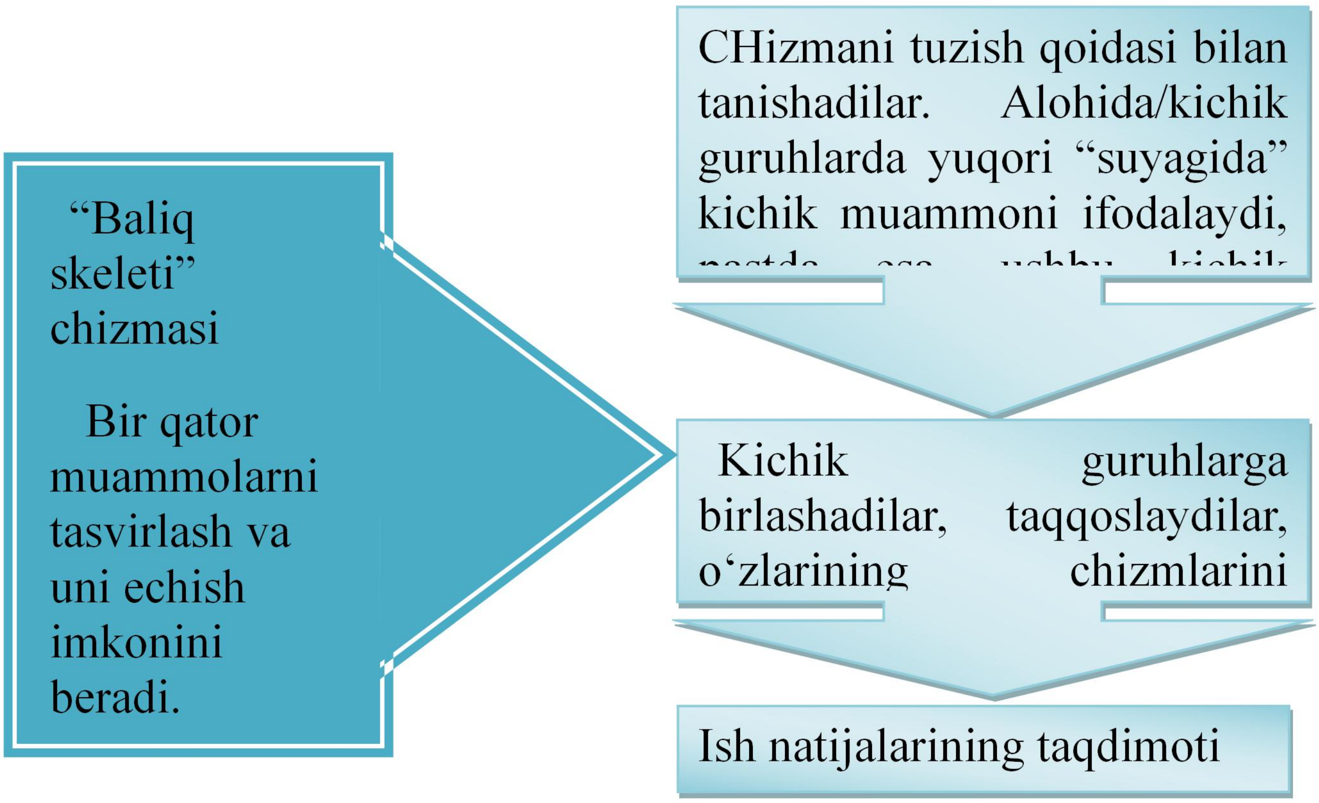
Fikrlarning tarmoqlanishi – bu pedagogik strategiya bo'lib, u o'quvchilarni biron bir mavzuni chuqur o'rganishlariga yordam berib, o'quvchilarni mavzuga taalluqli tushuncha yoki aniq fikrni erkin va ochiq ravishda ketma-ketlik bilan uzviy bog'lagan holda tarmoqlashlariga o'rgatadi.

Bu metod biron mavzuni chuqur o'rganishdan avval o'quvchilarning fikrlash faoliyatini jaddalashtirish hamda kengaytirish uchun xizmat qilishi mumkin. Shuningdek, o'tilgan mavzuni mustahkamlash, yaxshi o'zlashtirish, umumlashtirish hamda o'quvchilarni shu mavzu bo'yicha tasavvurlarini chizma shaklida ifodalashga undaydi.



“Baliq skeleti” texnologiyasi

Bu usul orqali talabalar mustaqil, keng, ijodiy, tanqidiy fikrlashga o‘rganadilar. Ushbu texnologiya baliq model chizmasi orqali namoyish etilib, bunda talabalar o‘rtaga tashlangan muammoni har tomonlama ochib berishga harakat qiladilar. Baliq skeleti chizmasi doska yoki vatmanga chizilib uning tepa qismiga yechilishi kerak bo‘lgan muammo yoziladi. Pastki qismiga muammoni hal etilish yo‘llari yozib boriladi.



«Insert» strategiyasi metodi

Talabalar guruhlarga bo'linadilar, guruhlar nomlanadi. O'qituvchi har bir guruh talabalaridan mavzuga oid ikkitadan fikr bildirishlarini so'raydi. Guruhlar navbati bilan (ushbu jarayonda guruhning barcha a'zolari faol ishtirok etishlarini ta'minlash maqsadga muvofiq) fikr bildiradilar. Bayon etilgan fikrlar yozuv taxtasiga yozib boriladi. Faoliyat yakunlangach, o'qituvchi mavzular mazmunini yoritishga xizmat qiluvchi matnni talabalarga tarqatadi. So'ngra shunday topshiriq beriladi:
a) matn bilan tanishib chiqing;
b) matnning har bir qatoriga quyidagi belgilarni qo'yib chiqing:
Z-matnda guruhda tomonidan bildirilgan fikr o'z aksini topgan bo'lsa;
S-matnda guruxlar tomonidan bildirilmagan fikr yuritilgan bo'lsa;
D-matnda bir biriga zid fikrlar mavjud bo'lsa;
?-matn bilan tanishish jarayonida tushunmovchiliklar yuzaga kelsa.

So'ngra guruh a'zolari shaxsiy qarashlarini o'zaro o'rtoqlashadilar, guruh bo'yicha belgilar soni umumlashtiriladi. Liderlar vositasida har bir belgining miqdori bayon etiladi va izohlanadi. O'qituvchi guruhlar tomonidan qayd etilgan sonlarni ularning nomlari yozilgan ustunga yozib boradi.

O'qituvchi har bir guruh lideri fikrini tugatgach, yuzaga kelgan qarama qarshilik va tushunmovchiliklarni talabalar to'g`ri xal etishlariga va tushunib olishlariga yordam beradi. Shundan so'ng guruhlar darslikda berilgan matn bilan tanishib chiqib, asosiy tushunchalarni ajratidalar ular o'rtasidagi mantiqiy munosabatlarni ochib berishga harakat qiladilar (modellashtiradilar). Guruhlar tomonidan ilgari surilgan fikrlar umumlashtirilib, liderlar tomonidan sinf jamoasida yetkaziladi.

Insert usulidan foydalanib ishlash qoidasi

1. Ma'ruza matnini o'qib, matnning chetiga quyidagi belgilarni qo'yib chiqing:
V – bilaman
+ - men uchun yangi ma'lumot
- - men bilgan ma'lumotni inkor qiladi
? – noaniq (aniqlashtirish talab qiladigan) qo'shimcha ma'lumot.

2. Olingan natijalarni jadval shaklida rasmiylashtiring.

Mavzu savollari	V	-	+	?
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				

Ta'limdan tashqari mazkur metod tarbiyaviy xarakterdagi qator vazifalarni amalga oshirish imkonini beradi:

- o'zgalar fikriga hurmat;
- jamoa bilan ishlash mahorati;
- faollik;
- xushmuomalalik;
- ishga ijodiy yondashish;
- imkoniyatlarini ko'rsatish ehtiyoji;
- o'z qobiliyati va imkoniyatlarini tekshirishga yordam beradi;
- «men»ligini ifodalashga imkon beradi;
- o'z faoliyati natijalariga mas'ullik va qiziqish uyg'otadi.

Asosiy tushunchalari quyidagilar:

Assotsiatsiya – mantiqiy bog'liqlik bo'lib, sezgilar, tasavvurlar, idrok qilish, g'oyalar va boshqalar orasida hosil qilinuvchi mantiqiy aloqadir.

Zanjirlash (muayyan tartib) – ahamiyati, muhimligi, mazmuni darajasiga qarab tartiblash.

Ma’ruza materiallari.

1-ma’ruza.

Algebra va geometriya faniga kirish. 2-,3-,n- tartibli determinantlar va ularning xossalari

Reja:

1.1. Ikkinchi, uchinchi va yuqori tartibli determinantlarning ta’riflari.
1.2. Determinantlarning asosiy xossalari.
1.3. Determinantni satr yoki ustun elementlari bo’yicha yoyish.

Tayanch iboralar: determinant, periutasiya, inversiya, tranpozisiya, satr, ustun, minor, algebraik to’ldiruvchi.

Darsning maqsadlari:

Ta’limiy maqsadi: talabalarda ikkinchi, uchinchi va yuqori tartibli determinantlarning ta’riflari, determinantlarning asosiy xossalar haqida bilimlarni amaliy masalalarga qo’llash ko’nikmasini hosil qilish.

Rivojlantiruvchi maqsadi: talabalarning izlanuvchanlik faoliyatini rag’batlantirish, muammoli topshiriqlarga mulohazali javoblar berish ko’nikmalarini hosil qilish hamda ularda natijalarni umumlashtirish mantiqiy va ijodiy qobiliyatini, muloqot madaniyatini rivojlantirish.

Tarbiyaviy maqsadi: talabalarni mustaqil fikrlash va faol mustaqil ish faoliyatiga jalb yetish, ularda o’zaro xurmat, hamkorlik fazilatlarini shakllantirish hamda fanga bo’lgan qiziqishni o’stirish.

Darsning jihozlari: Sinf doskasi, darsliklar, o’quv va uslubiy qo’llanmalar, ma’ruzalar kursi, tarixiy ma’lumotlar, izohli lug’atlar, atamalar, o’tilgan dars mavzusi bo’yicha savollar va muammoli topshiriqlar majmuasi, testlar, kartochkalar, shaxsiy kompyuter, lazerli proyektor.

Dars o’tish usuli: Avval o’tilgan mavzu qay darajada o’zlashtirilganligini tekshirish, o’z – o’zini tekshirish savollariga javoblar va topshiriqlarni bajarish bo’yicha munozarali jonli muloqotni amalga oshirish, talabalarni yangi mavzu bo’yicha asosiy tushuncha va natijalar haqida fikr – mulohazalarni bayon qilishga o’rgatish, savol – javob usulidan foydalanib, o’zlashtirishga erishish; tayanch iboralarga alohida izoh berish; o’tilgan mavzuni o’zlashtirish darajasini tekshirish va mustahkamlash.

Darsning borishi: Tashkiliy qism ***(7 daqiqa):*** dars xonasining sanitariya holatini kuzatish, davomat va talabalarning darsga tayyorligini tekshirish. Talabalarni o’tgan ma’ruza boshida bajargan ishlari (o’z – o’zini tekshirish savollariga javoblar va muammoli topshiriqlarni bajarish) natijalarini e’lon qilish.

Yangi dars mavzusining bayoni *(55 daqiqa):* (matn keltiriladi, matnda asosiy materialdan tashqari, avvalgi mavzularda o’rganilgan tushunchalar, tasdiqlar hamda mashhur olimlar haqida ma’lumotlarni o’zida mujassam qilgan glossariy ham keltiriladi va ma’ruzaning elektron variantida giperssilkalar yordamida ularning ekranda ko’rsatilishi ta’minlanadi).

Mavzuning asosiy mazmuni–ma’ruza muloqot uslubi vositasida talabalarga yetkaziladi.

1.1. Ikkinchi, uchinchi va yuqori tartibli determinantlarning ta’riflari

3-ta’rif. Ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

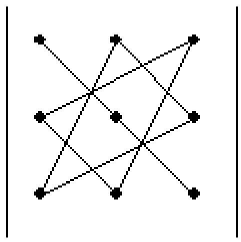
belgiga *ikkinchi tartibli determinant* deyiladi.

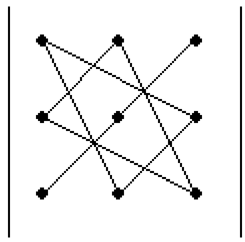
4-ta’rif. Ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

belgiga uchinchi tartibli determinant deyiladi.

Bu ifoda uchburchaklar qoidasi (*Sarryus qoidasi*) bo’yicha topiladi. Uni quyidagi jadvallar orqali tasvirlash mumkin bo’lib, bir xil ishora bilan bitta ko’paytmada ishtirok etuvchi elementlar kesmalar bilan birlashtirilib ko’rsatilgandir:

+ 

\- 

n tartibli determinant deb quyidagi simvol bilan belgilangan sonni ataymiz:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

n tartibli determinant n ta satr, n ta ustun va n^2 ta elementga ega, bunda $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \ldots, a_{nn}$ elementlar birinchi (bosh) diagnolni , $a_{1n}a_{2,n-1}, \ldots, a_{n1}$ elementlar ikkinchi (yordamchi) diagonalni tashkil etadi.

5-ta’rif. n - tartibli D determinant deb, n! hadlardan tuzilgan algebraik yig’indiga aytiladi.

Bunda, yig’indining har bir hadi determinantdagi n ta elementning ko’paytmasidan iborat. Agar hadlarning hammasida elementlarning birinchi nraqamlari tartib bilan (ya'ni $1, 2, 3, 4,...,n$) yozilsa, ikkinchi raqamlari $1, 2, 3, 4,...,n$ raqamlardan tuziladigan n! ta permutasiyani tashkil etadi.

I. Elementlarning ikkinchi raqamlari juft permutasiyalarni tashkil etgan hadlar o'z ishorasi bilan toq permutasiyalarni tashkil etgan hadlar esa teskari ishora bilan olinadi.

Bu ta'rifdan determinantni ifodalovchi yigindining har bir hadini

$$(-1)^r a_{1\alpha_1} \cdot a_{2\alpha_2} \cdot a_{3\alpha_3} \dots a_{n\alpha_n} \qquad (1)$$

shaklda yozish mumkinligi ko'rinadi, bunda ikkinchi $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_n,$ nomerlar $1, 2, 3, 4,...,n$ raqamlardan tuzilgan qandaydir permutasiyani r esa, shu permutasiyadagi inversiyalarning sonini bildiradi.

Demak, r juft bo'lsa, (1) ko'paytma o'z ishorasi bilan, r toq bo'lsa, (1) ko'paytma teskari ishora bilan olinadi.

Shunday qilib, n - tartibli determinantni

$$D = \sum^{n!} (-1)^r a_{1\alpha_1} \cdot a_{2\alpha_2} \cdot a_{3\alpha_3} \dots a_{n\alpha_n} \qquad (2)$$

ko'rinishda yoza olamiz.

(2) yig'indining qo'shiluvchilarini bundan keyin, n- tartibli D determenantning hadlari deb ataymiz. Masalan, $(-1)^r a_{14}a_{21}a_{35}a_{46}a_{53}a_{62}$ dan iborat hadning qanday ishora bilan olinishini aniklaylik. Ikkinchi raqam tuzilgan 415632 permutasiyada 8 ta inversiya bor. Demak, r=8, $(-1)^8 = 1$ bo'lib, ko'paytma o'z ishorasi bilan olinadi.

Agar $a_{14} = 2, \quad a_{21} = -5, \quad a_{35} = 3, \quad a_{46} = -2, \quad a_{53} = 1, \quad a_{62} = -4$ desak, bu had 2(-5) 3 (-2) 1 (-4)= - 240 bo'ladi.

1.2. Determinantlarning asosiy xossalari

1-xossa. Determinantda hamma satrlar mos ustunlar qilib yozilsa, ya'ni transponirlanganda, determinatning qiymati o'zgarmaydi.

Isboti. Bu xossani isbot etish uchun ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad (3)$$

tenglikning to'g'riligini ko'rsatish yetarli. Ammo (3) dagi har ikki determenantni uchburchak qoidasini qo'llanib hisoblasak. Bir xil natijaga kelamiz.

2-xossa. Determinantning biror satridagi (yoki biror ustunidagi) barcha elementlar nolga teng bo'lsa, bunday determinant nolga teng bo'ladi.

Isboti. Ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

har ikki determenantni uchburchak qoidasini qo'llanib hisoblasak har bir hadida nol qatnashadi. Bunday determinant nolga teng bo'ladi

3-xossa. Determinantda istalgan ikki satrni (yoki ikki ustunni) o'zaro almashtirsak, determinantning faqat ishorasi o'zgaradi.

Isboti. Bu xossaning to'g'riligiga berilgan determenantga va undan ikki satr yoki ikki ustunning o'rnini almashtirishda hosil bo'lgan determinantga uchburchak qoidasini bevosita qo'llanish bilan ishonch hosil qilish mumkin. Jumladan, 1-va 3-ustunlarning o'rnini almashtirsak, Ushbu

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{vmatrix}$$

tenglikka ega bo'lamiz.

4-xossa. Ikki satri (yoki ikki ustuni) teng bo'lgan, determinant nolga tengdir.

Isboti. (1) determinantning 1- va 2- satri elementlari mos ravishda bir-biriga teng bo'lsin,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta .$$

Shu determinantdagi bu satrlar o'rinlarini amlashtiramiz. U vaqtda, bir tomondan, 3- xossaga asosan determinantning qiymati o'z ishorasini o'zgartiradi. Lekin ikkinchi tomondan, o'zaro almashtirilayotgan satrlar bir xil bo'lgani uchun ularni o'zaro almashtirish determinant qiymatini o'zgartirmaydi. Demak, $\Delta = -\Delta$ tenglikka egamiz, bundan $2\Delta = 0$ yoki $\Delta = 0$ kelib chiqadi. Determinantning elementlari teng ikki ustunining o'rinlarinialmashtirishga tegishli mulohazalar ham shunga o'xshash yuritiladi.

5-xossa. Determinantning biror satridagi (yoki ustunidagi) barcha elementlarni aynan bitta songa ko'paytirilsa, u holda determinant ham shu songa ko'paytiriladi. Boshqacha aytganda, satrdagi (yoki ustundagi) barcha elementlarning umumiy ko'paytuvchisini determinant belgisi ostidan chiqarish mumkin.

Isboti. Dyeterminintning, masalan, birinchi satri elementlari uning uchinchi satri elementlari bilan proporsional, ya'ni $a_{11} = ma_{31}, a_{12} = ma_{32}, a_{13} = ma_{33}$ munosabatlar o'rinli bo'lsin deylik. Bu munosabatlardan foydalanib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_{31} & ma_{32} & ma_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = m \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Oxirgi determinantning birinchi va uchinchi satrlari elementlari bir hil bo'lgani uchun 4-xossaga ko'ra uning qiymati nolga teng.

6-xossa. Biror satridagi barcha elementlari boshqa bir satrining mos elementlariga proporsional bo'lgan determinant nolga tengdir. Xuddi shunday ustunlar uchun ham o'rinli.

Isboti. (3) determinintning, masalan, birinchi satri elementlari uning uchinchi satri elementlari bilan proporsional, ya'ni $a_{11} = ma_{31}, a_{12} = ma_{32}, a_{13} = ma_{33}$ munosabatlar o'rinli bo'lsin deylik. Bu munosabatlardan foydalanib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ma_{31} & ma_{32} & ma_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = m \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = m \cdot 0 = 0.$$

Oxirgi determinantning birinchi va uchinchi satrlari elementlari bir hil bo'lgani uchun 4-xossaga ko'ra uning qiymati nolga teng. Qolgan hollarda ham mulohazalar shu kabi yuritiladi. 1.2.-natija isbot bo'ladi

7-xossa. Agar determinantni *i*-satridagi barcha elementlar *k* ta qo'shiluvchidan iborat bo'lsa, u holda bu determinantni *k ta* determinantlarning yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lib, bunda ularning i -dan farqli barcha satrlari berilgan deteminantdagidek, i - satri esa birinchi determinantda birinchi qo'shiluvchilardan ikkinchisida - ikkinchilaridan va h.k. tuzilgandir. Xuddi shunday, ustunlar uchun ham o'rinlidir. Xususiy holda bitta satrga boshqa bir satrni (ustunni) qo'shish (yoki undan ayirish) mumkin, ya'ni

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}+b & a_{13} \\ a_{21} & a_{22}+c & a_{23} \\ a_{31} & a_{32}+d & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & b & a_{13} \\ a_{21} & c & a_{23} \\ a_{31} & d & a_{33} \end{vmatrix}$$

8-xossa. Agar determinantning hech bo'lmaganda bitta satri boshqa satrlari orqali chiziqli bog'langan bo'lsa, bu determinant nolga tengdir. Aksincha, agar *n*- tartibli $(n > 2)$ determinant nolga teng bo'lsa, u holda uning hech bo'lmaganda bitta satri

boshqa satrlari orqali chiziqli ifodalangan bo'ladi. Xuddi shunday ustunlar uchun ham o'rinlidir.
9-xossa. Determinantda biror ustun (satr) ning hamma elemntlarini bitta m songa ko'paytirib, bu ko'paytmalarni boshqa ustun (satr) ning mos elementlariga qo'shsak, determinantning qiymati o'zgarmaydi.

Isboti. (3) determinintning qiymatini Δ deymiz, (3) determinintning bininchi satri elementlarini m ga ko'paytirib, ikkinchi satri elementlariga mos ravishda qo'shaylik (boshqa hollar uchun ham isbot shunga o'xshash bo'ladi). Ko'rilayotgan holda

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} + ma_{11} & a_{22} + m_{12} & a_{23} + ma_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Bu determinant qiymatini Δ_* deb belgilaylik. Biz $\Delta = \Delta_*$ ekanini ko'rsatishimiz lozim. 7-xossaga ko'ra qo'yidagiga egamiz:

$$\Delta_* = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ma_{11} & ma_{12} & ma_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta + 0 = \Delta.$$

Mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va mustahkamlash *(10 daqiqa).* Mavzu bo'yicha asosiy tushunchalar va tasdiqlar o'z ifodasini topgan o'z – o'zini tekshirish savollari va muammoli topshiriqlardan ba'zilari taklif etiladi va talabalarning javoblari eshitiladi, so'ngra, mavzu bo'yicha o'z– o'zini tekshirish savollariga javoblar yozish va muammoli topshiriqlarni bajarish talabalarga uyga vazifa sifatida beriladi (ular ma'ruza matnining oxirida keltirilgan).

O'z-ozini tekshirish savollari

1. n-chi tartibli determinant deb nimaga aytiladi?
2. Permutasiya nima? Inversiya nima?
3. Determinantlarning asosiy xossalarini ayting.

1- ma'ruza bo'yicha muammoli topshiriqlar

1. Quyidagi ko'paytmalardan qaysi birlari mos tartibli determinantlar yoyilmasiga kiradi:

a) $a_{43}\ a_{21}\ a_{35}\ a_{12}\ a_{54}$; b) $a_{61}\ a_{23}\ a_{45}\ a_{36}\ a_{12}\ a_{54}$.

2. i va k ni shunday tanlangki, $a_{62}\ a_{i5}\ a_{33}\ a_{k4}\ a_{46}\ a_{21}$ ko'paytma 6-tartibli determinantga minus ishorasi bilan qatnashsin.

3. $\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$ determinantning x^4 va x^3 ni saqlovchi hadlarni toping.

4. Determinantni yoymasdan quyidagi ayniyatni isbotlang.

$$\begin{vmatrix} o & x & y & z \\ x & o & z & y \\ y & z & o & x \\ z & y & x & o \end{vmatrix} = x^2y^2z^2 \begin{vmatrix} o & 1 & 1 & 1 \\ 1 & o & z^2 & y^2 \\ 1 & z^2 & o & x^2 \\ 1 & y^2 & x^2 & o \end{vmatrix}.$$

Ma'ruzada foydalanilgan va keltirilgan atamalarning GLOSSARIYSI

O'rin almashtirish- n ta turli elementdan tuzilgan o'rin almashtirishlar deb, n ta elementdn tuzilgan va bir-biridan faqat elementlarining tartibi bilan farq qiladigan mumukin bo'lgan barcha gruppalarga aytiladi.

Gruppalashlar- n ta turli elementdan k tadan tuzilgan gruppalash deb, berilgan n ta elementdan olingan k ta elementni o'z ichiga olgan va bir –biridan kamida bitta elementi bilan farq qiladigan barcha mumkin bo'lgan birlashmalarga aytiladi.

2-ma'ruza.
Matrisaning ta'rifi. Matrisalar ustida chiziqli amallar. Matrisalarni ko'paytirish.. Transponirlangan matrisa. Elementar almashtirishlar. Teskari matrisa. Matrisaning rangi.

Reja:

2.1.Matrisaning ta'rifi.
2.2.Matrisalar ustida chiziqli amallar.
2.3.Matrisalarni ko'paytirish.
2.4.Transponirlangan matrisa.
2.5.Elementar almashtirishlar.
2.6.Teskari matrisa.

Tayanch iboralar. matrisa, satr, ustun, matrisalarni qo'shish, ayrish, ko'paytirish, determenant, transponirlangan matrisa, teskari matrisa, algebraik to'ldiruvchi, minor.

Darsning maqsadlari:

Ta'limiy maqsadi: talabalarda matrisaning ta'rifi, matrisalar ustida chiziqli amallar, matrisalarni ko'paytirish, transponirlangan matrisa, elementar almashtirishlar, teskari matrisa, chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning matrisa usuli haqida bilimlarni amaliy masalalarga qo'llash ko'nikmasini hosil qilish.

Rivojlantiruvchi maqsadi: talabalarning izlanuvchanlik faoliyatini rag'batlantirish, muammoli topshiriqlarga mulohazali javoblar berish ko'nikmalarini hosil qilish hamda ularda natijalarni umumlashtirish mantiqiy va ijodiy qobiliyatini, muloqot madaniyatini rivojlantirish.

Tarbiyaviy maqsadi: talabalarni mustaqil fikrlash va faol mustaqil ish faoliyatiga jalb yetish, ularda o'zaro xurmat, hamkorlik fazilatlarini shakllantirish hamda fanga bo'lgan qiziqishni o'stirish.

Darsning jihozlari: Sinf doskasi, darsliklar, o'quv va uslubiy qo'llanmalar, ma'ruzalar kursi, tarixiy ma'lumotlar, izohli lug'atlar, atamalar, o'tilgan dars mavzusi bo'yicha savollar va muammoli topshiriqlar majmuasi, testlar, kartochkalar, shaxsiy kompyuter, lazerli proyektor.

Dars o'tish usuli: Avval o'tilgan mavzu qay darajada o'zlashtirilganligini tekshirish, o'z – o'zini tekshirish savollariga javoblar va topshiriqlarni bajarish bo'yicha munozarali jonli muloqotni amalga oshirish, talabalarni yangi mavzu bo'yicha asosiy tushuncha va natijalar haqida fikr – mulohazalarni bayon qilishga o'rgatish, savol – javob usulidan foydalanib, o'zlashtirishga erishish; tayanch iboralarga alohida izoh berish; o'tilgan mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va mustahkamlash.

Darsning borishi: Tashkiliy qism ***(7 daqiqa):*** dars xonasining sanitariya holatini kuzatish, davomat va talabalarning darsga tayyorligini tekshirish. Talabalarni o'tgan ma'ruza boshida bajargan ishlari (o'z – o'zini tekshirish savollariga javoblar va muammoli topshiriqlarni bajarish) natijalarini e'lon qilish.

Yangi dars mavzusining bayoni ***(55 daqiqa):*** (matn keltiriladi, matnda asosiy materialdan tashqari, avvalgi mavzularda o'rganilgan tushunchalar, tasdiqlar hamda mashhur olimlar haqida ma'lumotlarni o'zida mujassam qilgan glossariy ham keltiriladi va ma'ruzaning elektron variantida giperssilkalar yordamida ularning ekranda ko'rsatilishi ta'minlanadi).
Mavzuning asosiy mazmuni–ma'ruza muloqot uslubi vositasida talabalarga yetkaziladi.

2.1.Matrisaning ta'rifi

1–ta'rif. m ta satr n ta ustundan iborat

$$A = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

jadval to'g'ri burchakli $m \times n$ matrisa deyiladi, ba'zan $m \times n$ matrisani $m \times n$ o'lchamli to'g'ri burchakli matrisa deb ham yuritiladi.

Matrisaning tuzuvchi $a_{ij}(i = 1,2,\dots,m, \ \ j = 1,2,\dots,n)$ sonlar uning elementlari deyiladi. Matrisada satrlar soni ustunlar sonidan kichik, unga teng yoki katta, ya'ni $m < n, \ \ m = n, \ \ m > n$ bo'lishi mumkin.

Umumiy holda matrisaning elementlari, odatda, pastiga ikkita indeks qo'yilib, bitta kichik lotin harfi bilan yoziladi. Indekslardan birinchisi satr tartiini (rahami), ikkinchisi esa ustun tartibini bildiradi. Matrisalarni belgilash uchun quyidagi ko'rinishdagi yozuvlar ham ishlatiladi:

$$A = \begin{Vmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn} \end{Vmatrix} \text{ yoki } \quad A = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

(1) matrisa uchun yozishga qulay bo'lgan ushbu $A = (aij)$ belgilashdan ham foydalanamiz. Agar matrisaning satrlari soni ustunlar soniga teng (ya'ni $m = n$) bo'lsa, matrisani kvadrat matrisa deyiladi. Bunday matrisa (n - tartibli) matrisa deb yuritiladi.

Ushbu

$$D = \begin{bmatrix} d_{n} \ 0\dots \ \ 0 \\ 0 \ \ d_{22}\dots 0 \\ \dots\dots\dots\dots \\ 0 \ \ 0\dots \ \ d_{nn} \end{bmatrix} \qquad (2)$$

ko'rinishdagi kvadrat matrisa diagonal matrisa deyiladi va qichqacha quyidagicha yoziladi.

$$D = \{d_{11}d_{22},\dots,d_{nn}\} \text{ yoki } D = \{d_{ii}\}$$

Agar (2) diagonal matrisa $d_{ii} = 1(i = 1,2,\dots,n)$ bo'lsa, bu matrisa birlik matrisa deyiladi va E harfi orqali belgilanadi, ya'ni

$$E = \begin{bmatrix} 1 \ \ 0\dots 0 \\ 0 \ \ 1\dots 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \ \ 0\dots 1 \end{bmatrix}$$

Agar matrisaning barcha elementlari nollardan iborat bo'lsa, u nol matrisa deyiladi va E orqali belgilanadi, ya'ni

$$E^0 = \begin{bmatrix} 0 \ \ 0\dots 0 \\ 0 \ \ 0\dots 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \ \ 0\dots 0 \end{bmatrix}$$

Agar m ta satrli va n ta ustunli ikkita A va B matrisadan birining hamma elementlari ikkinchisining hamma mos elementlariga teng (ya'ni $a_{ij} = b_{ij}$) bo'lsa, bu matrisalar teng deb hisoblanadi va $A = B$ ko'rinishda yoziladi. Agar bir matrisaning kamida bitta elementi ikkinchisining mos elementiga teng bo'lmasa, bu matrisalar ham teng emas deyiladi va $A \neq B$ ko'rinishda yoziladi. Matrisalar uchun kichik va katta tushunchalari ma'noga ega emas.

2.2.Matrisalar ustida chiziqli amallar

2–ta'rif. Agar bir xil tartibli ikkita $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ $i = 1,2,...m, j = 1,2,...,n$ matrisalar berilgan bo'lsa, A va B matrisalarning *yig'indisi* deb, shunday $C = (c_{ij})$ matrisaga aytiladiki, bu matrisaning elementlari A va B matrisalarning mos elementlarining yig'indisiga $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall i, j,\ i = 1,2,...,m, j = 1,2,...,n$ teng bo'ladi va $C = A + B$ deb yoziladi.

Ta'rif bo'yicha

$$C = A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} \quad a_{12} + b_{12} \ldots a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} \quad a_{22} + b_{22} \ldots a_{2n} + b_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} + b_{m1} \quad a_{m2} + b_{m2} \ldots a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrisalar yig'indichi tarifidan uning qo'yidagi xossalari kelib chiqadi:

1^0. $A + (B + C) = (A + B) + C$.

2^0. $A + B = B + A$.

3^0. $A + E^0 = A$ (bunda $E^0 = (0), A, B, C -$ berilgan bir xil tartibli kvadrat matrisalar).

Matrisalarning ayirmasi ularning yig'indisiga o'xshash ta'riflanadi va

$$C = A - B = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} \quad a_{12} - b_{12} \ldots a_{1n} - b_{1n} \\ a_{21} - b_{21} \quad a_{22} - b_{22} \ldots a_{2n} - b_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} - b_{m1} \quad a_{m2} - b_{m2} \ldots a_{mn} - b_{mn} \end{pmatrix}$$

ko'rinishda yoziladi. Agar matrisalarning tartibi bir xil bo'lmasa, unday matrisalarda qo'shish va ayrish amallari kiritilmagan.

3–ta'rif. $A = (a_{ij})$ matrisani $\alpha \neq 0$ songa ko'paytirish deb, matrisaning hamma elementlarini shu α songa ko'paytirishdan hosil bo'lgan matrisaga aytiladi va αA yoki αA ko'rinishda yoziladi.

Ta'rifga ko'ra

$$A\alpha = \alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} \alpha a_{12} \ldots \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} \alpha a_{22} \ldots \alpha a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha a_{m1} \alpha a_{m2} \ldots \alpha a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrisani songa ko'paytirish ta'rifidan qo'yidagi xossalar kelib chiqadi:

1^0. $1\cdot A = A\cdot 1 = A$.

2^0. $A\cdot 0 = 0\cdot A = E^0$.

3^0. $\alpha(\beta)A = \beta(\alpha A) = (\alpha\beta)A$.

4^0. $(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$.

5^0. $\alpha(A+B) = \alpha A + \beta B$.

Bu yerda A va V – bir xil tartibli kvadrat matrisalar, α,β - haqiqiy sonlar.

Agar A matrisa n tartibli kvadrat matrisa bo'lsa, u holda $\det(\alpha A) = \alpha^n \det A$ bo'ladi.

Misollar:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ va $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ berilgan bo'lsa, u holda

$A+B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1+2 & 3-2 \\ 4+3 & 5+4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$ bo'ladi.

2) $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ va $\alpha=2$ berilgan bo'lsa, u holda

$A\alpha=\alpha A=2\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot 2 & 3\cdot 2 \\ 4\cdot 2 & 5\cdot 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$.

2.3.Matrisalarni ko'paytirish

Tartiblari mos ravishda $m\times n$ va $p\times q$ bo'lgan.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \\ a_{m1} & a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix} \text{ va } B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12}\dots b_{1q} \\ b_{21} & b_{22}\dots b_{2q} \\ \dots\dots\dots\dots\dots & \\ b_{p1} & b_{p2}\dots b_{pq} \end{pmatrix}$$

to’g’ri burchakli matrisalar berilgan bo’lsin.

Agar A matrisaning ustunlari soni n berilgan B matrisaning satrlari soni r ga teng bo’lsa, u holda bu matrisalarni ko’paytirish amali ma’noga ega bo’ladi.

4–ta’rif. Berilgan tartibda (A -birinchi), (B -ikkinchi) olingan A va B matrisalarning ko’paytmasi AB deb, shunday $m\times n$ tartibli

$$C = A\cdot B = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12}\dots c_{1n} \\ c_{21} & c_{22}\dots c_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots \\ c_{m1} & c_{m2}\dots c_{mn} \end{pmatrix}$$

matrisaga aytiladi, C matrisaning elementlari

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + c_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}$$

$$i = 1,2,\dots,m \quad j = 1,2,\dots,n$$

formulalar bilan aniqlanadi.

Agar A va B lar n tartibli kvadrat matrisalar bo’lsa, ularning $C = AB$ ko’paytmasi ham n tartibli kvadrat matrisa bo’ladi.

Qoida. Ikkita matrisani ko’paytirishdan hosil bo’lgan matrisaning i - satri va j - ustunidan turuvchi c_{ij} elementni hisoblash uchun birinchi matrisaning i - satrida turuvchi elementlarni ikinchi matrisaning j - ustunida turuvchi elementlarga mos ravishda ko’paytirib qo’shish kerak.

Misol. Quyidagicha

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 & 1 \\ 1 & -4 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ va } B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

to’g’ri burchakli matrisalar ko’paytmasini topamiz.

$$C = AB = \begin{bmatrix} 3\cdot 2 + \ 2\cdot 1 + \ 8\cdot 0 + 1\cdot 3 & 3\cdot(-1) + 2\cdot(-3) + 8\cdot 1 + 1\cdot 1 \\ 1\cdot 2 + (-4)\cdot(-3) + 0\cdot 0 + 3\cdot 3 & 1\cdot(-1) + (-4)\cdot(-3) + 0\cdot 1 + 3\cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 0 \\ 7 & 14 \end{bmatrix}$$

Matrisalarning ko’paytmasi quyidagi xossalarga ega:

1. $A(BC) = (AB)\cdot C$. 2. $\alpha(AB) = (\alpha A)\cdot B = A(\alpha B),\quad \alpha \neq 0$.

3. $(A+B)C = AC + BC$. 4. $C(A+B) = CA + CB$.

5. $A^m = AA..A$. 6. $AE = EA = A$. 7. $OA = AO = E^0$.

Bunda A, B, C matrisalar, α -haqiqiy son.

Ikki matrisaning ko'paytmasi uchun kommutativlik (o'rin almashtirish) xossasi umuman aytganda, o'rinli emas, ya'ni

$$AB \neq BA$$

Misol. Agar $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ va $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ bo'lsa, u holda

$$AB = \begin{pmatrix} 11 & 18 \\ 8 & 0 \end{pmatrix},\quad BA = \begin{pmatrix} 18 & 18 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

bo'ladi. Shunday qilib,

$$AB \neq BA.$$

2.4. Transponirlangan matrisa. Ushbu

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

matrisa berilgan bo'lsin.

5–ta'rif. A matrisadagi hamma strlarni qo'yida ko'rsatilgancha ustunlar qilib, (va aksincha, ustunlar satrlar qilib) yozsak, ushbu

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \dots a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} \dots a_{m2} \\ \dots\dots & \dots\dots \\ a_{1n} & a_{2n} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

ko'rinishdagi yangi matrisaga, transponirlangan matrisa deyiladi.

Masalan, ushbu

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -7\\ 4 & 0 & 9\end{bmatrix}$$

matrisani transponirlashdan

$$A^T=\begin{bmatrix}1 & 4\\ 2 & 0\\ -7 & 9\end{bmatrix}$$

hosil bo'ladi.

Transponirlash amali qo'yidagi xossalarga ega:

1^0. $\left(A^T\right)^T=A$

2^0. $(A+B)^T=A^T+B^T$

3^0. $(\alpha A)^T=\alpha A^T$

bunda α - haqiqiy son, A va B matrisalar $m\times n$ o'lchovli matrisalardir.

Agar A kvadrat matrisa uchun $A=A^T$ ya'ni $\forall ij$ lar uchun $aij=aji$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda A *simmetrik matrisa* deyiladi. Masalan, ushbu

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 4 & 5\\ -3 & 5 & 7\end{pmatrix}$$

simmetrik matrisa bo'ladi.

Agar $A=-A^T$ $\forall ij$ lar uchun $aij=-aji$ tenglik o'rinli bo'lsa, u holda A matrisa antisimmetrik (nosimmetrik) matrisa deyiladi.

Masalan, ushbu

$$A=\begin{pmatrix}0 & -2 & -3\\ 2 & 0 & -8\\ 3 & 8 & 0\end{pmatrix}$$

antisimmmetrik matrisa bo'ladi.

Eslatma. Har qanda A matrisani simmetrik va antisimmetrik matrisa ko'rinishda tasvirlash mumkin:

$$aij = \frac{1}{2}(aij + aji) + \frac{1}{2}(aij - aji)$$

$i = 1,2,\ldots m > j = 1,2,\ldots n$.

2.5. Elementar almashtirishlar

6–ta'rif. Matrisani elementar almashtirishlar deb,

1. Transponirlashni;
2. Istalgan ikki satr (ikki ustun) ni o'zaro almashtirishni;
3. Istalgan satr (ustun) ning elementlarini noldan farqli har qanday m songa ko'paytirishni;
4. Bir satr (ustun) ning elementlarini istalgan m songa ($m = 0$ bo'lishi ham mumkin) ko'paytirib, boshqa satr (ustun) ning mos elementlariga qo'shishni aytamiz.

Agar B matrisa A matrisaning satrlari (yoki ustunlari) ni bir necha

marta ketma-ket elementar almashtirishlar yordamida olingan bo'lsa, u holda A matrisa B matrisaga ekvivalent deyiladi va $A \approx B$ ko'rinishda yoziladi.

Masalan, ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

matrisalar ekvivalentdir. Haqiqatan ham, 2 satrni 1 satrga qo'shamiz,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \approx$$

satra 2 satrni –1 ga ko'paytirib, 1 satrni 2 satrga qo'shamiz;

$$\approx \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = B$$

1 satrni –1 ga ko'paytirib 2 satrni qo'shamiz.

2.6. Teskari matrisa haqida tushuncha.

7–ta'rif. Agar n - tartibli A va B kvadrat matrisalar orasida $AB = BA = E$ (E – birlik matrisa) munosabat o'rinli bo'lsa, u holda B matrisani A matrisaga (va aksincha) *teskari matrisa* deyiladi.

A matrisa uchun teskari matrisasini A^{-1} orqali belgilanadi. U holda o'zaro teskari matrisalar uchun ushbu munosabat o'rinli:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$

Berilgan kvadrat matrisaga teskari matrisa har doim ham mavjud bo'lavermaydi. Bunday matrisa mavjud bo'lganda uni topish ko'p masalalarni hal etishda muhim ahamiyat kasb etadi.

8–ta'rif. Agar A kvadrat matrisaning determenanti nolga teng bo'lsa, u holda A matrisani maxsus, aks holda, maxsusmas matrisa deyiladi.

1-teorema. Ixtiyoriy maxsusmas matrisa uchun unga teskari matrisa mavjud.

Isboti. Faraz qilaylik, $A = [aij]$ matrisa n tartibli kvadrat matrisa bo'lib, $D = \det A \neq 0$ bo'lsin. A matrisaning $aij\,(ji = q, 2, \ldots, n)$ elementlariga mos keluvchi algebraik to'ldiruvchilardan tuzilgan ushbu matrisani qaraymiz:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \ldots A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} \ldots A_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ A_{n1} & A_{n2} \ldots A_{nn} \end{bmatrix}$$

Agar bu matrisani transponirlasak,

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \ldots A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} \ldots A_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ A_{n1} & A_{n2} \ldots A_{nn} \end{bmatrix}$$

matrisaga ega bo'lamiz. 1 matrisani odatda $\tilde{A}$ matrisaga qo'shma matrisa deyiladi. Qo'shma matrisaning barcha elementlarini A matrisaning determinantiga bo'lib, qo'yidagi matrisani hosil qilamiz:

$$B = \begin{vmatrix} \frac{A_{11}}{\det A} & \frac{A_{21}}{\det A} \ldots \frac{A_{n1}}{\det A} \\ \frac{A_{12}}{\det A} & \frac{A_{22}}{\det A} \ldots \frac{A_{n2}}{\det A} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ \frac{A_{1n}}{\det A} & \frac{A_{2n}}{\det A} \ldots \frac{A_{nn}}{\det A} \end{vmatrix}$$

Hosil bo'lgan bu B matrisani A matrisaga teskari ekanini, ya'ni $B = A^{-1}$ ekanligini isbot qilamiz. Buning uchun determinantning xossalariga asoslanib, A va B matrisalarning ko'paytmasini hisoblaymiz:

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \frac{A_{11}}{\Delta} & \frac{A_{21}}{\Delta} \ldots \frac{A_{n1}}{\Delta} \\ \frac{A_{12}}{\Delta} & \frac{A_{22}}{\Delta} \ldots \frac{A_{n2}}{\Delta} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \frac{A_{1n}}{\Delta} & \frac{A_{2n}}{\Delta} \ldots \frac{A_{nn}}{\Delta} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \ldots 0 \\ 0 & 1 \ldots 0 \\ \ldots & \ldots \\ 0 & 0 \ldots 0 \end{bmatrix}$$

Demak, $B = A^{-1}$. Bundan $\det A^{-1} = \frac{1}{D} A$ ekani kelib chiqadi.

Eslatmalar.

1. Berilgan maxsusmas A matrisa uchun uning teskari A^{-1} matrisasi yagonadir.
2. Maxsus kvadrat matrisa uchun teskari matrisa mavjud emas.

Endi ushbu

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

matrisa uchun teskari matrisani topaylik. Buning uchun avval $\det A$ determinantni tuzamiz va uni hisoblaymiz.

$$D = \det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

Demak, A maxsusmas matrisa.

Endi qo'shma matrisani tezamiz. Buning uchun A matrisaning satr elementlarining algebraik to'ldiruvchilarini topamiz va ularni mos ravishda ustunlarga joylashtiramiz:

$A_{11} = 4 \cdot 6 - 5 \cdot 5 = -1,$ $\qquad A_{12} = -(2 \cdot 6 - 3 \cdot 5) = 3,$

$A_{21} = -(2 \cdot 6 - 5 \cdot 3) = 3,$ $\qquad A_{22} = 1 \cdot 6 - 3 \cdot 3) = -3,$

$A_{31} = 2 \cdot 5 - 4 \cdot 3 = -2,$ $\qquad A_{32} = -(1 \cdot 5 - 3 \cdot 2) = 1,$

$$A_{13} = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = -2$$
$$A_{23} = -(5 \cdot 1 - 3 \cdot 2) = 1$$
$$A_{33} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 2 = 0$$

Shunday qilib,

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nihoyat, A ning barcha elementlarini $\Delta = -1$ Δ=-1 ga bo'lamiz, u holda teskari matrisa ushbu ko'rinishga ega bo'ladi:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tekshirish ko'rsatadiki, $A \cdot A^{-1} = E$. Haqiqatan,

$$AA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 9 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + \quad 2(-3) + 3 \cdot 2 & 1(-3) + 2 \cdot 3 + 3(-1) & 1 \cdot 2 + 2(-1) + 3 \cdot 0 \\ 2 \cdot 1 + 4(-3) + 5 \cdot 2 & 2(-3) + 4 \cdot 3 + 5(-1) & 2 \cdot 2 + 4(-1) + 5 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 5(-3) + 6 \cdot 2 & 3(-3) + 5 \cdot 3 + 6(-1) & 3 \cdot 2 + 5(-1) + 6 \cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

Shu yo'l bilan $A^{-1}A = E$ ekanini isbotlash mumkin.

Teskari matrisa quyidagi xossalarga ega:

1) Teskari matrisaning determinanti berilgan matrisa determinantining teskari qiymatiga teng, ya'ni

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$$

2) Kvadrat matrisalar ko'paytmasi AV uchun teskari ikkinchi V matrisaga teskari matrisaning birinchi A matrisaga teskari matrisaga ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

3) Transponirlangan teskari matrisa berilgan transponirlangan matrisaning teskarisiga teng, ya'ni

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$$

4) Teskari matrisaning teskarisi berilgan matrisaning o'ziga teng, ya'ni

$$(A^{-1})^{-1} = A.$$

Mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va mustahkamlash *(10 daqiqa).* Mavzu bo'yicha asosiy tushunchalar va tasdiqlar o'z ifodasini topgan o'z – o'zini tekshirish savollari va muammoli topshiriqlardan ba'zilari taklif etiladi va talabalarning javoblari eshitiladi, so'ngra, mavzu bo'yicha o'z– o'zini tekshirish savollariga javoblar yozish va muammoli topshiriqlarni bajarish talabalarga uyga vazifa sifatida beriladi (ular ma'ruza matnining oxirida keltirilgan).

O'z-o'zini tekshirish savollari

1. Matrisa deb nimaga aytiladi?
2. Matrisa bilan determinant o'rtasidagi farq qanday?
3. Matrisalar ustida qanday chiziqli amallar bor?
4. Matrisalar qanday ko'paytiriladi?
5. Elementar almashtirishlar qanday bajariladi?
6. Transponirlangan matrisa deb nimaga aytiladi?
7. Teskari matrisa qanday topiladi?
8. Maxsus matrisa deb nimaga aytiladi?
9. Maxsusmas matrisa deb nimaga aytiladi?
10. Teskari matrisa qanday xossalarga ega?
11. Simmetrik va antisimmetrik matrisalarning ta'riflarini ayting.

3- ma'ruza bo'yicha muammoli topshiriqlar

1. Qanday shartlarda quyidagi ayniyatlar o'rinli bo'ladi:

a) $A+B=B+A$; b) $A+(B+C)=(A+B)+C$;

c) $\alpha(\beta A)=(\alpha\beta)A$; d) $\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$;

e) $(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$.

2. $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ matritsa $x^2-(a+d)x+ad-bc=0$ tenglamani qanoatlantirishini isbotlang.

Ma'ruzada foydalanilgan va keltirilgan atamalarning GLOSSARIYSI

Matrisalarning yig'indisi- Agar bir xil tartibli ikkita $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ $i = 1,2,...m, j = 1,2,...,n$ matrisalar berilgan bo'lsa, A va B matrisalarning *yig'indisi* deb, shunday $C = (c_{ij})$ matrisaga aytiladiki, bu matrisaning elementlari A va B matrisalarning mos elementlarining yig'indisiga $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}, \forall i, j,\ i = 1,2,...,m, j = 1,2,...,n$ teng bo'ladi va $C = A + B$ deb yoziladi.

Matrisani $\alpha \neq 0$ songa ko'paytirish- $A = (a_{ij})$ matrisani $\alpha \neq 0$ songa ko'paytirish deb, matrisaning hamma elementlarini shu α songa ko'paytirishdan hosil bo'lgan matrisaga aytiladi va αA yoki αA ko'rinishda yoziladi.

3- ma'ruza uchun Klaster

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \dots a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} \dots a_{m2} \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ a_{1n} & a_{2n} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$C=A+B=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \cdot a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \cdot a_{2n}+b_{2n} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} \cdot\cdot a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

Ikki matrisaning ko'paytmasi uchun kommutativlik (o'rin almashtirish) xossasi umuman aytganda, o'rinli emas, ya'ni

$$AB \neq BA$$

MATRISA

Agar A kvadrat matrisaning determenanti nolga teng bo'lsa, u holda A matrisani maxsus, aks holda, maxsusmas matrisa deyiladi.

Agar n - tartibli A va B kvadrat matrisalar orasida $AB = BA = E$ (E – birlik matrisa) munosabat o'rinli bo'lsa, u holda B matrisani A matrisaga (va aksincha) *teskari matrisa* deyiladi.

Agar A matrisaning ustunlari soni n berilgan V matrisaning satrlari soni r ga teng bo'lsa, u holda bu matrisalarni ko'paytirish amali ma'noga ega bo'ladi.